الميكانيك: هو علم يدرس تأثير القوى على الأجسام ويشتمل قسمين رئيسيين:-

1- علم السكون الاستاتيك (Statics): يهتم بدراسة ألأجسام الساكنة أو التي تتحرك بسرعة ثابتة أي إن :

V (Velocity) = 0 or V = Constant value

a (acceleration) = 0 or a = 0

2 - علم الحركة الدايناميك (Dynamics): يهتم بدراسة حركة الأجسام تحت تأثير القوى أي أن:

V = any value & a = any value

<u>((الوحدات والرموز الشائعة))</u>

الوحدات الرئيسية في الميكانيك هي **(الطول، الزمن، القوة، الكتلة)** وهناك نظامين للوحدات:

1. النظام العالمي للوحدات (SI): وهو يستخدم وحدات (الكتلة، الطول، الزمن)

M . L . T $\longrightarrow$ kg . m . s

2. نظام الوحدات الامريكي **(U.S)**: وهو يستخدم وحدات (القوة، الطول، الزمن)

F . L . T $\longrightarrow$ lb . ft . s

ملاحظة / سوف نعتمد في دراستنا النظام العالمي للوحدات (SI).

<u>Units of Measurement</u>

The four quantities (length ,time ,mass and force) are not independent from one another ;in fact ,they are related Newton ׳s second law of motion ,(F=m.a).Hence ,the units used to defined force .mass ,length ,and time cannot all be selected arbitrarily .The equality F=m.a is maintained only if three of the four units ,called ***base units***, are arbitrarily defined and the fourth unit is ***derived*** from the equation.

<u>Conversion of units</u>

Quantity	Unit of measurement (F.P.S)	Equals	Unit of measurement (S.I)
Force	Ib	=	4.4482 N
Mass	Slug	=	14.5938 Kg
Length	ft	=	0.3048 m

1ft =12 in (inches)

1 mi (mile) = 5280 ft, 1 kip (kilo-pound) =1000 Ib

Q1/ Convert 0.556 m/s to ft/s

Solution :

(0.556 m/s)(1ft/0.3048m)

= 1.82 ft/s

Q2/ convert the quantities 300 Ib.s and 52 slug / ft^3 to appropriate SI unit.

Solution :

300 Ib.s = 300 Ib.s (4.448 N/1 Ib)

= 1334.5 N.s

52 slug / ft = 52(slug /ft^3) (14.5438 kg / 1slug)(1ft^3/0.3048)^3

= 26.8(10^3)N/m^3

بعض مضاعفات الوحدات للنظام العالمي SI

معامل المضاعف	الاسم	الرمز
10	deca	da
10^2	hecto	h
10^3	Kilo	k
10^6	mega	M
10^9	Gega	G
10^{12}	Tera	T
10^{-1}	Deci	D
10^{-2}	Centi	C
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	Micro	*M*
10^{-9}	Nano	N
10^{-12}	pico	*p*

Ex: Evaluate each of the following and express with SI units having an appropriate prefix :

(a) (50mN)(6GN)

(b) (400 mm)$(0.6\ \text{MN})^2$

Sol

(50 mN)(6 GN) =[$50(10^{-3})$ N] [$6(10^{9})$ N]

$300(10^{6})\ \text{N}^2$

$300\ \text{MN}^2$

$(400\text{mm})(0.6\text{MN})^2 =$

$[400(10^{-3})\text{m}]\ [0.6(10^{6})\text{N}]^2$

$[400(10^{-3})\text{m}]\ [0.36(10^{12})\text{N}^2]$

$144(10^{9})\text{m.N}^2 = 144\text{Gm.N}^2$

جدول يوضح الرموز والمصطلحات

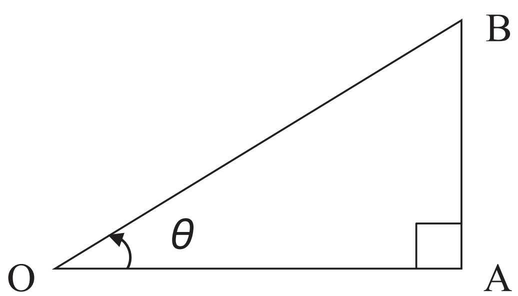
ت	الكمية الطبيعية	الرمز	الوحدات الهندسية حسب نظام (S I)
1	الطول (Length)	L	المتر (m) وأجزاءه
2	الزمن (Time)	t	الثانية (S)
3	الكتلة (mass)	m	الكيلو غرام gm or kg
4	القوة (Force)	F	النيوتن (KN) or (N)
5	المساحة (Area)	A	m^2، (وحدة الطول)^2
6	الحجم (Volume)	V	m^3، (وحدة الطول)^3
7	الزاوية (Angle)	θ	Radius (نصف قطرية) أو درجة
8	السرعة (Velocity)	v	m/s
9	السرعة الزاوية (Angular Velocity)	w	Rad/s
10	التعجيل (Acceleration)	a	m/sec^2

Rad/sec^2	α	التعجيل الزاوي (Angular Acceleration)	11
N.m	M	عزم القوة (moment)	12
J or N.m	W	الشغل (Work)	13
N.m/s or (w) watt	p	القدرة (power)	14
Kg/m^3	ρ	الكثافة الكتلية (mass density)	15
KN/m^3	γ	الكثافة الوزنية (weight density)	16

قوانين المثلثات

مثلث قائم الزاوية OAB

نظرية فيثاغورس



$$\overline{(OB)}^2 = \overline{(OA)}^2 + \overline{(AB)}^2$$

$$\overline{(OB)} = \sqrt{\overline{(OA)}^2 + \overline{(AB)}^2}$$

$$Sin\theta = \frac{AB}{OB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$Cos\theta = \frac{OA}{OB} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$Tan\theta = \frac{AB}{OA} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

or

$$Tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$$

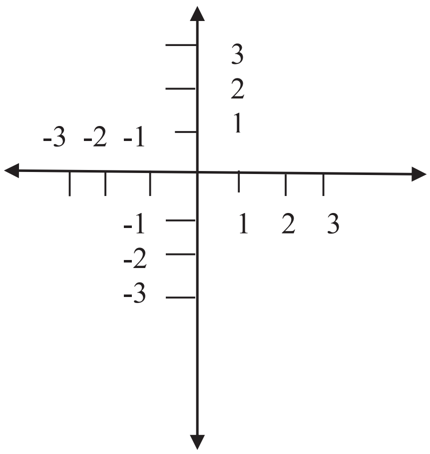
للحصول على الزاوية θ

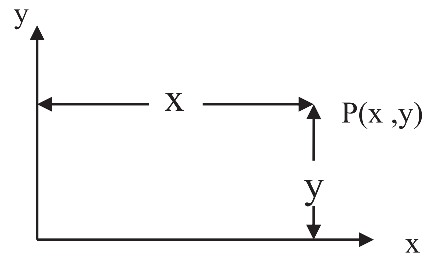
$$\theta = arcSin\frac{AB}{OB} = Sin^{-1}\frac{AB}{OB}$$

$$\theta = arcCos\frac{OA}{OB} = Cos^{-1}\frac{OA}{OB}$$

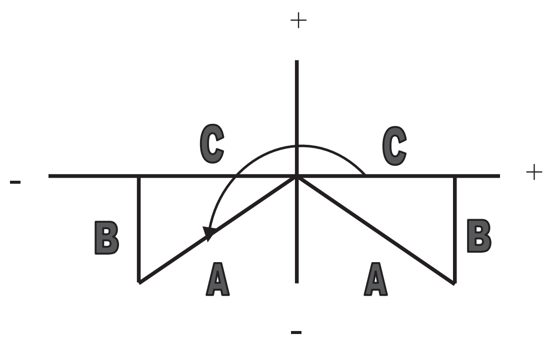
CARTESIAN COMPONENTS OF VECTER

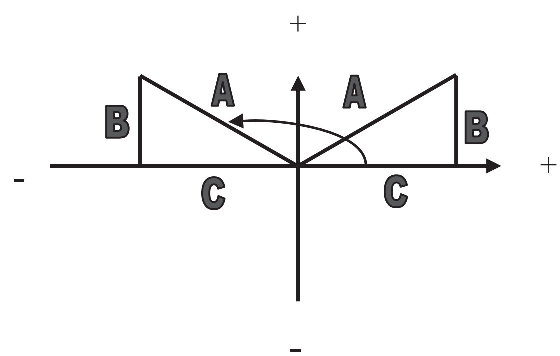
TWO –dimensional Coordinate frames





Any point p in the plane of figure can be defined interim of its x and y coordinates .





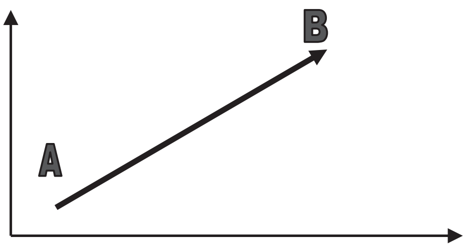
الربع	Sin	cos
I	+	+
II	+	-
III	-	-
IV	-	+

<u>Scalar and vector quantities الكميات المتجهة والكميات غير المتجه</u>

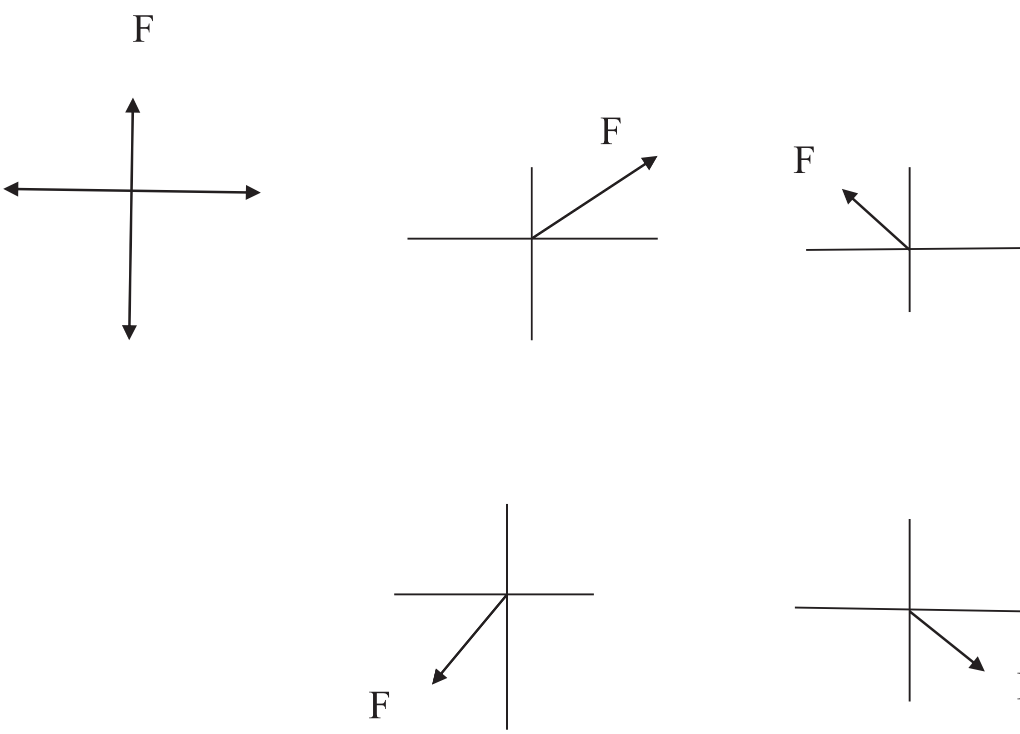
<u>Scalar quantities</u> : are the quantities which have only magnitude ,
such as Time , size , sound , density , light , volume

<u>Vector quantities</u> : are the quantities which have magnitude and direction .such as:
Force , weight , distance , speed , displacement , acceleration ,velocity..

المتجه AB تمثل A بدايته ، B نهايته
والتي يشير لها رأس السهم.



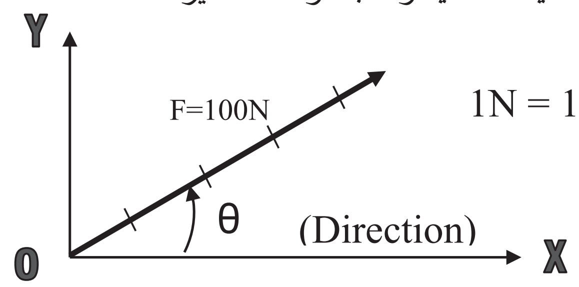
<u>Type of Force :-</u> انواع القوى



Force: A force may be defined as the action of one body on another body which changes or tends to change the motion of body acted on.

The characteristics of a force :1- magnitude 2-Point of action
3- Direction (sense, slope)

القوة (Force) : تعرف بأنها المؤثر الذي يغير أو يحاول أن يغير موضع جسم في حالة الحركة أو السكون وتحدد القوة بمعرفة القيمة العددية والاتجاه ونقطة التأثير.



1N = 1mm مقياس الرسم هنا

نقطة التأثير

_عند تمثيل القوة ككمية متجهة تمثل بيانياً ، يرسم خطاً بالاتجاه المحدد وبطول ذي مقياس محدد يمثل مقدار القوة .

ملاحظة : إن أهم ما يميز القوة

1. magnitude (القيمة العددية)
2. Point of action (نقطة التأثير)
3. Direction (الإتجاه) → **(a)Sense** اتجاه خط التأثير
   → **(b)Slope** الميل او زاوية الانحراف عن محور محدد

Resolution & Composition of a force :

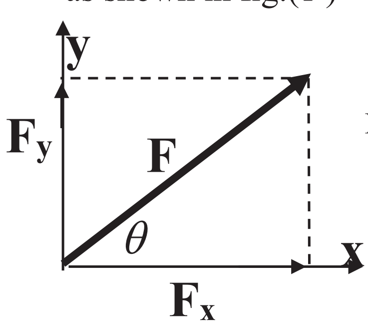
Let the force (F) shown in fig.(1) with the direction (θ)

We can resolve this force into two components :

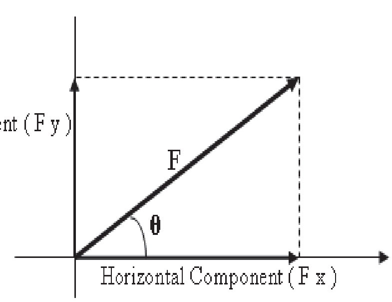
1- horizontal component (F_x) which lies on x- axis.

2- vertical component (F_y) which lies on y- axis.

as shown in fig.(1)



Fig(1)



ملاحظة / اينما وجدت الزاوية فان قيمة مركبة القوى القريبة من الزاوية تساوي حاصل ضرب القوى في جيبتمام الزاوية .

$\cos \theta = Fx / F$

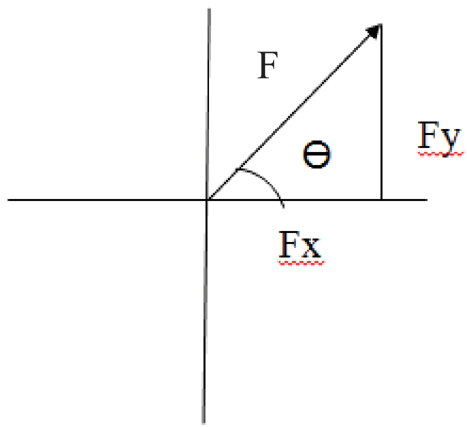
$Fx = F \cos \theta$

$F = Fx / \cos \theta$

$\sin \theta = Fy / F$

$Fy = F \sin \theta$

$F = Fy / \sin \theta$



$\cos \theta = Fy / F$

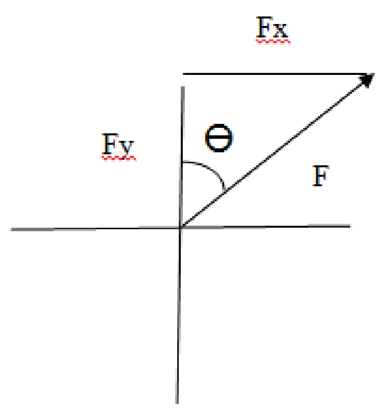
$Fy = F \cos \theta$

$F = Fy / \cos \theta$

$\sin \theta = Fx / F$

$Fx = F \sin \theta$

$F = Fx / \sin \theta$



Examples

Example (1) :- Determine the X and Y components of 4 kN force as shown in fig (**1**) .

Solution :-

نجد المركبة الأفقية للقوة (F)

$F_x = F \cos 30$

$\therefore\ F_x = 4 \cos 30 = +3.56\ kN \longrightarrow$

نجد المركبة العمودية للقوة (F)

$F_y = F \sin 30$

$\therefore F_y = 4 \sin 30 = +2kN\ +\uparrow$

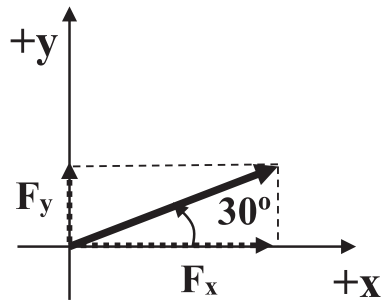


Fig . (1)

Example (2):- Determine the X and Y components of (100) N force as in fig (2) .

Sol.

$F_x = F \cos \theta$

$\therefore F_x = -100 \cos 60$

$= 100 * (0.5) = 50N \leftarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$\therefore F_y = 100 \sin 60 = 86.6N \uparrow$

يمكن حل السؤال بدلالة 30° مع محور y او بدلالة 120^{o} مع محور x

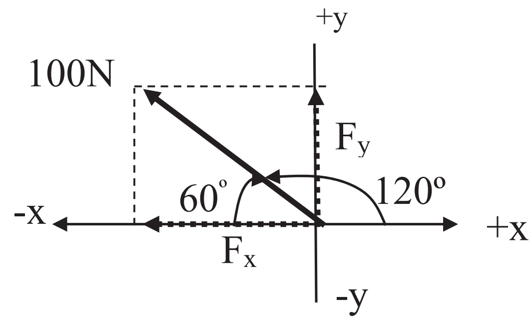


Fig . (2)

Example (3) :- Determine the X and Y components of 200N force as shown in fig. (3) when $\theta = 220^{\circ}$.

Sol.

$F_x = F \cos \theta$

$F_x = 200 \cos 220^{\circ}$

$\therefore F_x = -153.2\ N = 153.2\ N \leftarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$F_y = 200 \sin 220^{o}$

$\therefore F_y = -128.55\ N = 128.55N \downarrow$

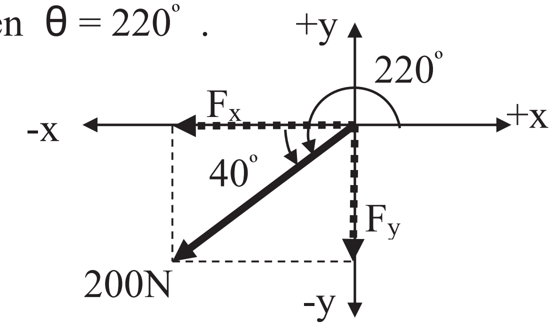


Fig. (3)

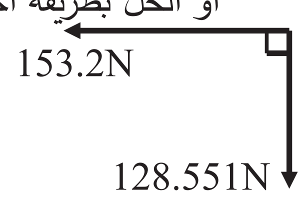
$\theta = 40^{0}$ أو الحل بطريقة أخرى نستخرج زاوية القوة في الربع الثالث

$F_x = F \cos \theta = 200 \cos 40^{o}$

$F_x = 153.2\ N \leftarrow$

$F_y = -200 \sin \theta$

$F_y = 128.55\ N \downarrow$



Example (4):-):- When $\theta = 330^o$

$F_x = F \cos \theta$

$F_x = 200 \cos 30^o$

$F_x = 173.2$ N $\rightarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$F_y = 100$ N $\downarrow$

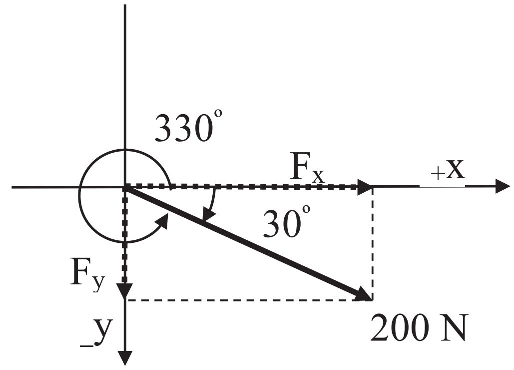


Fig. (4)

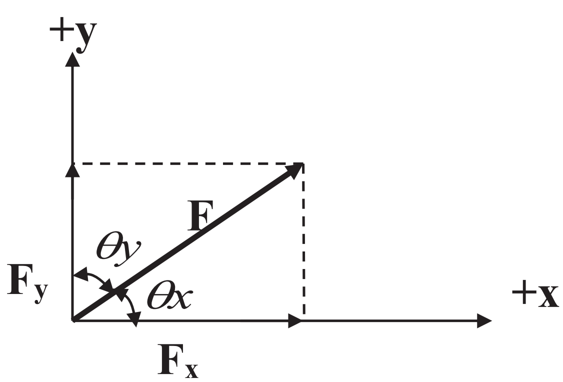
<u>(Resolution of force) تحليل القوة</u>

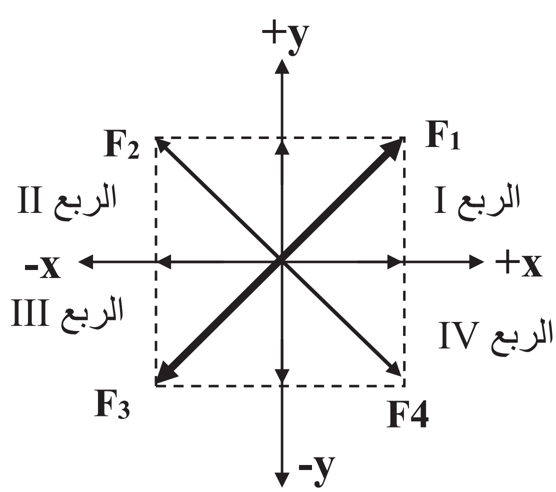
from fig.(1) :
The horizontal component may be determined as :
$F_x = F . \cos \theta$
The vertical component may be determined as :
$F_y = F . \sin \theta$

$$F_x = F \cos \theta \qquad F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_y = F \sin \theta \qquad \theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

إن تحليل قوة مفردة إلى قوتين أو أكثر تسمى مركبات (Components) بعكس خطوات العمل لإيجاد المحصلة، وتسمى عملية استبدال قوة بمركباتها تحليل القوة (Resolution of force).





$F_x = F \cos \theta_x$

$F_y = F \sin \theta_x$

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}$$

$$\tan \theta_x = \frac{F_Y}{F_X} \Rightarrow \theta_X = \tan^{-1}\left(\frac{F_Y}{F_X}\right)$$

المحصلة (Resultant) :

هي ابسط منظومة قوى يمكن ان تحل محل المنظومة الاصلية دون ان تغير تأثيرها على ذلك الجسم ويرمز لها (**R**).

Resultant of concurrent coplanar force system

To find the resultant of coplanar ,concurrent force system ,we have the following method

1- Components method .
2- Parallelogram method.
3- Graphical method .

1-Component method.

To find the resultant by using this method ,we can follow the following steps .

1- Resolve all the forces into their components (Fx,Fy).
2- Find the algebraic sum of all the vertical and horizontal components.

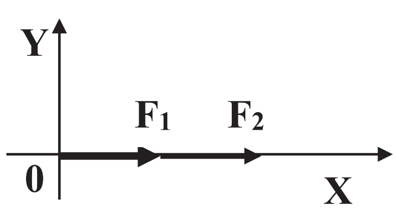
$\xrightarrow{+}$ $R_x=\sum F_x$, $+\uparrow$ $R_y=\sum F_y$

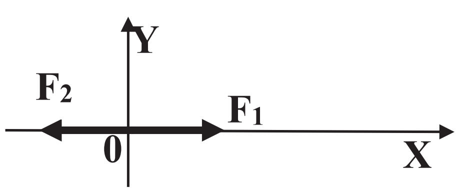
3- The resultant force can be found by the relation $R=\sqrt{R_X^2+R_Y^2}$

4- Find the direction of resultant (the angle between resultant and horizontal axis using

$$\tan\theta_R=\frac{R_y}{R_x}\Rightarrow\theta_R=\tan^{-1}(\frac{R_y}{R_x})$$

المحصلة (Resultant) :





كما يمكن إيجاد المحصلة R تحليليا .

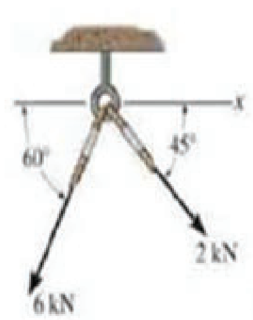
1) عندما يكون تأثير القوى على خط واحد

$R = F_1 + F_2$

ويكون اتجاهها بنفس اتجاه القوتين

$R = F_1 - F_2$ وتتجه باتجاه القوى الكبرى

Ex1/ Determine the magnitude and direction of the resultant (R) of force system shown in figure below ?



$\xrightarrow{+}$ F1x= 2 cos45°=1.41KN

$+\uparrow$ F1y= 2sin45°=-1.41KN

$\xrightarrow{+}$ F2x =-6 cos60°=-3KN

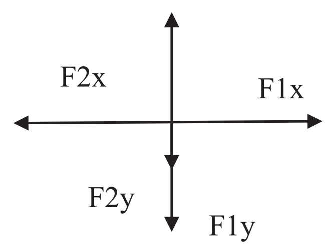
$+\uparrow$ F2y =-6sin60°=-5.19KN

Rx=∑Fx=F1x+F2x

=1.41-3=-1.59KN

Ry=∑Fy=F1y+F2y

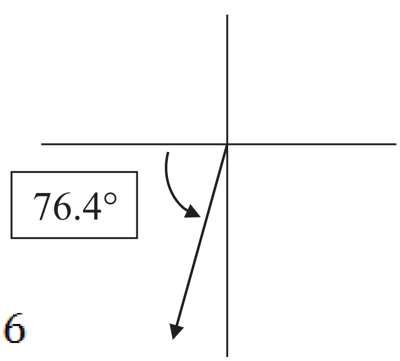
-1.41-5.19= -6.6 KN



$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$= \sqrt{-1.59^2 + -6.6^2}$ =6.7KN

$$\theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$

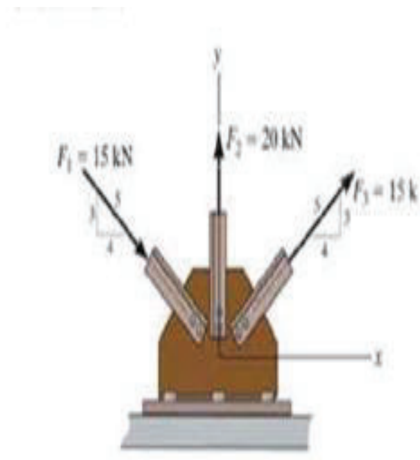


$\theta R = tan^{-1}\frac{Rx}{Ry}$ $\theta R = tan^{-1}\frac{-6.6}{-1.59}$

=76.4°

Ex2/ Determine the resultant of the force system as shown in fig?

Solution



$\overset{+}{\rightarrow}$ F1x=fcosθ

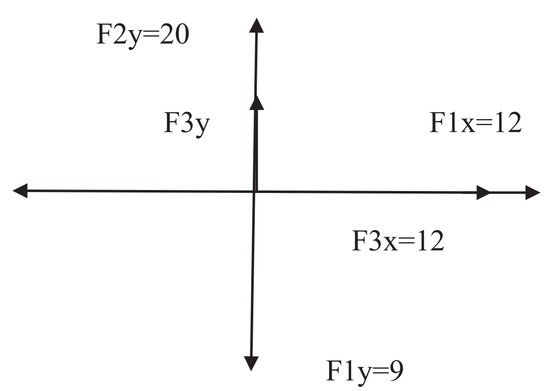
=15$\frac{4}{5}$=12KN

$+\uparrow$ F1y=-15$\frac{3}{5}$=-9KN

$\overset{+}{\rightarrow}$ F2x=0

F2y=20KN

$\overset{+}{\rightarrow}$ F3x=15$\frac{4}{5}$=12KN



$+\uparrow$ F3y=15$\frac{3}{5}$=9KN

$\overset{+}{\rightarrow}$ Rx=∑Fx=F1x+F2x+F3x

=12+0+12=24KN

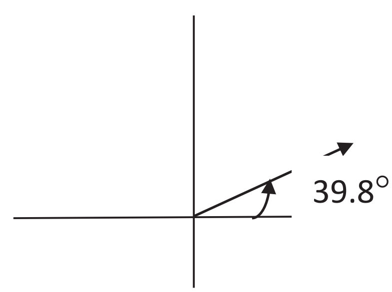
$+\uparrow$ Ry=∑Fy=F1y+F2y+F3y

=9+20-9=20KN

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

= 31.24KN $\sqrt{24^2 + 20^2}$

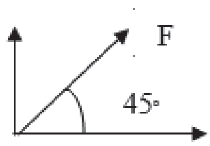
Θ R=tan^{-1} 20/24 =39.8°



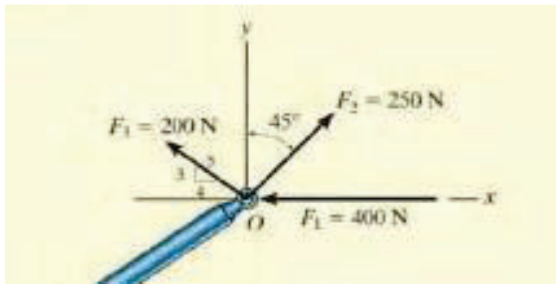
H.W/ Convert the following quantity to appropriate SI Unit.

1- 4 Ib to N.
2- 6 Slug to N

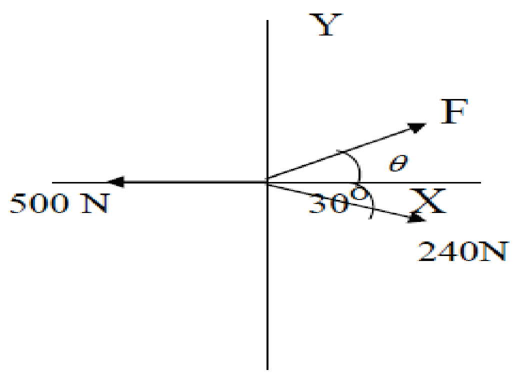
H.W/ The horizontal component of the force (F) in Fig is (90N) Determine the magnitude of force (F) ,And vertical component?



H.W/ Determine the resultant of force system as shown in fig below?



Q/ The Resultant of the concurrent forces shown in the fig . is (300N) pointing up along the Y- axis Compwte the value of F) and (θ) .



2-Paralleiogram method (قانون متوازي الاضلاع)

قانون متوازي الأضلاع (Parallelogram) ينص هذا القانون على أن المحصلة تتناسب مع قطر متوازي الأضلاع الذي يتناسب ضلعاه مع القوتين .

اذا اثرت قوتان على جسم من نفس النقطة فأن محصلتها تساوي قطر المتوازي المشكل منها كما في الشكل ادناه حيث القوى (F1,F2) تؤثران على الجسم في نفس النطة (A)وتعملان زاوية Ø فيما بينها لذا فعند تكملة المتوازي تكون محصلتها قطر المتوازي المشكل ولحساب مقدار هذه المحصلة نستخدم قانون الجيب تمام (cosine low)

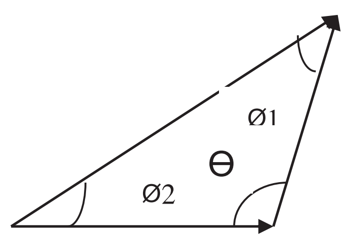
*لإيجاد الزاوية ϴ من المثلث الناتج من نصف المتوازي

$Ø=Ø1+Ø2$

$ϴ=(180°-(Ø1+Ø2)$

اي ان

$ϴ=180-Ø$

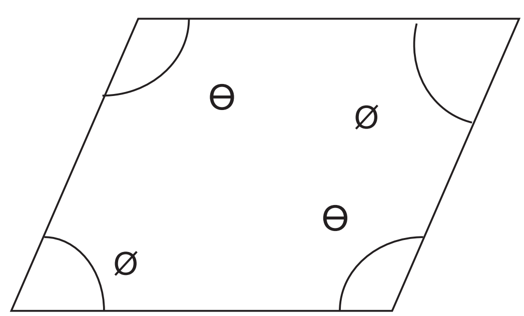


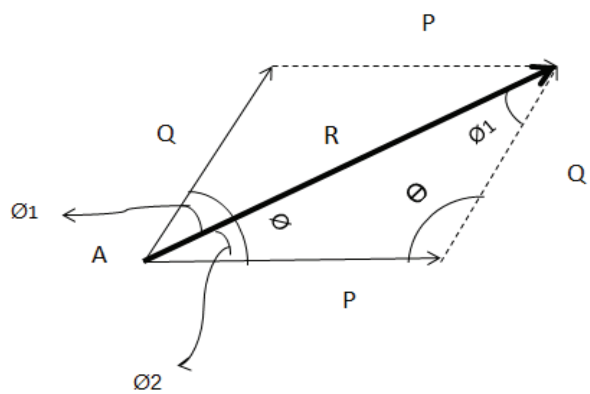
*للإيجاد الزاوية ϴ من متوازي الاضلاع

مجموع زوايا متوازي الاضلاع =360

$360°=2ϴ+2Ø$

$ϴ=360°-2Ø / 2$

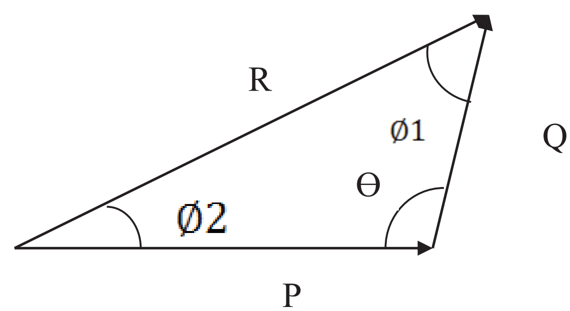




$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQCOS\theta}$$

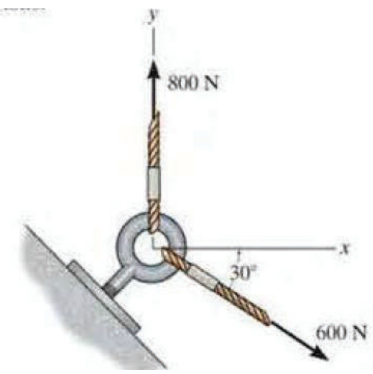
يمكن إيجاد الزاوية التي تصنعها المحصلة مع أي من القوتين باستخدام قانون الجيب (sin law) .

$$\frac{R}{sin\Theta} = \frac{P}{sin\emptyset 1} = \frac{Q}{\sin \emptyset 2}$$



<u>ملاحظة</u> /في حالة كون متوازي الأضلاع مستطيل (θ=90°) كحالة خاصة فيتحول هذا القانون إلى نظرية فيثاغورس.

Ex/Determine the magnitude and direction of the resultant of two force as shown in fig by using parallelogram ?



$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQCOS\theta}$$

360°=2 ϴ+2 Ø

Ø =90°+30°=120°

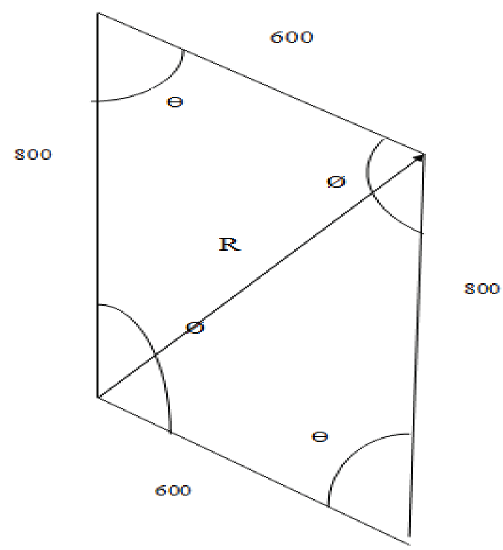
ϴ =360°-2(120°) / 2

= 60°

R= $\sqrt{600^2 + 800^2 - 2 * 600 * 800cos60}$

R=721N

$$\frac{R}{sin\Theta} = \frac{P}{sin\emptyset 1} = \frac{Q}{\sin \emptyset 2}$$



$$\frac{R}{sin60} = \frac{800}{sin\emptyset 2}$$

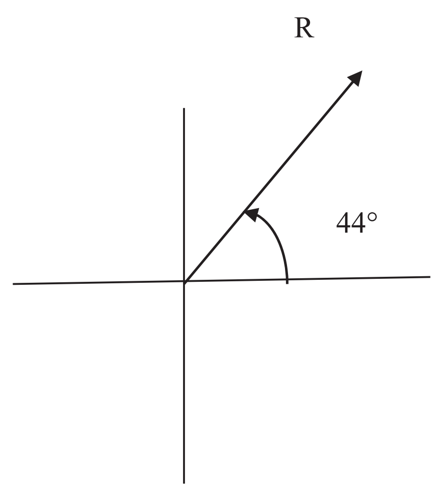
$$\frac{721}{sin60} = \frac{800}{sin\emptyset 2}$$

sinØ2= $\frac{800sin60}{721}$

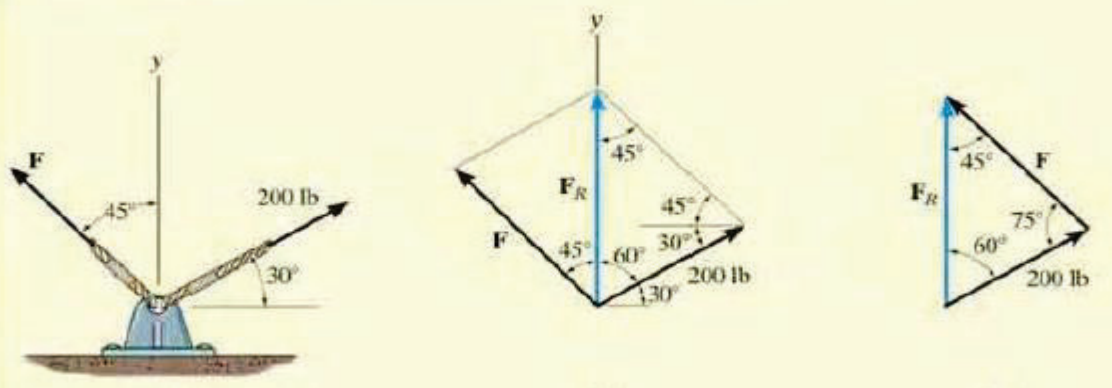
Ø2= $sin^{-1}0.96$

Ø2= 74°

ϴR=74-30=44°



Determine the magnitude of the component force **F** in Fig. 2–13*a* and the magnitude of the resultant force $\mathbf{F}_R$ if $\mathbf{F}_R$ is directed along the positive *y* axis.



(a) (b) (c)

solution/

$$\frac{F}{\sin 60^\circ} = \frac{200 \text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

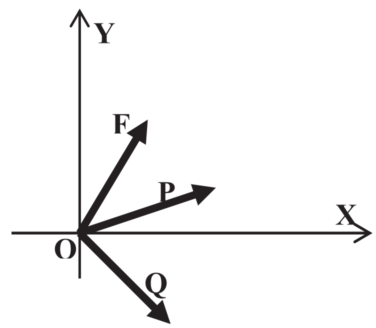
$$F = 245 \text{ lb}$$

$$\frac{F_R}{\sin 75^\circ} = \frac{200 \text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

$$F_R = 273 \text{ lb}$$

3-Resultant of coplanar concurrent forces

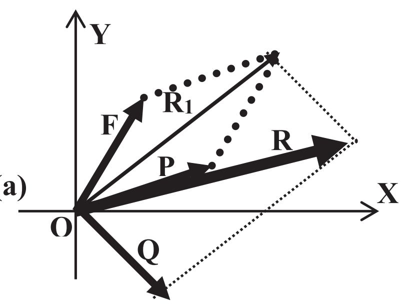
Graphical method (2-D)



a : Parallelogram method

Force F and P may be combined to give a resultant R_1 as shown in fig.(a). Since R_1 is equivalent to replaces F and P the original system of three forces now consists of only two: R_1 and Q .
These may also combined by the parallelogram method to give the final resistance R . If the original system consists of more than these forces, this same technique can be extended to include the additional forces.

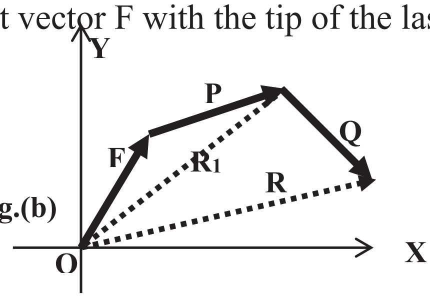
Fig.(a)



b-Triangle method:

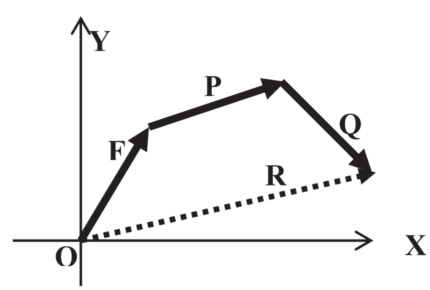
The same resultant can be more readily obtained by the use of free vectors and application triangle law.
The total resistance of the system being obtained by joing the tail of the first vector F with the tip of the last vector Q as shown in fig. (b).

Fig.(b)

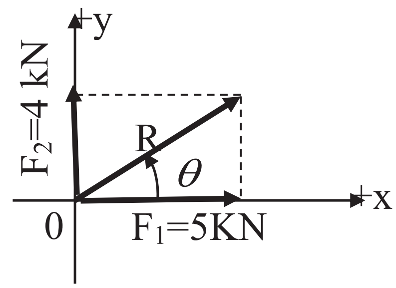


c-Polygon method:

Fig.(c)



Example (1):- Determine the (magnitude and direction) of the resultant (R) of two forces as shown in Fig. ( ) by ***graphical method***



<u>Sol.</u>

Assume scaling factor= $\frac{1KN}{1CM}$

نختار مقياس رسم معين مثلا 1kN=1cm

4kN = 4 cm , 5kN = 5 cm

نرسم القوة الاولى F_1 = 5cm على محور x

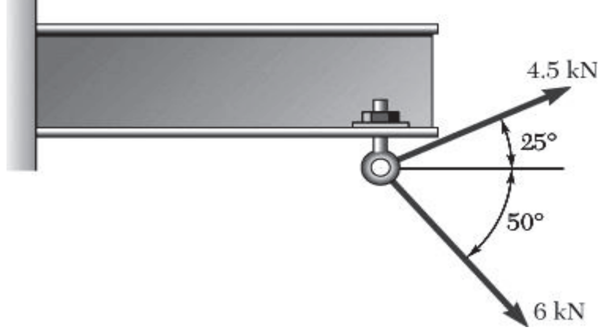
نرسم القوة الثانية F_2 = 4cm على محور y ثم نكمل

المستطيل فالمحصلة هي الخط الواصل بين نقطة التأثير

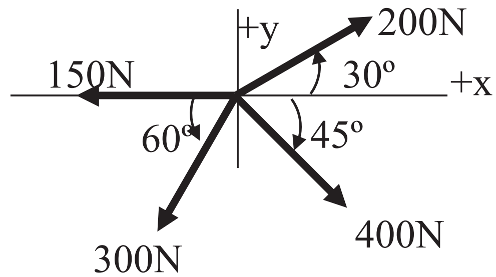
ونقطة تلاقي القوتين ثم نقوم بقياس المحصلة بواسطة المسطرة ونضرب في مقياس الرسم.

<u>Problems</u>

H.W//Two forces are applied to an eye bolt fastened to a beam. Determine
graphically the magnitude and direction of their resultant using (*a*) the parallelogram method, (*b*) the triangle method.



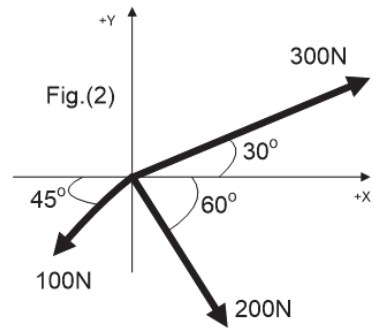
H.W//: Determine the (magnitude and direction) of the resultant (R) of the forces system as shown in Fig. ( )
by ***graphical method*** (Polygon method)



H.W//Convert the quantity to appropriate SI Unit.

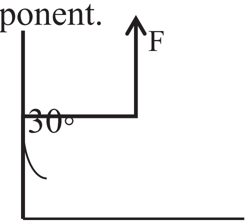
1- 3km / h
2- 10 Ib.ft to N.m .
3- 20 slugs to kg.

H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant of forces system as shown in Fig (1).

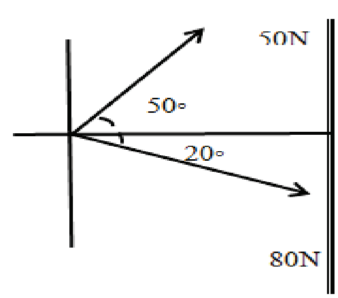


H.W// The horizontal component of the force (F) in the fig is 100N

Determine the magnitude of force and the vertical component.

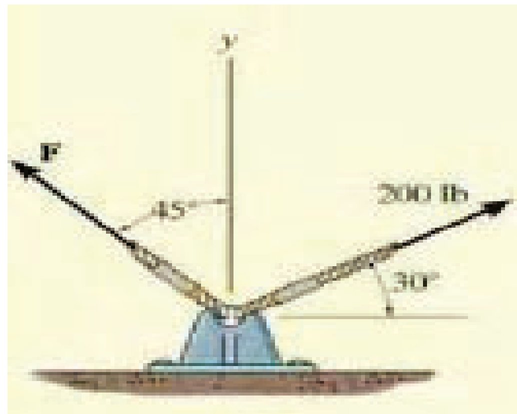


H.W//Determine the resultant force of the fig below by parallelogram method

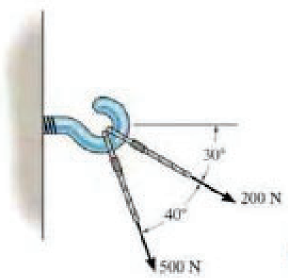


H.W// Determine the magnitude of the component(F) in the fig if

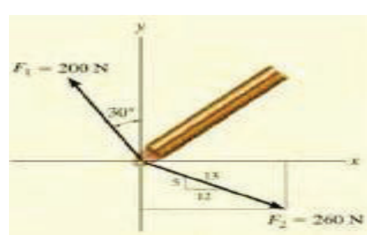
(R) is directed along the positive(Y) axis?



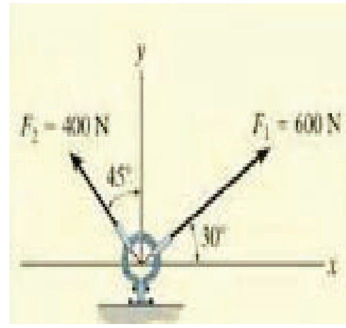
H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant force and its direction mesured clockwise from the x axis (parallelogram method)?



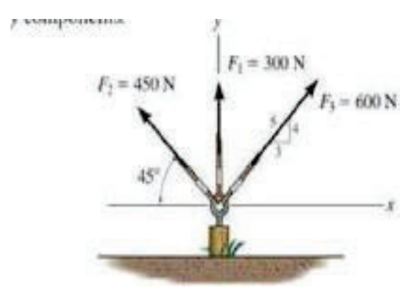
H.W// Determine the X and Y component as shown in the fig



H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant force and its direction mesured clockwise from the x axis (parallelogram method)?



H.W//Determine the magnitude and direction of the resultant force shown in fig ?



Engineering Mechanic (Statics)

First Part

الميكانيك الهندسي (الاستاتيك)

الجزء الأول

Addition of a System of Coplanar Forces جمع نظام قوى مستوية

When a force is resolved into two components along the x and y axes, the components are then called ***rectangular components***. For analytical work we can represent these components in one of two ways, using either scalar or Cartesian vector notation.

عند تحليل قوة الى مركبتين باتجاه المحاور x و y فان المركبتين حينها تسمى مركبات المستطيل ولغرض التحليل يمكن تمثيل المركبتين باحدى طريقتين هما بيان المتجه الكمي او الكارتيزي:

Scalar Notation. The rectangular components of force $\mathbf{F}$ shown in Fig. 2–15*a* are found using the parallelogram law, so that $\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$. Because these components form a right triangle, they can be determined from

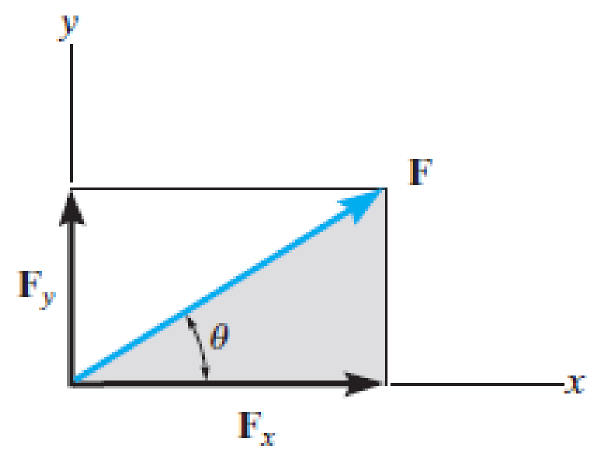
$$F_x = F\cos\theta \qquad \text{and} \qquad F_y = F\sin\theta$$

البيان الكمي : مركبات المستطيل للقوة F الموضحة في الشكل (2-15a) يتم ايجادها باستخدام قانون متوازي المستطيلات لذلك فان :

$$F = F_x + F_y$$

لان هذه المركبات تشكل المثلث الايمن ويمكن حسابهما من :

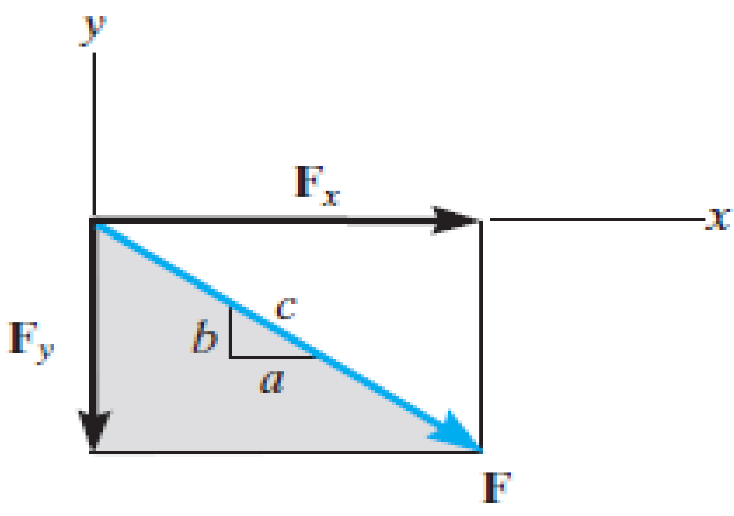
$$F_x = F\cos\theta \quad , \quad F_y = F\sin\theta$$



(a)

Instead of using the angle θ, however, the direction of **F** can also be defined using a small "slope" triangle, as in the example shown in Fig. 2–15*b*. Since this triangle and the larger shaded triangle are similar, the proportional length of the sides gives

وبدلا من استخدام الزاوية θ فانه يمكن تحديد اتجاه القوة F باستخدام مثلث الميل الصغير كما في الشكل (b)
وبما ان هذا المثلث والمثلث المظلل الاكبر متشابهان فان تناسب الاطوال يكون :



(b)

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c}$$

or

$$F_x = F\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c}$$

or

$$F_y = -F\left(\frac{b}{c}\right)$$

Here the y component is a *negative scalar* since $\mathbf{F}_y$ is directed along the negative y axis.

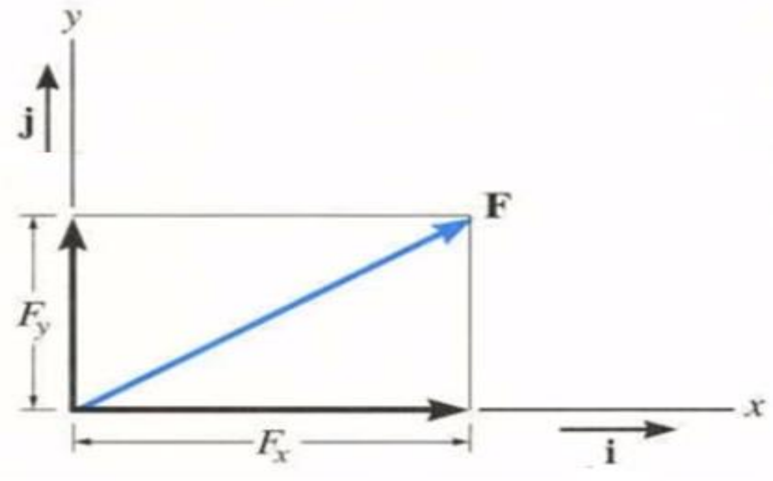
هنا المركبة y كمية سالبة لان اتجاه F_y باتجاه محور y السالب

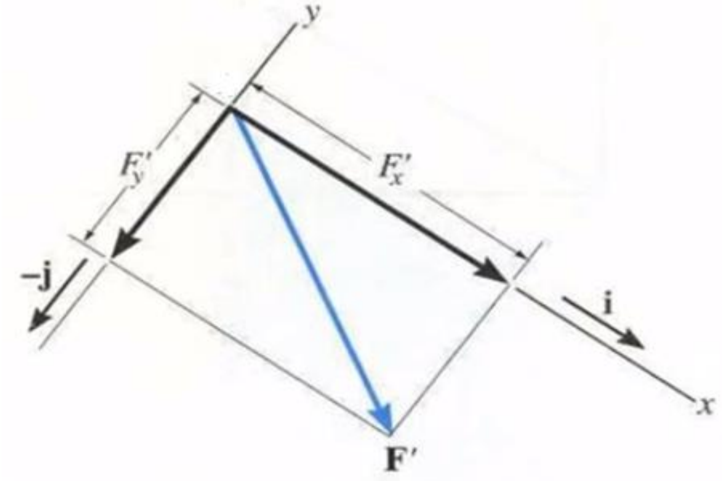
Cartesian Vector Notation. It is also possible to represent the x and y components of a force in terms of Cartesian unit vectors **i** and **j**. They are called unit vectors because they have a dimensionless magnitude of 1, and so they can be used to designate the *directions* of the x and y axes, respectively, Fig. 2–16.*

Since the *magnitude* of each component of **F** is *always a positive quantity*, which is represented by the (positive) scalars F_x and F_y, then we can express **F** as a *Cartesian vector*,

$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

بيان المتجه الكارتيزي: كما يمكن تمثيل المركبات x و y للقوة بتعبير متجهات الوحدة الكارتيزية i و j وقد سميت كذلك لان لها قيمة 1 بدون وحدات ، وتكون F كمتجه كارتيزي: $F = F_x i + F_y j$



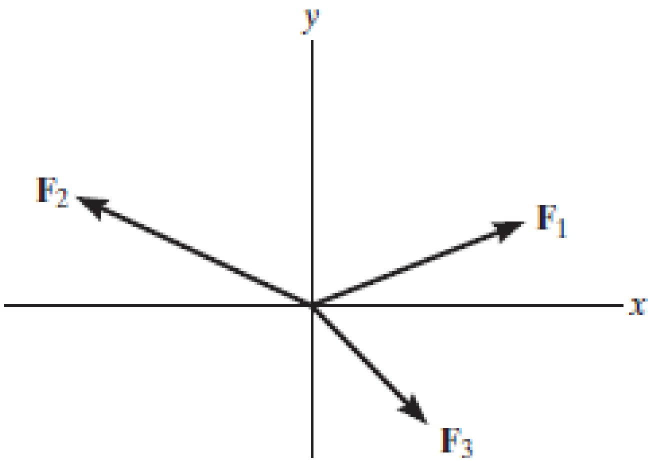


$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

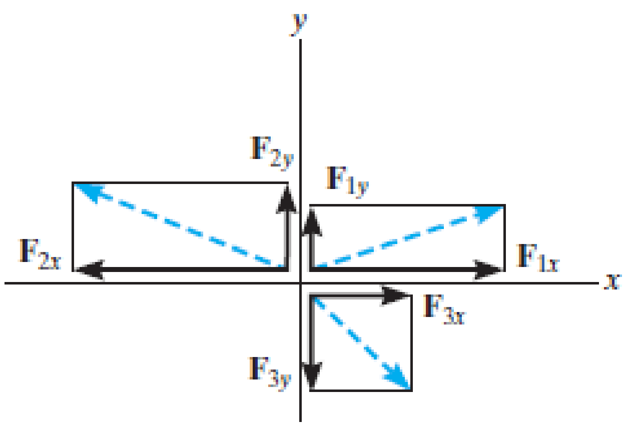
$$\mathbf{F}' = F'_x\mathbf{i} + F'_y(-\mathbf{j})$$

$$\mathbf{F}' = F'_x\mathbf{i} - F'_y\mathbf{j}$$

► Coplanar Force Resultants. ◄محصلة قوى مستوية



(a)



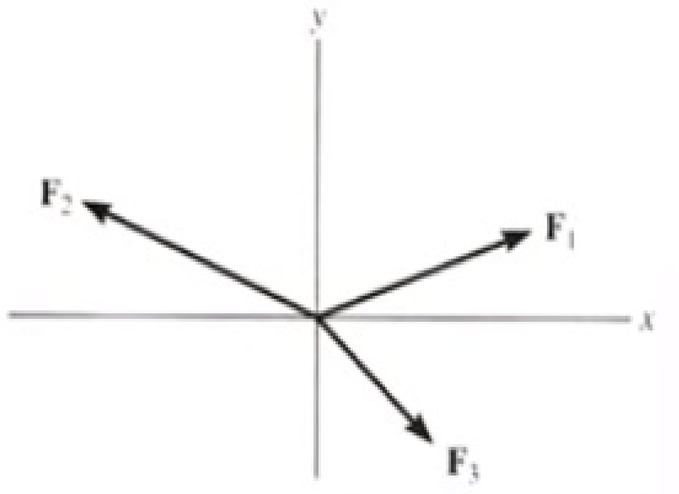
(b)

$$\mathbf{F}_1 = F_{1x}\,\mathbf{i} + F_{1y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_2 = -F_{2x}\,\mathbf{i} + F_{2y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_3 = F_{3x}\,\mathbf{i} - F_{3y}\,\mathbf{j}$$

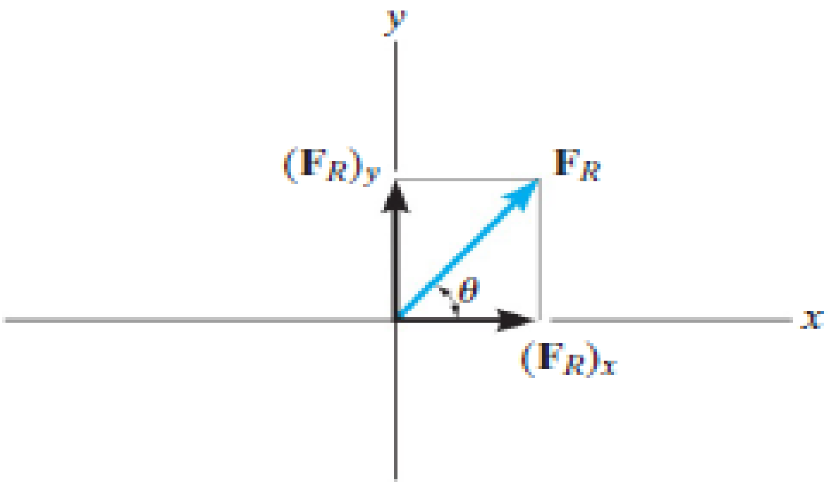
$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 \\ &= F_{1x}\mathbf{i} + F_{1y}\mathbf{j} - F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{3x}\mathbf{i} - F_{3y}\mathbf{j} \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x})\mathbf{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y})\mathbf{j} \\ &= (F_{Rx})\mathbf{i} + (F_{Ry})\mathbf{j}\end{aligned}$$

$$(F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$
$$(F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \qquad \boxed{(F_R)_x = \Sigma F_x}$$
$$(+\uparrow) \qquad \boxed{(F_R)_y = \Sigma F_y}$$



$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$



(c)

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right|$$

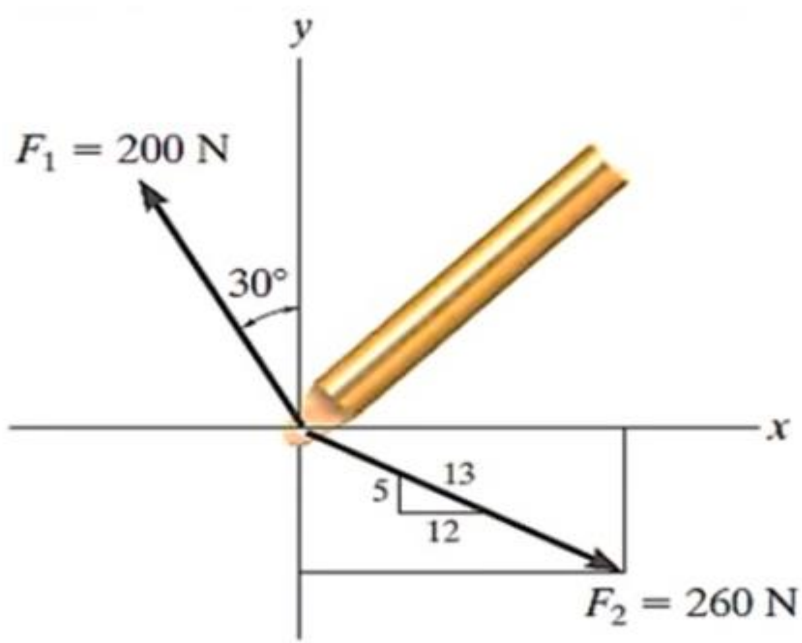
Examples أمثلة

Example (1):

Determine the X and y components of F1 and F2 acting on the boom shown. Express each force as Cartesian vector.

مثال(1):

احسب مركبات القوتين (F2, F1) اللتين تؤثران على الذراع المبين ، عبر عن كل قوة كمتجه كارتيزي



Scalar Notation.

$$F_{1x} = -200 \sin 30^\circ \text{ N} = -100 \text{ N} = 100 \text{ N} \leftarrow$$

$$F_{1y} = 200 \cos 30^\circ \text{ N} = 173 \text{ N} = 173 \text{ N} \uparrow$$

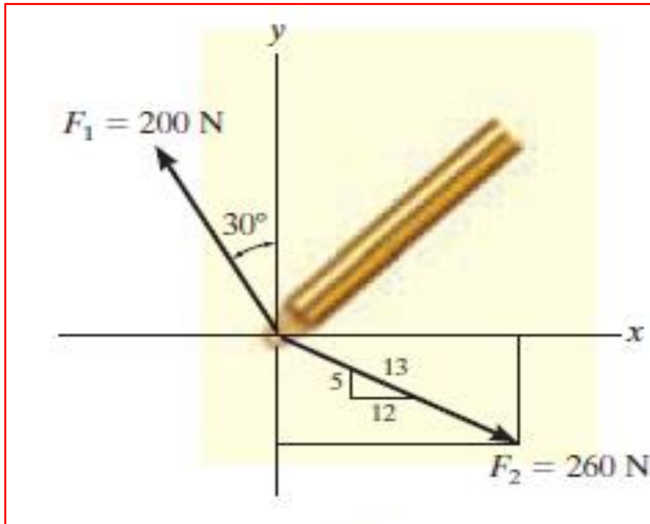
$$\frac{F_{2x}}{260 \text{ N}} = \frac{12}{13} \qquad F_{2x} = 260 \text{ N}\left(\frac{12}{13}\right) = 240 \text{ N} \rightarrow$$

Similarly, $F_{2y} = 260 \text{ N}\left(\frac{5}{13}\right) = 100 \text{ N} \downarrow$

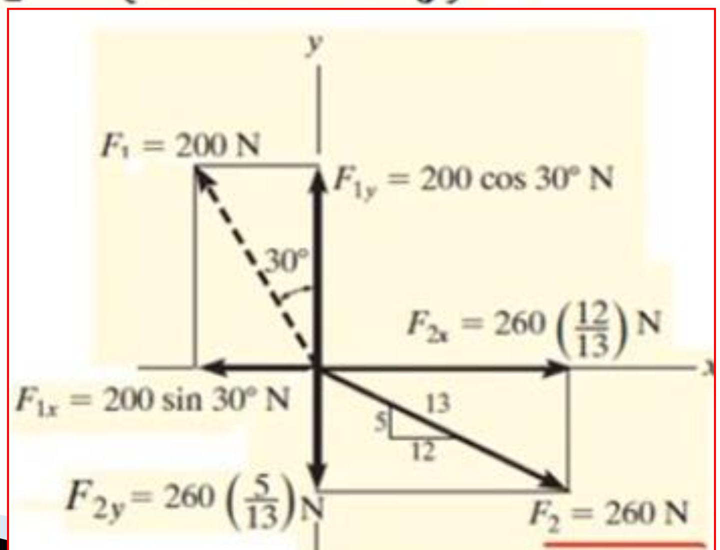
Cartesian Vector Notation.

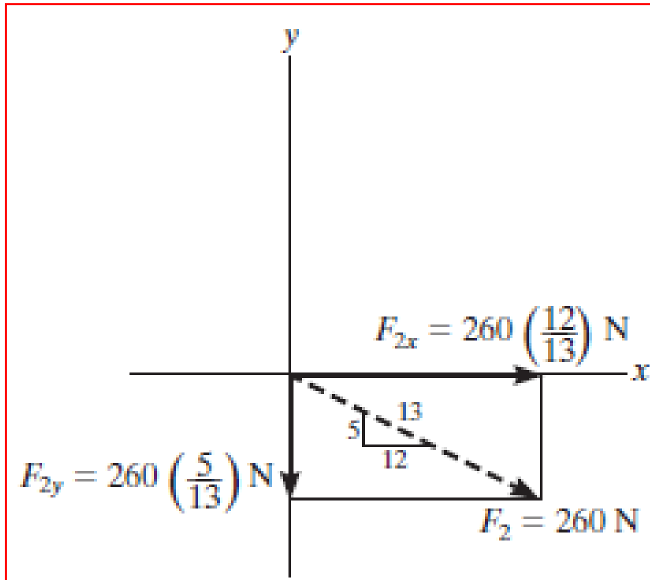
$$\mathbf{F}_1 = \{-100\mathbf{i} + 173\mathbf{j}\} \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_2 = \{240\mathbf{i} - 100\mathbf{j}\} \text{ N}$$



(a)





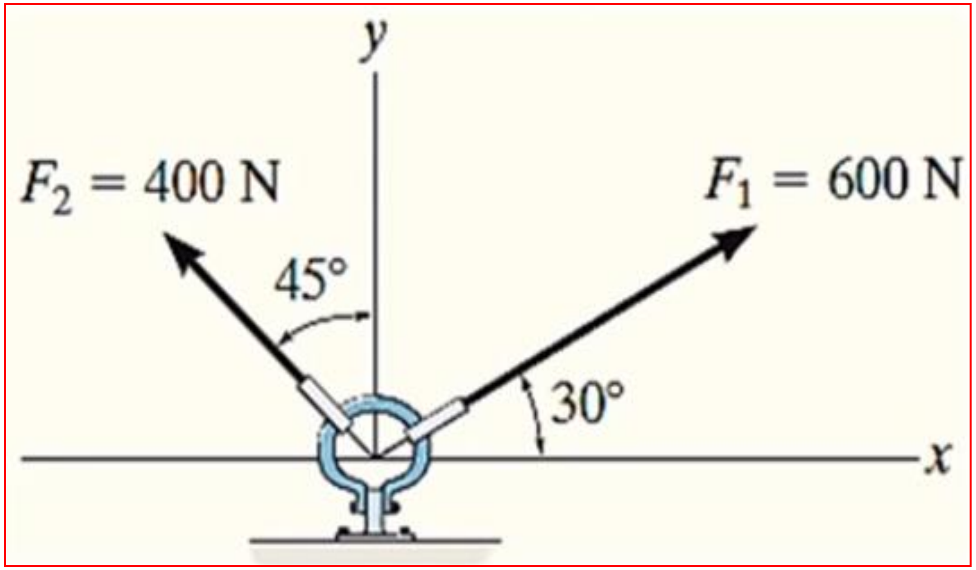
(c)

Example (2):

The shown screw eye in Figure is subjected to two Forces, F1 and F2. Determine the magnitude and direction of the resultant Force.

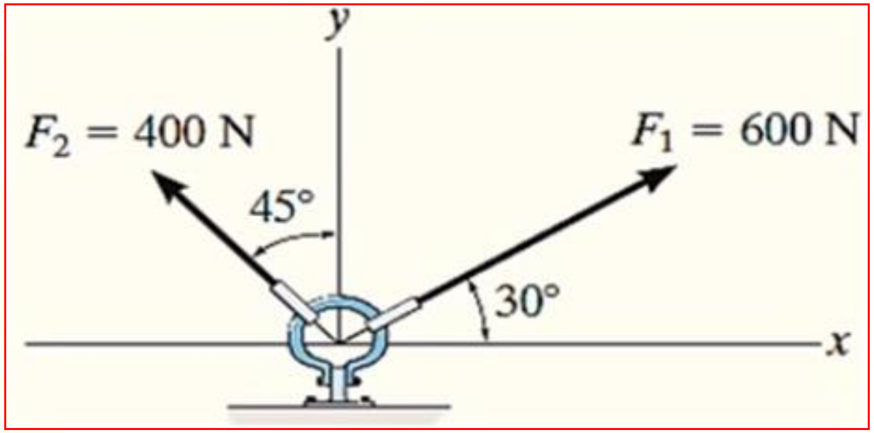
مثال(2):

احسب محصلة القوتان (F2,F1) اللتان توثران على رأس المسمار المبين بالشكل .



SOLUTION I

Scalar Notation.

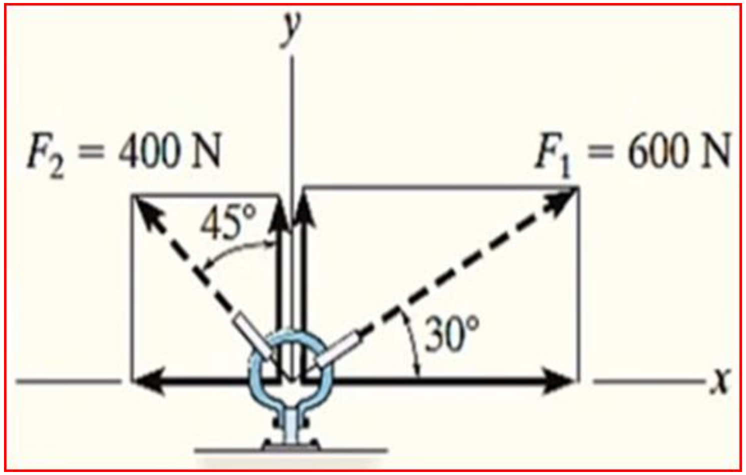


$$\xrightarrow{+} F_{Rx} = \Sigma F_x$$

$$F_{Rx} = 600 \cos 30° \text{ N} - 400 \sin 45° \text{ N} \;\; = 236.8 \text{ N} \rightarrow$$

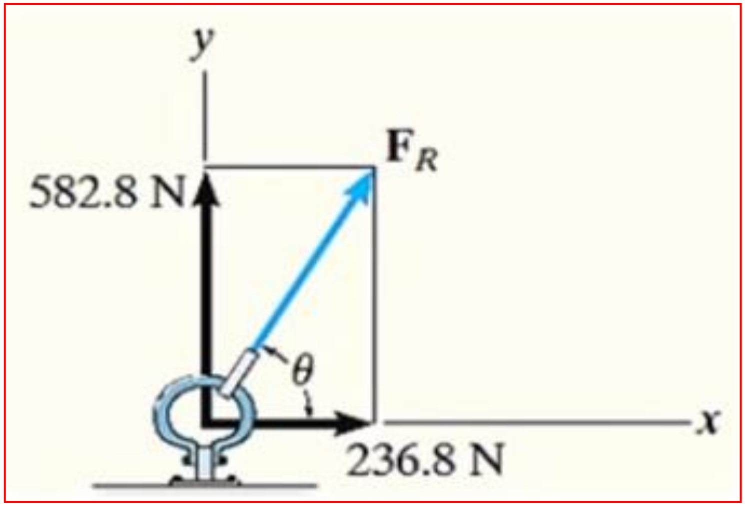
$$+\uparrow F_{Ry} = \Sigma F_y$$

$$F_{Ry} = 600 \sin 30° \text{ N} + 400 \cos 45° \text{ N} = 582.8 \text{ N} \uparrow$$



$$F_R = \sqrt{(236.8\ \mathrm{N})^2 + (582.8\ \mathrm{N})^2} = 629\ \mathrm{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\ \mathrm{N}}{236.8\ \mathrm{N}}\right) = 67.9^\circ$$



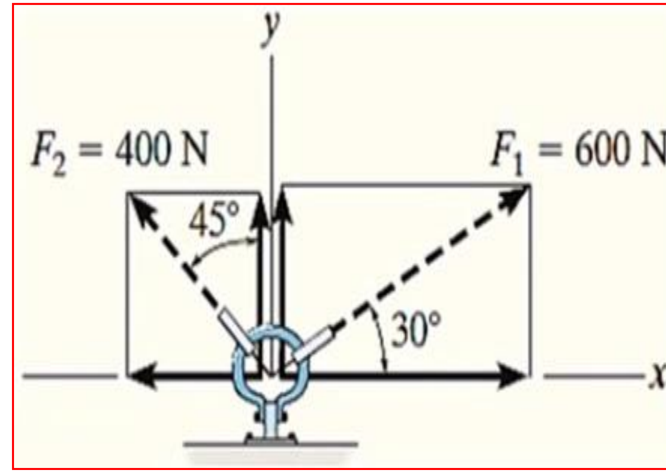
SOLUTION II

Cartesian Vector Notation.

$$\mathbf{F}_1 = \{600 \cos 30°\mathbf{i} + 600 \sin 30°\mathbf{j}\}\text{ N}$$

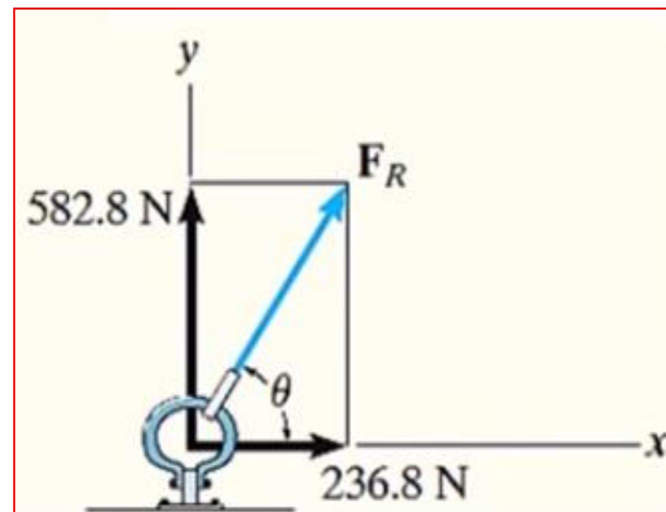
$$\mathbf{F}_2 = \{-400 \sin 45°\mathbf{i} + 400 \cos 45°\mathbf{j}\}\text{ N}$$

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (600 \cos 30°\text{ N} - 400 \sin 45°\text{ N})\mathbf{i} + (600 \sin 30°\text{ N} + 400 \cos 45°\text{ N})\mathbf{j} = \{236.8\mathbf{i} + 582.8\mathbf{j}\}\text{ N}$$



$$F_R = \sqrt{(236.8\text{ N})^2 + (582.8\text{ N})^2} = 629\text{ N}$$

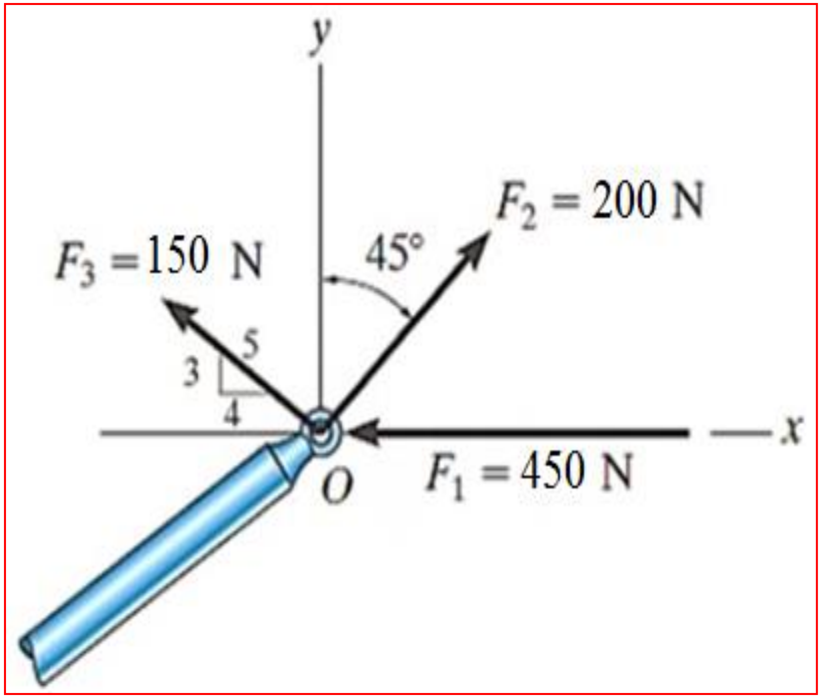
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\text{ N}}{236.8\text{ N}}\right) = 67.9°$$



Home Work الواجب البيتي

The end of the shown boom O is subjected to three concurrent and coplanar forces. Determine the magnitude and direction of the resultant force.

نقطة نهاية ذراع التطويل المبين بالشكل (O) معرض لثلاث قوى متلاقية ومستوية . احسب قيمة واتجاه المحصلة .



- **Right-Handed Coordinate System** ◄ قاعدة اليد اليمنى لنظام الاحداثيات

Rectangular components of a Vector ***المركبات المستطيلة للمتجه***

- **Cartesian Unit Vectors.** ◄ متجه الوحدة الكارتيزي

Magnitude of a Cartesian Vector. قيمة المتجه الكارتيزي

Direction of a Cartesian Vector. اتجاه المتجه الكارتيزي

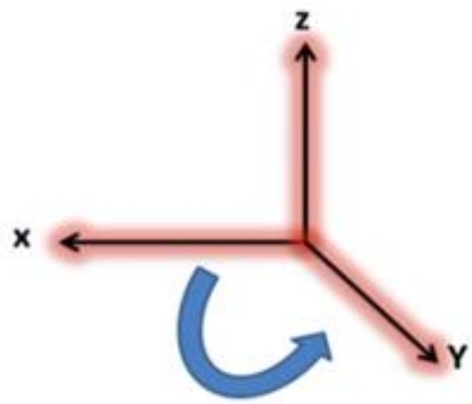
- **Unit Vector.** ◄ متجه الوحدة

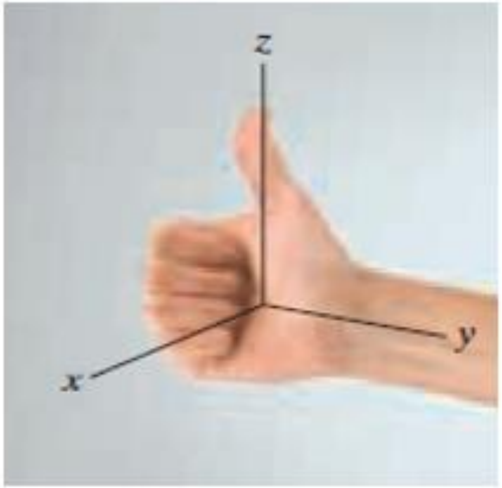
- **Addition and subtraction of Cartesian Vectors**
◄ جمع وطرح المتجهات الكارتيزية

► Right-Handed Coordinate System ◄ قاعدة اليد اليمنى لنظام الإحداثيات

Right-Handed Coordinate System. We will use a right-handed coordinate system to develop the theory of vector algebra that follows. A rectangular coordinate system is said to be ***right-handed*** if the thumb of the right hand points in the direction of the positive z axis when the right-hand fingers are curled about this axis and directed from the positive x towards the positive y axis, Fig. 2–21.

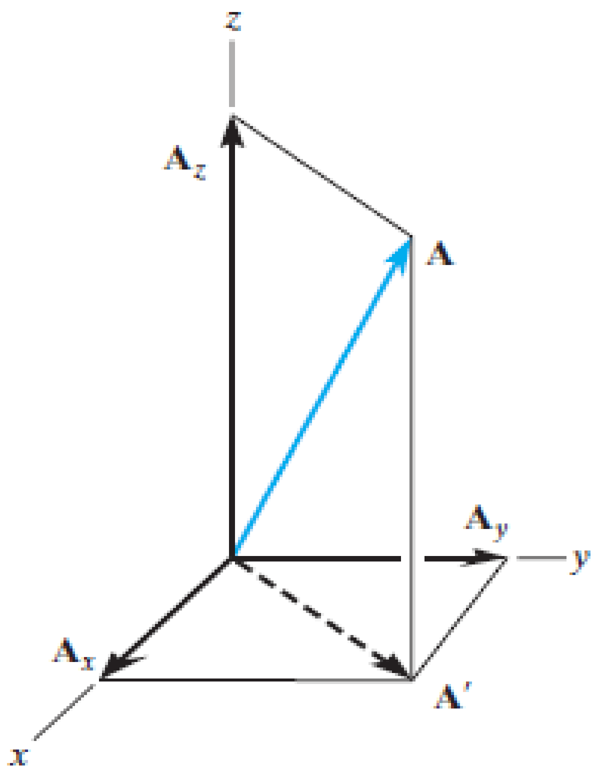
تستخدم قاعدة اليد اليمنى لانشاء نظرية جبر المتجهات التالية : يقال عن نظام احداثيات المستطيل انه يد يمنى اذا كان ابهام اليد اليمنى يشير الى الجانب الموجب من محور z عندما تكون اصابع اليد اليمنى ملتفة حول ذلك المحوروتشير من x الموجب باتجاه y الموجب





Right-handed coordinate system

► Rectangular Components of a Vector ◄ المركبات المستطيلة للمتجه

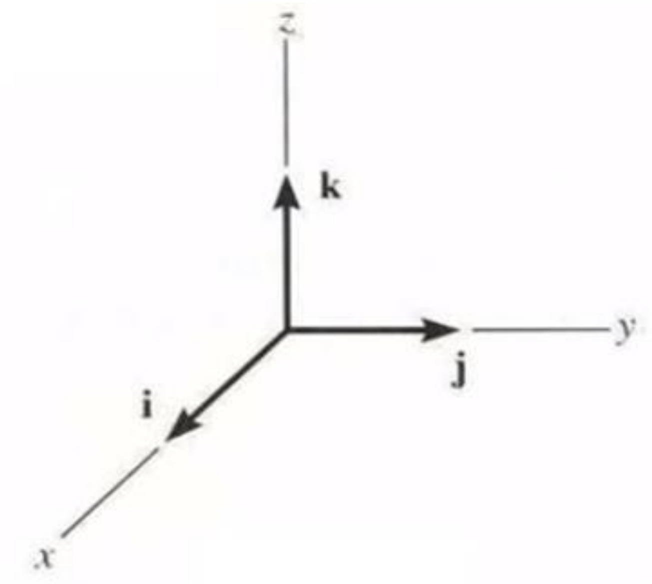


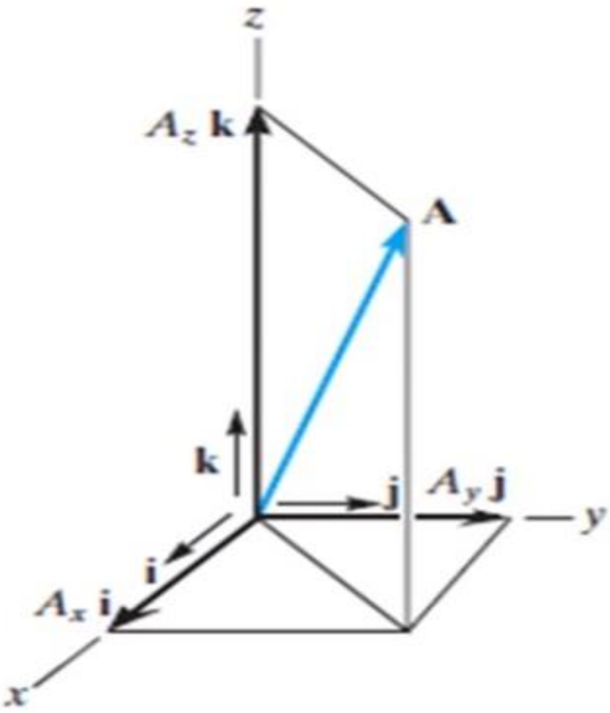
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \mathbf{A}_z$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$

► Cartesian Unit Vectors. ◄ متجه الوحدة الكارتيزي





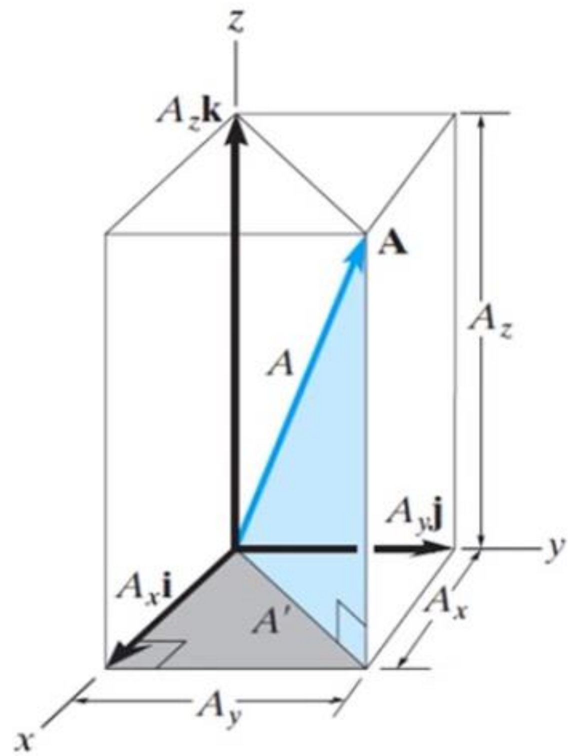
$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

► Magnitude of a Cartesian Vector. قيمة المتجه الكارتيزي ◄

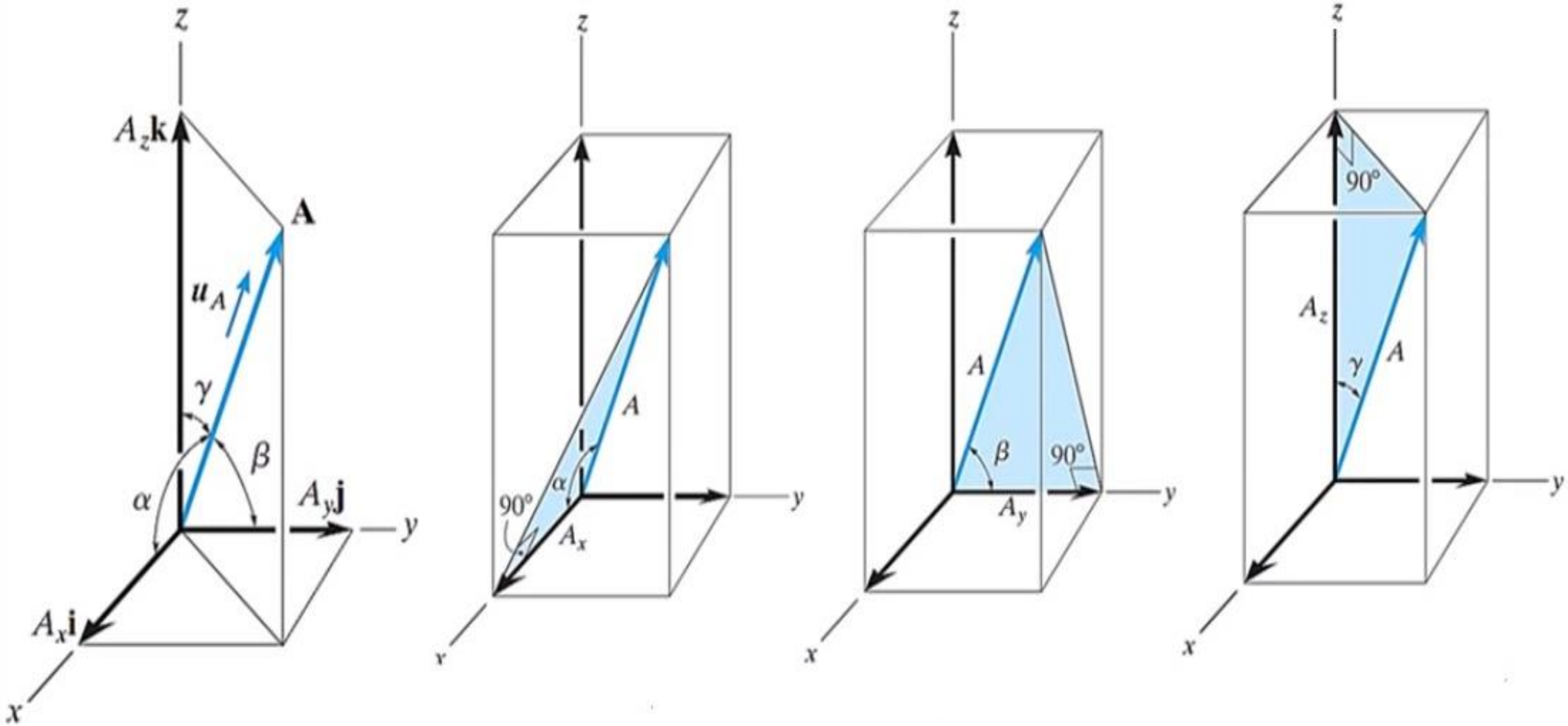
$$A = \sqrt{A'^2 + A_z^2}$$

$$A' = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$



► Coordinate Direction Angles احداثيات زوايا الاتجاه



$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

► Unit Vector. ◄ متجه الوحدة

$$\boxed{\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{u}_A = \cos\alpha\,\mathbf{i} + \cos\beta\,\mathbf{j} + \cos\gamma\,\mathbf{k}$$

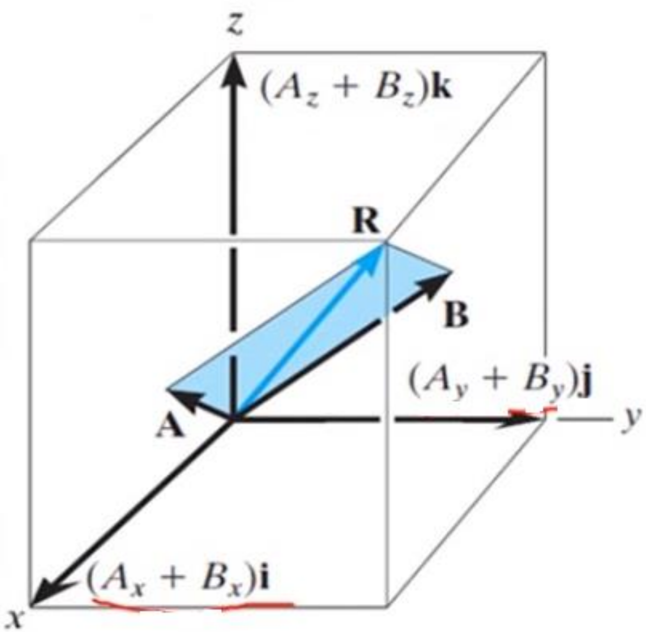
$$\boxed{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1}$$

$$\mathbf{A} = A\mathbf{u}_A$$

$$= A\cos\alpha\,\mathbf{i} + A\cos\beta\,\mathbf{j} + A\cos\gamma\,\mathbf{k}$$

$$\boxed{= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}}$$

► Addition and subtraction of Cartesian Vectors   ◄ جمع وطرح المتجهات الكارتيزية



$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{R}' = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} + (A_z - B_z)\mathbf{k}$$

For several concurrent forces ⟹ $\boxed{\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \Sigma F_x\mathbf{i} + \Sigma F_y\mathbf{j} + \Sigma F_z\mathbf{k}}$

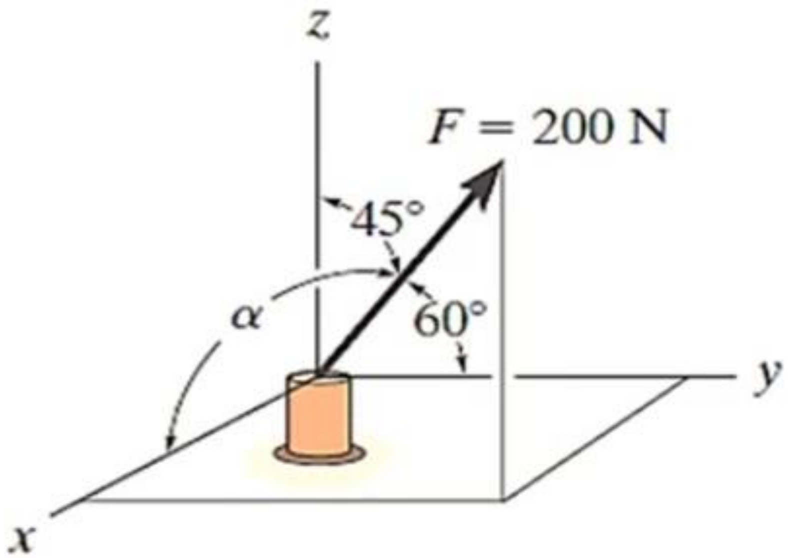
Examples   امثلة

Example (4):

Express the force F shown in the Figure as a Cartesian vector.

مثال(4):

عبر عن القوة F المبينة بالشكل كمتجه كارتيزي.



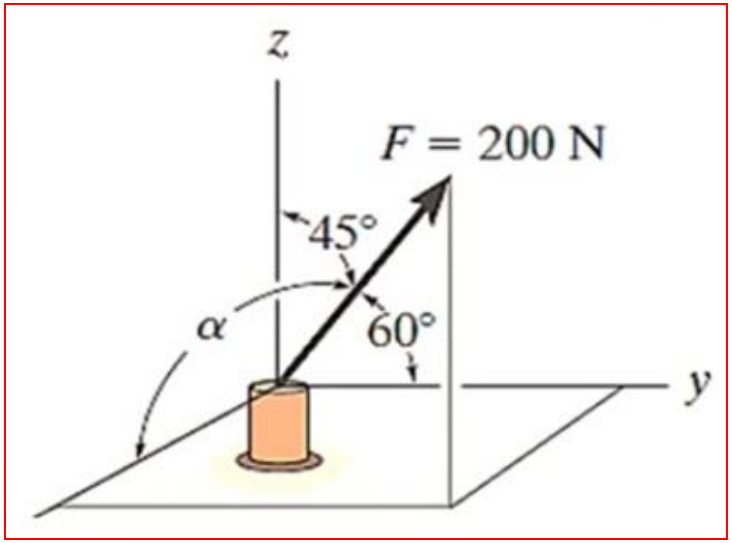
$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - (0.707)^2 - (0.5)^2} = \pm 0.5$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0.5) = 60^\circ$$

or $\quad \alpha = \cos^{-1}(-0.5) = 120^\circ$



$$\mathbf{F} = F\cos\alpha\mathbf{i} + F\cos\beta\mathbf{j} + F\cos\gamma\mathbf{k}$$

$$= 200\cos 60^\circ\ \text{N}\mathbf{i} + 200\cos 60^\circ\ \text{N}\mathbf{j} + 200\cos 45^\circ\ \text{N}\mathbf{k}$$

$$= \{100.0\mathbf{i} + 100.0\mathbf{j} + 141.4\mathbf{k}\}\ \text{N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

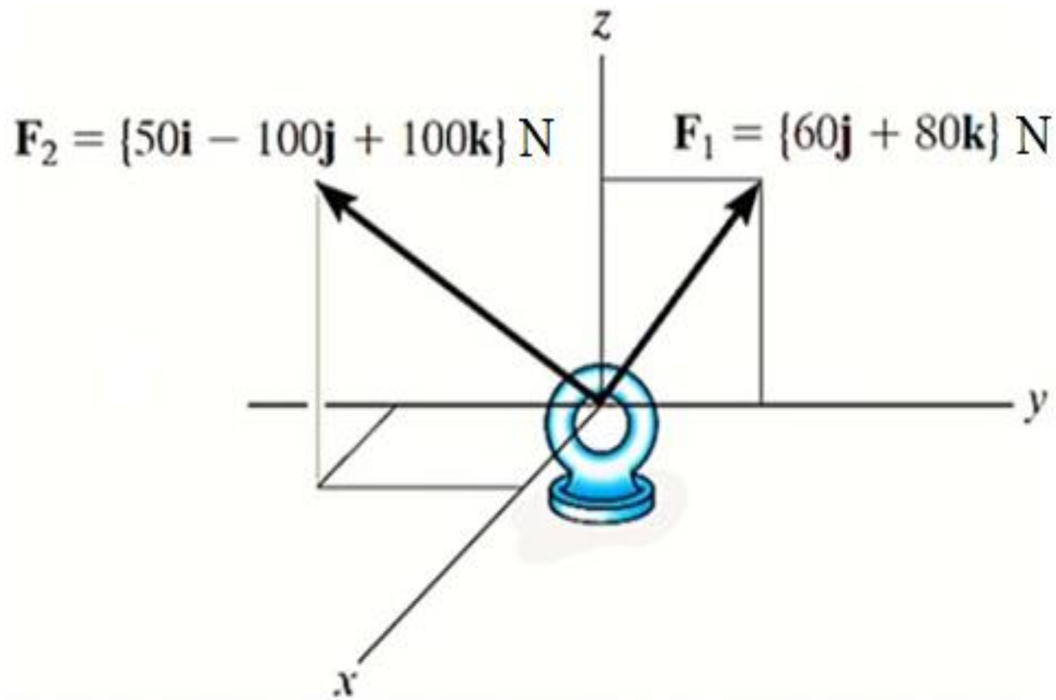
$$= \sqrt{(100.0)^2 + (100.0)^2 + (141.4)^2} = 200\ \text{N}$$

Example (5):

Determine the magnitude and the coordinate direction angles of the resultant force acting on the ring In the Figure

مثال(5):

احسب قيمة واتجاه محصلة القوتين اللتين توثران على الحلقة المبينة بالشكل .

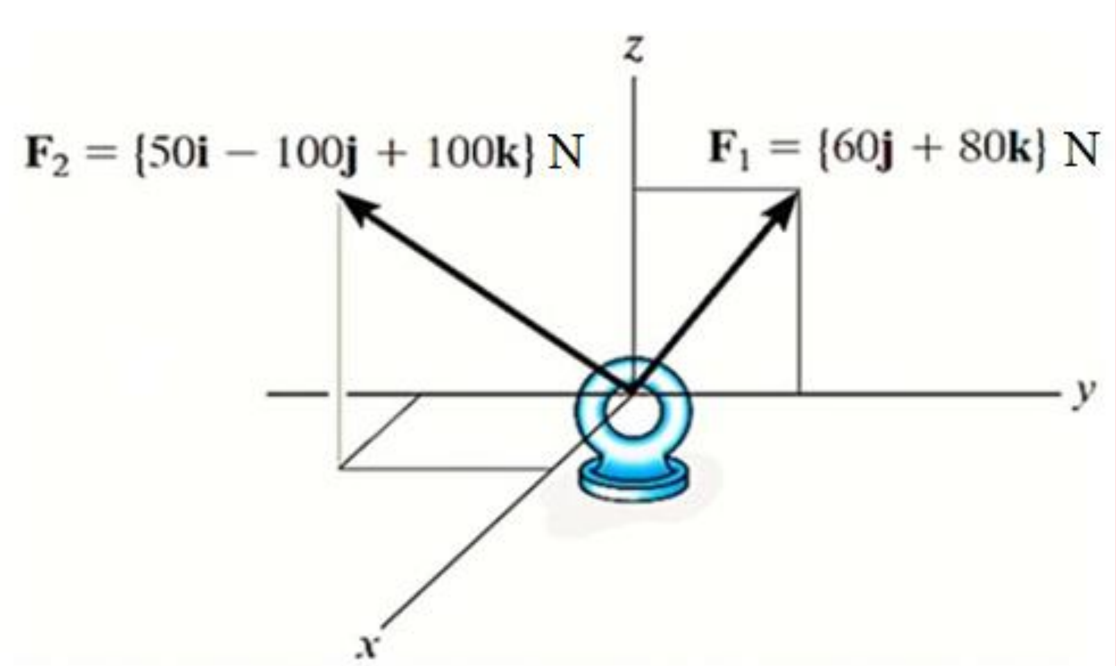


$$\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \{60\mathbf{j} + 80\mathbf{k}\}\,\text{lb} + \{50\mathbf{i} - 100\mathbf{j} + 100\mathbf{k}\}\,\text{N}$$

$$= \{50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 180\mathbf{k}\}\,\text{N}$$

$$F_R = \sqrt{(50)^2 + (-40)^2 + (180)^2}$$

$$= 191.0\ \text{N}$$



$\mathbf{F_R} = 50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 180\mathbf{k}$

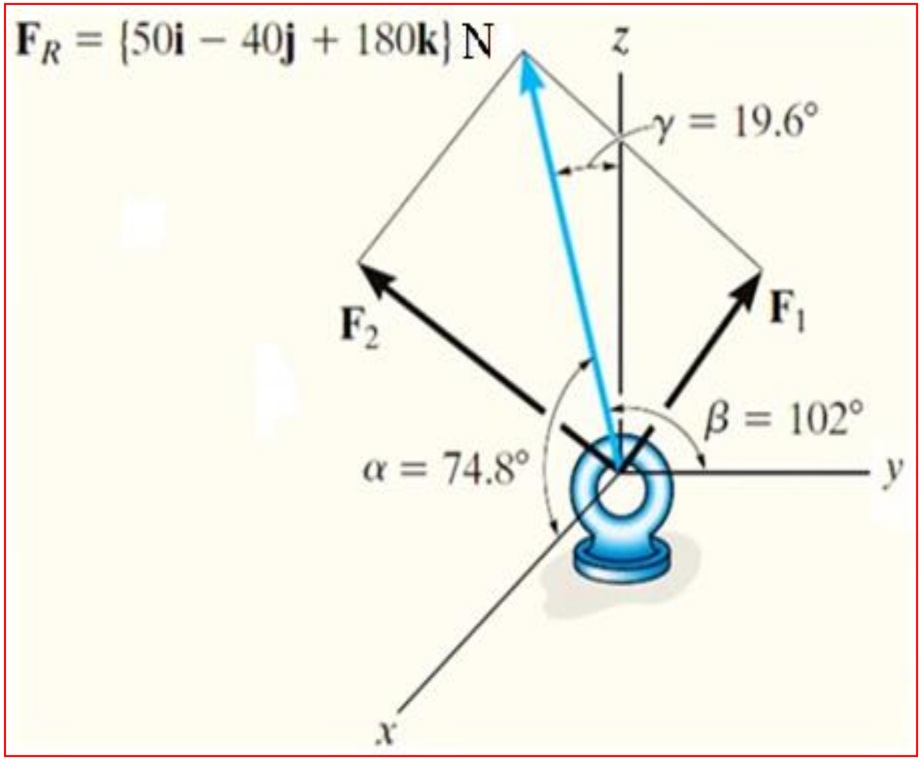
$$\mathbf{u}_{F_R} = \frac{\mathbf{F}_R}{F_R} = \frac{50}{191.0}\mathbf{i} - \frac{40}{191.0}\mathbf{j} + \frac{180}{191.0}\mathbf{k}$$

$$= 0.2617\mathbf{i} - 0.2094\mathbf{j} + 0.9422\mathbf{k}$$

$\cos\alpha = 0.2617$ $\quad$ $\alpha = 74.8°$

$\cos\beta = -0.2094$ $\quad$ $\beta = 102°$

$\cos\gamma = 0.9422$ $\quad$ $\gamma = 19.6°$



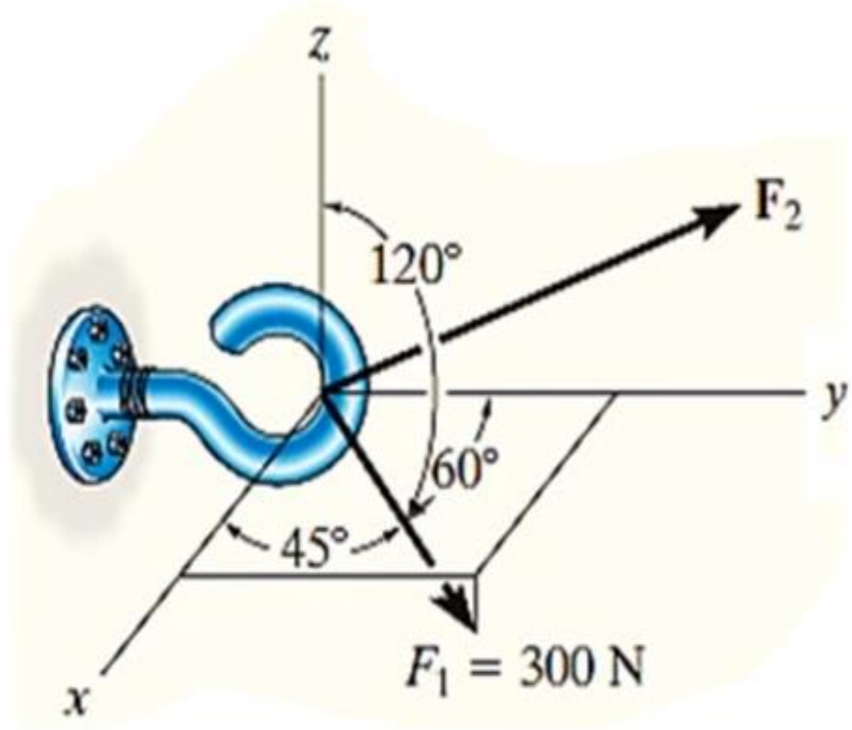
Example (6):

Two forces act on the hook shown in the Figure. Specify the magnitude of F2 and Its coordinate direction angles of F2 that the resultant force FR acts along the positive y axis and has a magnitude of 800 N.

مثال (6):

توجد قوتان توثران على الخطاف المبين بالشكل

احسب قيمة واتجاه القوة (F2) التي تجعل المحصلة تؤثر في اتجاه محور (Y) الموجب وقيمتها 800 نيوتن .



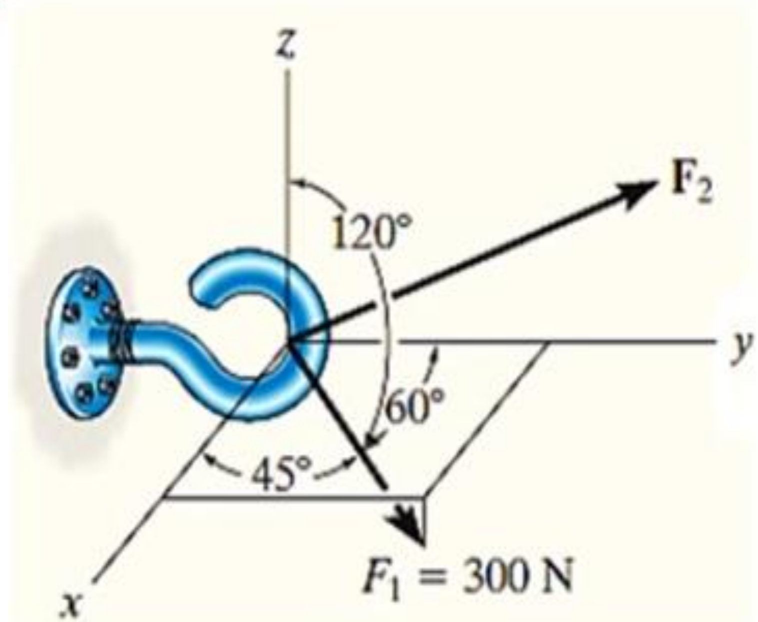
$$\mathbf{F}_1 = F_1\mathbf{u}_{F_1} = F_1 \cos\alpha_1\mathbf{i} + F_1\cos\beta_1\mathbf{j} + F_1\cos\gamma_1\mathbf{k}$$

$$= 300\cos 45^\circ\,\mathbf{i} + 300\cos 60^\circ\,\mathbf{j} + 300\cos 120^\circ\,\mathbf{k}$$

$$= \{212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k}\}\text{ N}$$

$$\mathbf{F}_2 = F_2\mathbf{u}_{F_2} = F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_R = (800\text{ N})(+\mathbf{j}) = \{800\mathbf{j}\}\text{ N}$$



$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

$$800\mathbf{j} = 212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k} + F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}$$

$$800\mathbf{j} = (212.1 + F_{2x})\mathbf{i} + (150 + F_{2y})\mathbf{j} + (-150 + F_{2z})\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

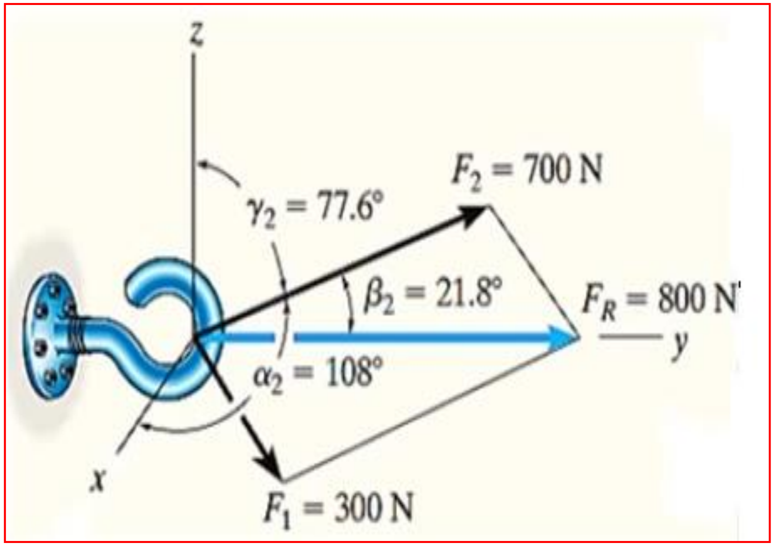
$$800\mathbf{j} = 212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k} + F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}$$

$$800\mathbf{j} = (212.1 + F_{2x})\mathbf{i} + (150 + F_{2y})\mathbf{j} + (-150 + F_{2z})\mathbf{k}$$

$$0 = 212.1 + F_{2x} \qquad F_{2x} = -212.1 \text{ N}$$

$$800 = 150 + F_{2y} \qquad F_{2y} = 650 \text{ N}$$

$$0 = -150 + F_{2z} \qquad F_{2z} = 150 \text{ N}$$



$$-212.1 = 700\cos\alpha_2 \quad \alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{-212.1}{700}\right) = 108°$$

$$650 = 700\cos\beta_2 \quad \beta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{650}{700}\right) = 21.8°$$

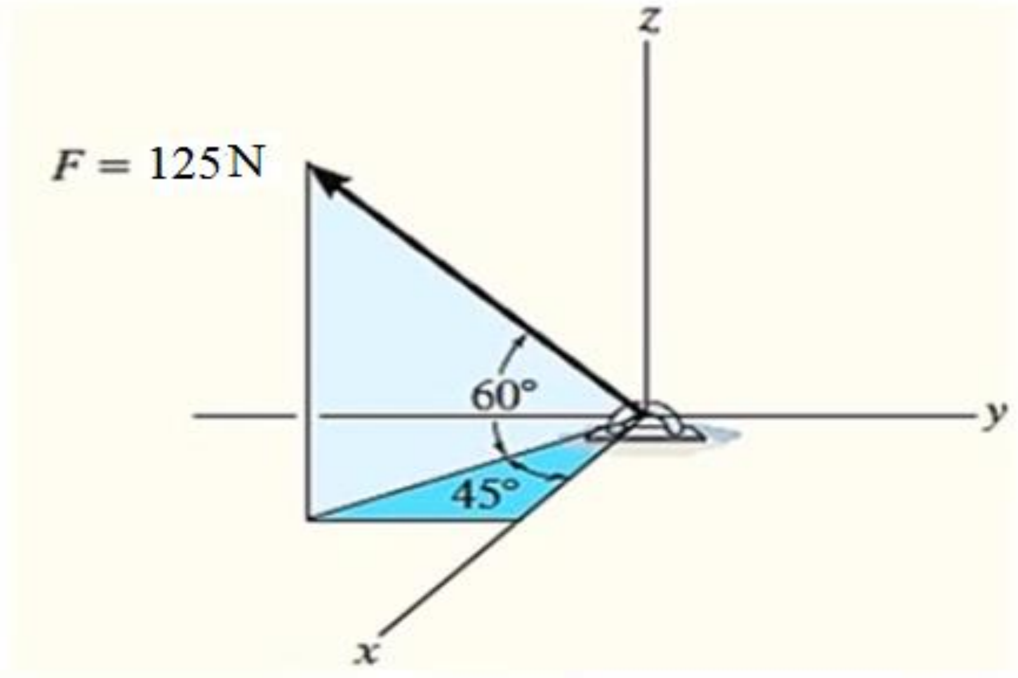
$$150 = 700\cos\gamma_2; \quad \gamma_2 = \cos^{-1}\left(\frac{150}{700}\right) = 77.6°$$

Home work

الواجب

Express the force F shown in the Figure as a Cartesian vector.

عبر عن القوة المبينة بالشكل كمتجه كارتيزي.

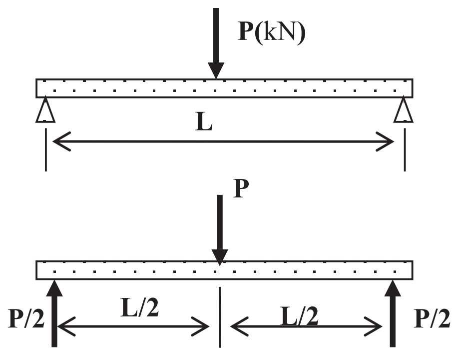


مقاومة المواد (Strength of the materials)

إن علم مقاومة المواد هو يدرس تأثير الأحمال المسلطة على الأجسام وبالتالي حساب الاجهادات والانفعالات والتشوهات الحاصلة فيها وذلك يمكن تصميم المقاطع الهندسية دون حدوث فشل فيها وبعمر تشغيل أطول.

أنواع الحمل (Types of load):

1-الحمل المركز: (Concentrated Load)

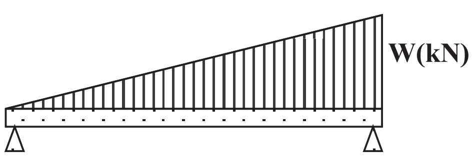


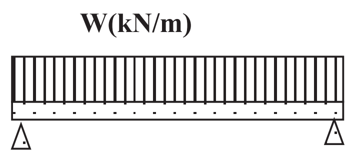
2-الحمل الموزع : (Distributed Load)

Distributed Load

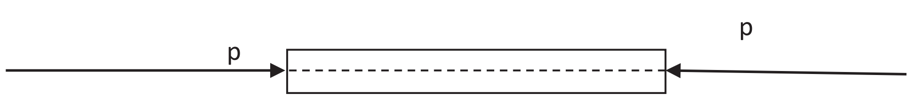
Not uniformly distributed load

uniformly distributed load





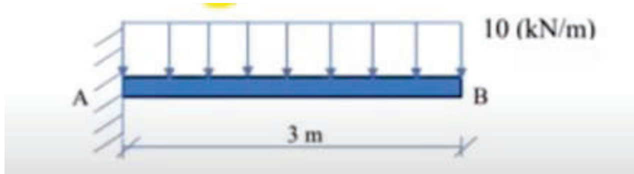
3-الحمل المحورى : Axial load هو الحمل الذي يكون فيه اتجاه القوة بأتجاه محور العتب



$$\sigma = \frac{p}{A}$$

طرق حل اسئلة الاحمال

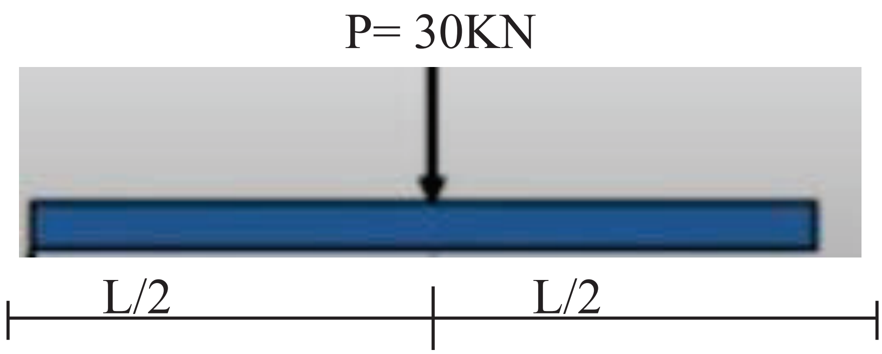
1- اذا كان شكل الحمل مستطيل .



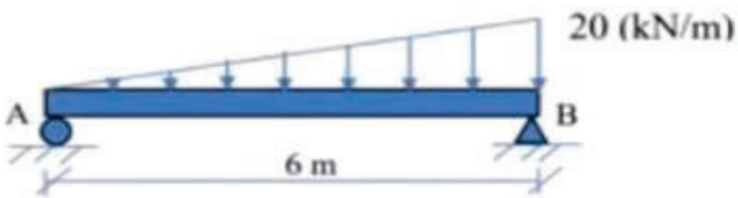
*ملاحظة :- يتم حساب الحمل من خلال حساب مساحة الشكل

10*3= 30KN

حيث يكون الشكل الجديد للحمل كالاتي



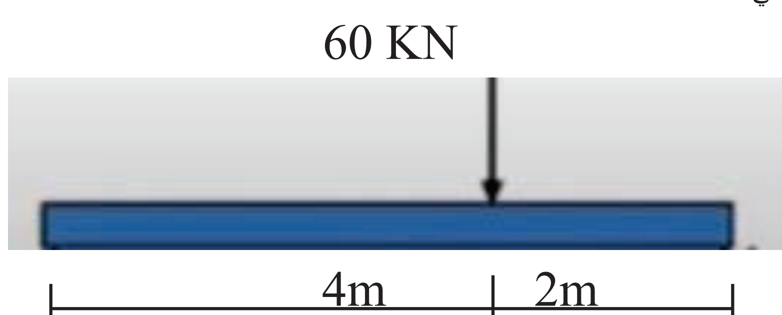
2- اذا كان الشكل مثلث



*ملاحظة :- يتم حساب الحمل من خلال حساب مساحة الشكل

1/2*6*20= 60 KN

حيث سيكون الشكل كالاتي

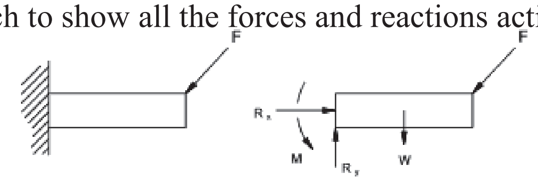


اما بالنسبة للبعد فيتم توزيعها من خلال حاصل ضرب قيمة البعد القريبة من الحمل * 1/3

اما البعد الاخر فيتم ضربه *2/3

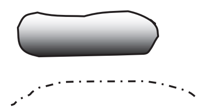
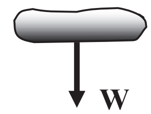
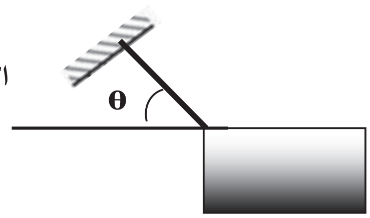
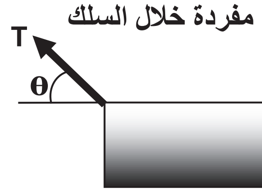
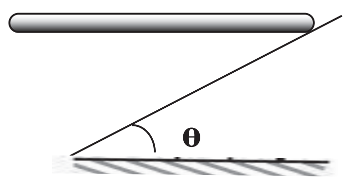
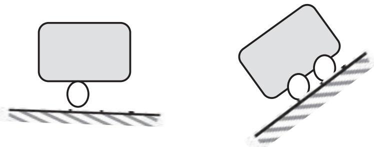
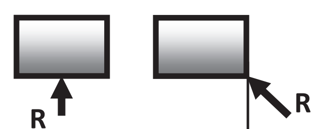
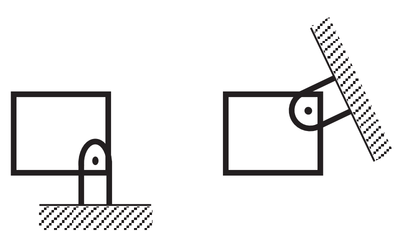
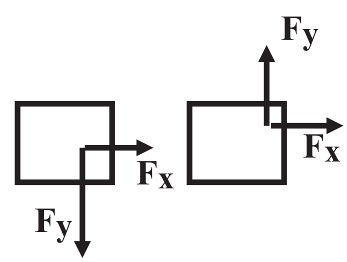
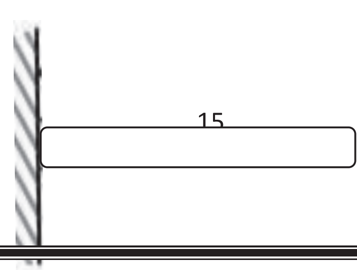
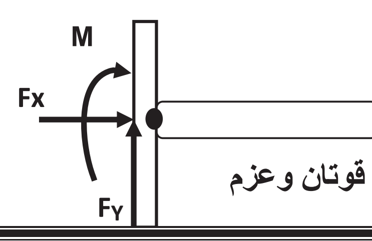
- **Free body diagrams** **مخطط الجسم الحر**

Free body diagram : is a sketch to show all the forces and reactions acting on the body
For example :

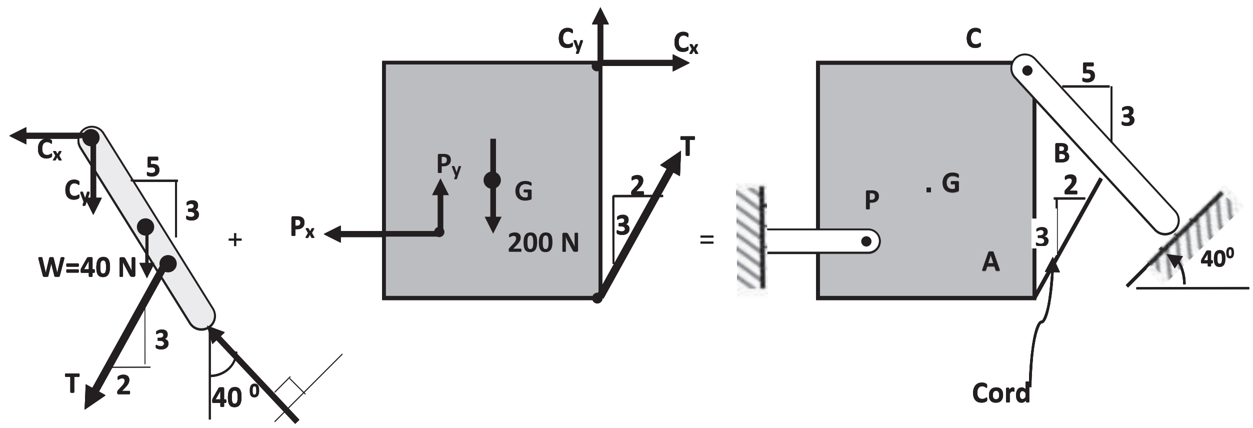


Free Body Diagram

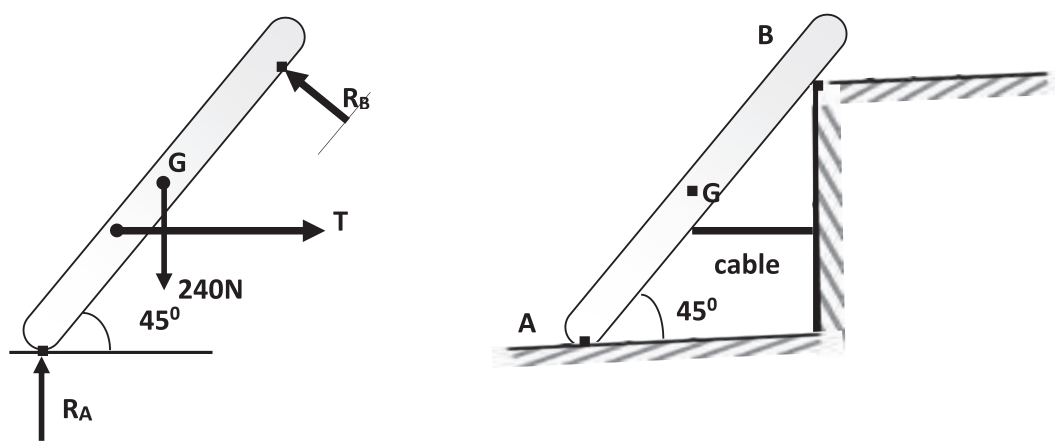
Free – body diagram and the mechanical effects

نوع الجسم الذي فصل	رسم تاثير الجسم	مخطط الجسم الحر
Earth **الأرض**	 **Earth**	
Flexible cord rope , cord **الأسلاك المرنة ، الحبال مهمله الوزن**		**قوة شد مفردة خلال السلك** 
السطوحSmooth surface **الناعمة (عديمة الاحتكاك)**		
Roller support **مسند متدحرج**		 **قوة عمودية على السطح الذي تتحرك عليه الدحراجه**
Smooth pin or hinge **مسند مفصلي او محور املس**		
Fixed support cantilever		 **قوتان وعزم**

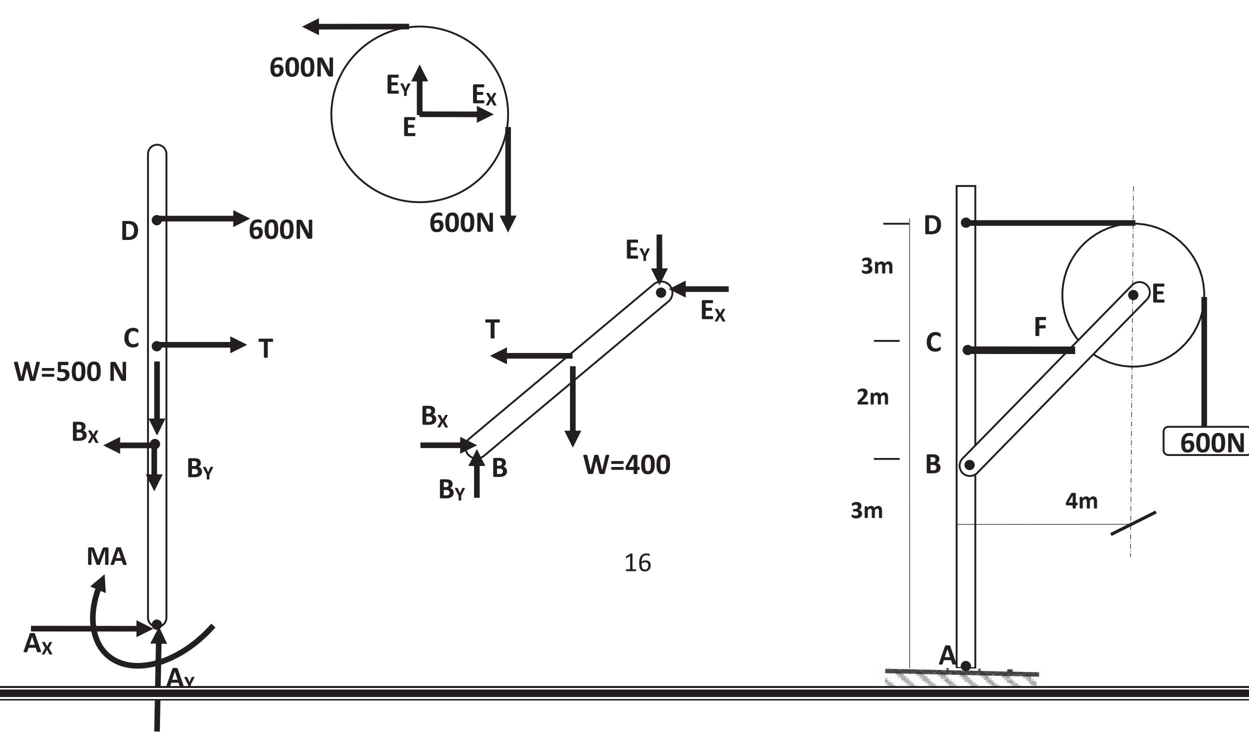
Ex 1: body A in fig (   ) weighs 200N and the bar (B) weights 40 N draw a free body diagram (F.B.D.) for each of two bodies .



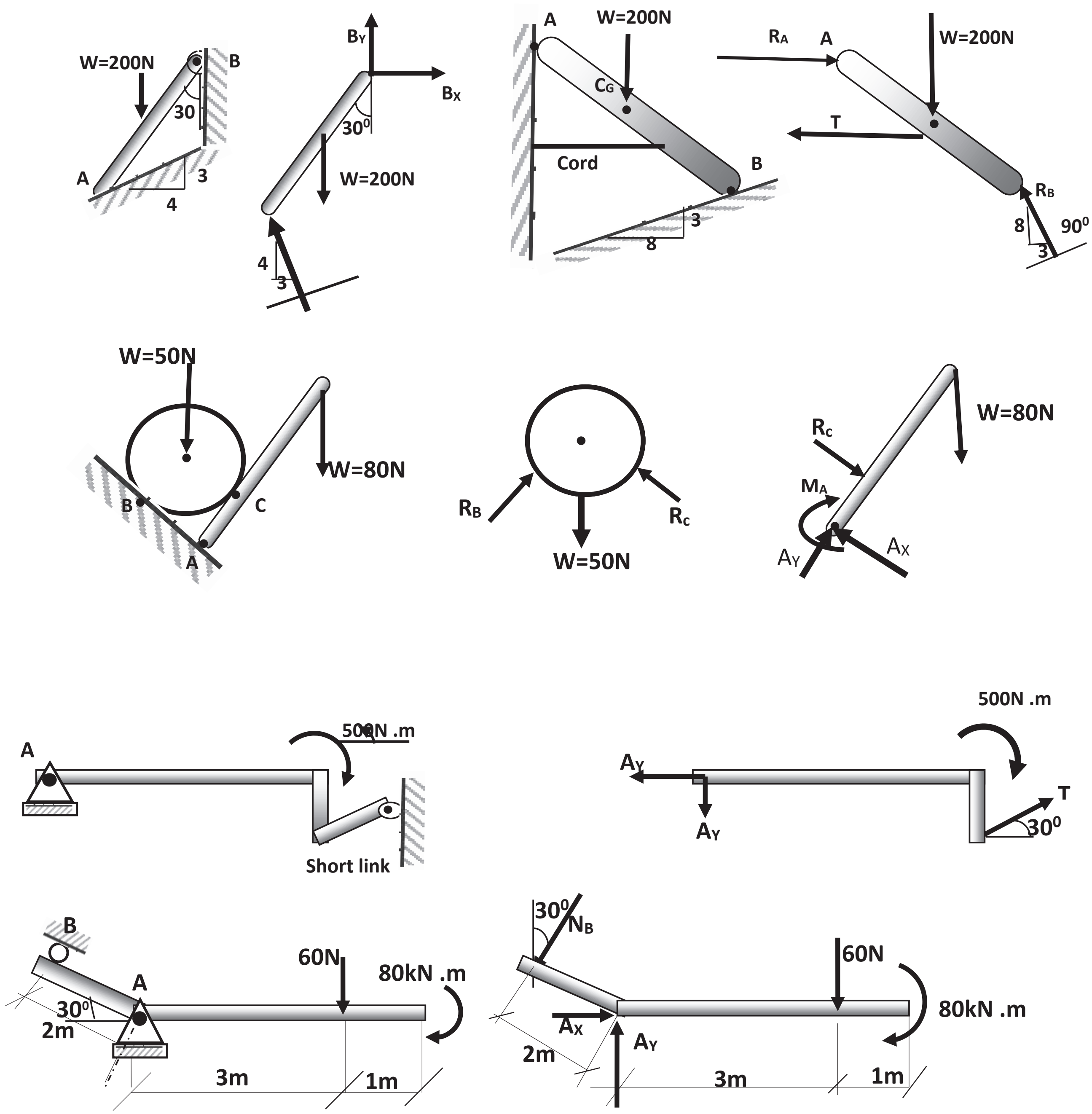
Ex 2: Draw (F.B.D) of the rod (240N) as shown in fig ( )



Ex3: Draw the (F.B.D) of each object in fig (   ) below the bar (AD) weights 500N and the bar (BE) weighs 400N and neglect the weight of cylinder.



Ex4: Draw (F.B.D) of each object in fig( )below the weight of the object are neglect except where indicated .



Problemes

(1) : Draw Free – body diagram for the **50 N** sphere shown in fig(1)

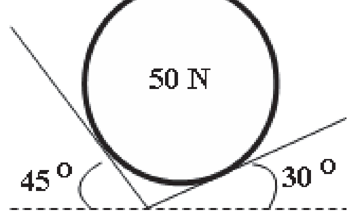


Fig.(1)

(2) : Draw Free – body diagram for the **50 N** sphere shown in fig.(2)

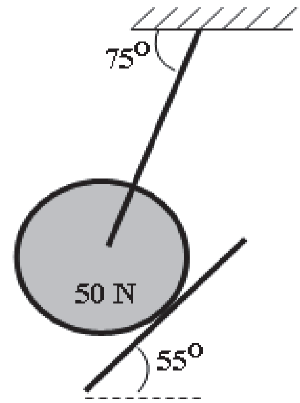


Fig.(2)

(3) : Draw Free – body diagram for the ropes system shown in fig.(3)

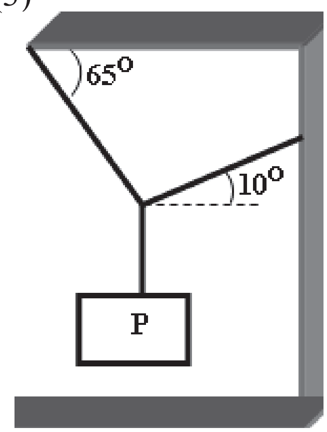
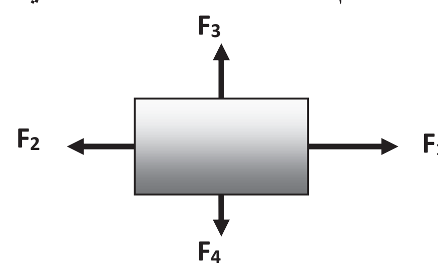


Fig.(3)

(Equilibrium):الاتـــزان

اذا كانت محصلة القوى المؤثرة على جسم تساوي صفر يكون في حالة اتزان، أي ان الحالـة الحركيـة للجسم يجب ان لا تتغير او تساوي صفر .

$F_1 = F_2$ **0R** $\sum F_X = 0$ **&** $F_3 = F_4$ **OR** $\sum F_Y = 0$



<u>قانون نيوتن الأول ينص على</u>: اذا كانت محصلة القوى التي تؤثر على جسم مساوية للصفر فان الجسم يبقى ساكناً او يتحرك بسرعة ثابتة.

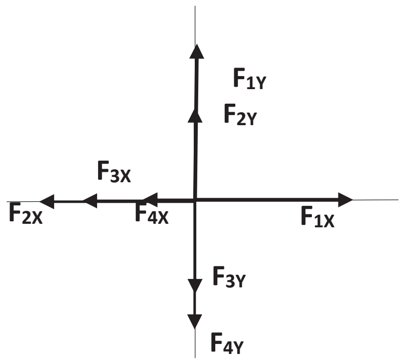
<u>الاتزان في حالة القوى المتلاقية والواقعة في مستوى واحد</u>

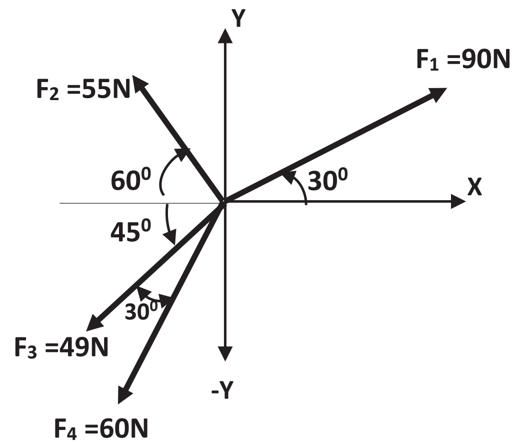
(Equilibrium of concurrent coplanar force system)

In this case must be :

$\sum F_X = 0$ & $\sum F_y = 0$ $\Longrightarrow$ R=0

Ex 1: prove that the force in fig( ) in Equilibrium.





<u>Sol :</u>

$\longrightarrow$ $\sum F_X = F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} - F_{4x}$

$= 90Cos30 - 55Cos60 - 49Cos45 - 60Cos75$

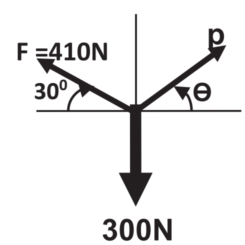
$\therefore \sum Fx = 0$

$\uparrow$ $\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} - F_{4y} = 90sin30 + 55Sin60 - 49Sin45 - 60Sin75$

$\therefore \sum F_y = 0$

$\because \sum F_x = 0$ & $\sum F_y = 0$ $\therefore$ The force system in Equilibrium state

EX 2: Determine the magnitude and direction of force (p) which make the force system shown in fig. in Equilibrium state .



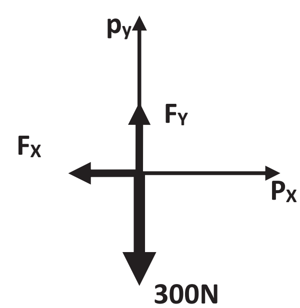
Sol:

$$\rightarrow^{+} \sum F_X = 0$$

$$P_X - 410\cos(30) = 0 \Rightarrow ....P_X = 355N \rightarrow^{+}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_Y = 0$$

$$410\sin(30) - 300 + P_Y = 0 \Rightarrow ....P_Y = +95 \uparrow^{+}$$

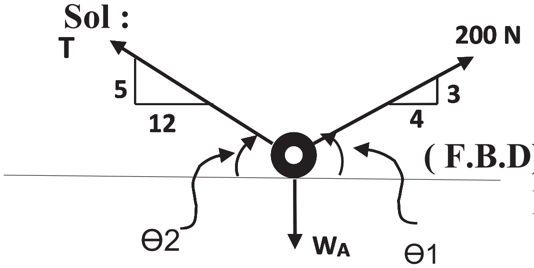


$$p = \sqrt{p_X^2 + p_Y^2} = \sqrt{(355)^2 + (95)^2} = 367.5N$$

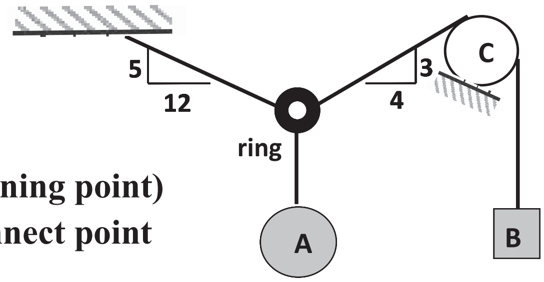
$$\theta = \tan^{-1}(\frac{P_y}{P_X}) = \tan^{-1}(\frac{95}{355}) = 15^0$$

Ex 3: Determine the tension and the weighs of sphere A required to keep the system shown in fig. ( ) in equilibrium if the body (B) weighs 200N and C is a smooth drum ?

Sol :



(F.B.D) for joining point)
For connect point

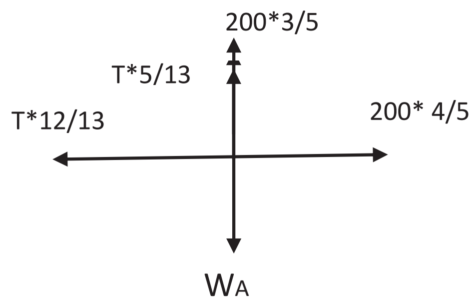


$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

$$200\cos\theta_1 - T\cos\theta_2 = 0$$

$$200(\frac{4}{5}) - T(\frac{12}{13}) = 0..........\Rightarrow T(\frac{12}{13}) = 160$$

$$T = 160 \times (\frac{13}{12}) = 173.34N$$



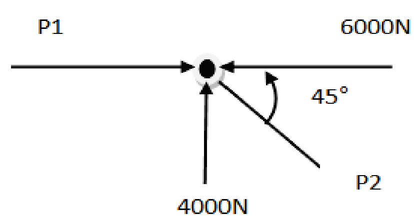
$+\uparrow \sum F_y = 0$

$200\sin\Theta_1 + T\sin\Theta_2 - W_A = 0$

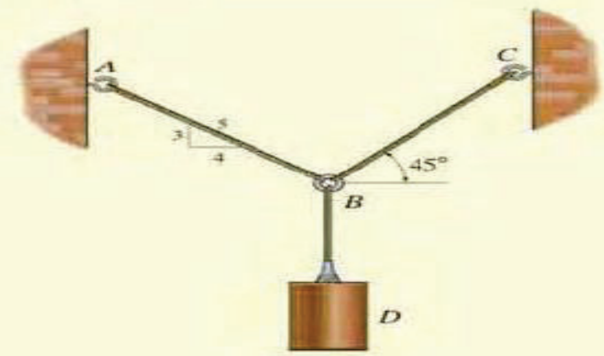
$$200(\frac{3}{5}) + 173.34(\frac{5}{13}) - W_A = 0$$

$\therefore\ 120 + 66.67 - W_A = 0 \Longrightarrow W_A = 186.67N$ هذا الوزن الذي يحفظ المنظومة في حالة اتزان

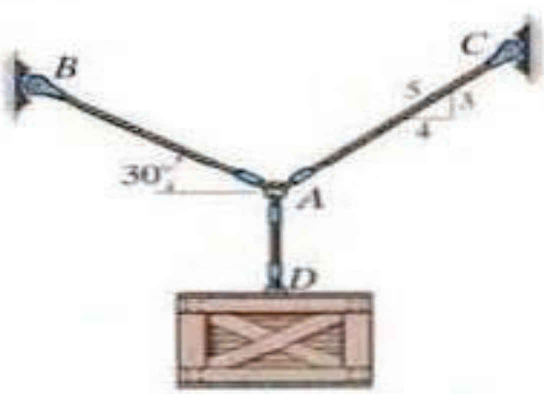
H.W//Find the force p1 and p2 to make this system in equilibrium ?



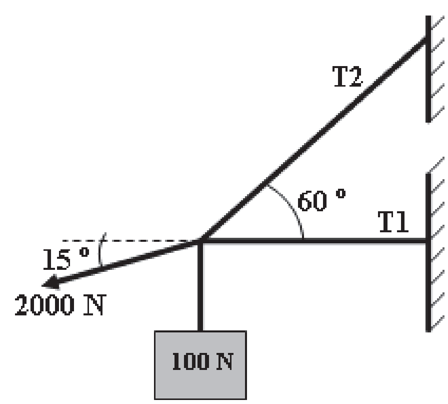
Determine the tension in cables *BA* and *BC* necessary to support the 60-kg cylinder in Fig. 3-6*a*.



F3–1. The crate has a weight of 550 lb. Determine the force in each supporting cable.



(H.W) : Determine the tension forces (**T1**) and (**T2**) in the equilibrium system shown in fig**.**



ثانياً : الاتزان في حالة قوى غير متلاقية وواقعة في مستوى واحد

(Equilibrium of non concurrent coplanar force system)

وبالإمكان تكون المعادلات كالأتي

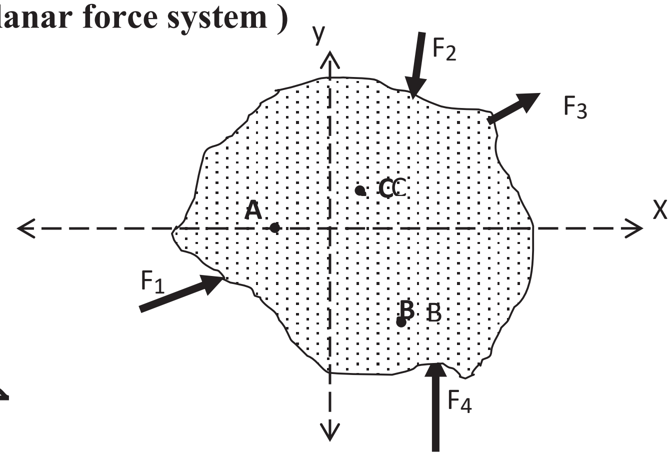
1- $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_A = 0$

2- $\sum F_x = 0$, $\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$

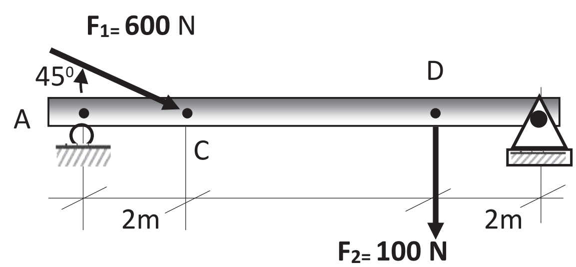
الصيغة الأخرى للمعادلات

3- $\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$, $\sum M_C = 0$

حيث ان النقاط (A ، B , C) لا تقع على خط واحد



Ex1// Determine the horizontal and vertical components of reaction for beam loaded as shown in fig. neglect the weight of the beam in the calculations . And draw (F.B.D) for the system. The system force is in equilibrium.



Sol.

$\xrightarrow{+}$ **$\sum F_x = 0$**

$\therefore$ 600Cos 45 – Bx= 0

$\therefore$ B_x = 424.3 N $\leftarrow$

$\circlearrowright$ + $\sum M_B = 0$

- Ay* 7 +600 Sin45 * (5)+ 100 * 2= 0

$\therefore$ Ay =331.6 N $\uparrow$

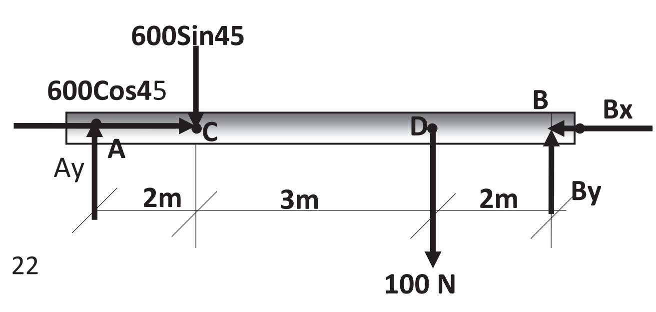
+ $\uparrow$ $\sum F_y = 0$

Ay- 600Sin45 -100 + By = 0

331.6 - 424.3 – 100 + By=0

- 192.7 + By =0

$\therefore$ By = 192.7 N $\uparrow$

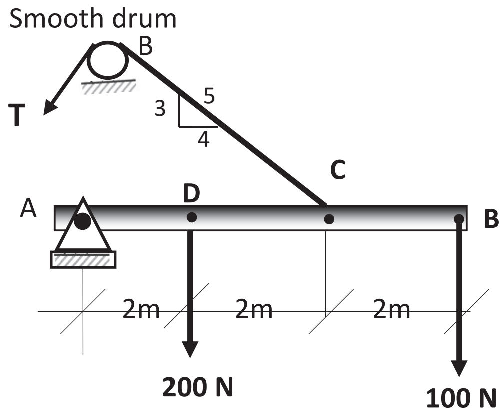


F .B .D

Ex 2: In the Fig ( ) as shown below :

1- Compute the tension T in the cable .

2- Find the horizontal and the vertical components of the reaction at (A). The system force is in equilibrium.

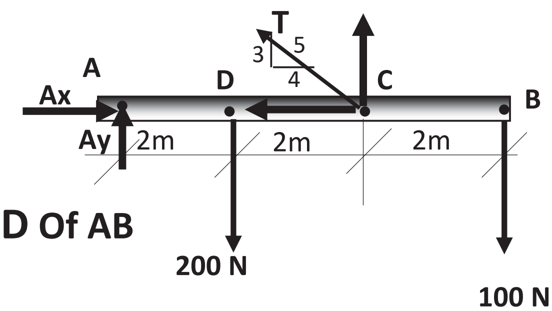


Sol.

1- $\circlearrowright + \sum M_A = 0$

$$-200 \times 2 + T \times \frac{3}{5} \times 4 - 100 \times 6 = 0$$

$$-400 + T \times \frac{12}{5} - 600 = 0$$



F .B .D Of AB

$$\therefore -1000 + T \times \frac{12}{5} = 0$$

∴ T = 416.67 N

2- $\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

$$A_X - T \times \frac{4}{5} = 0$$

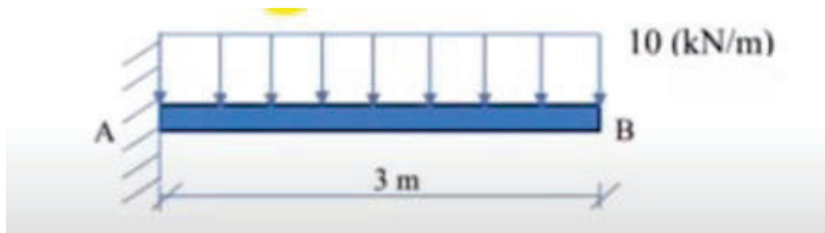
$$A_X = 416.67 \times \frac{4}{5} = 333.34 N$$

$$\uparrow^{+} \sum F_Y = 0$$

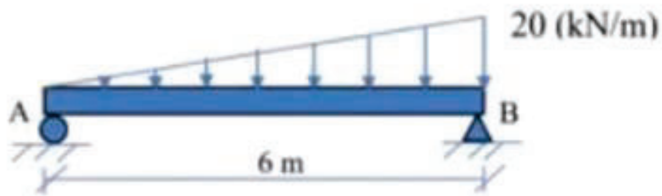
$$A_Y - 200 + T \times \frac{3}{5} - 100 = 0$$

$$A_Y = 300 - 250 = 0 \qquad \therefore A_Y = 50N$$

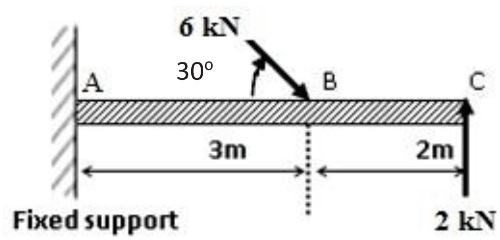
H.W// Determine the reaction at A for the cantilever beam in the fig?



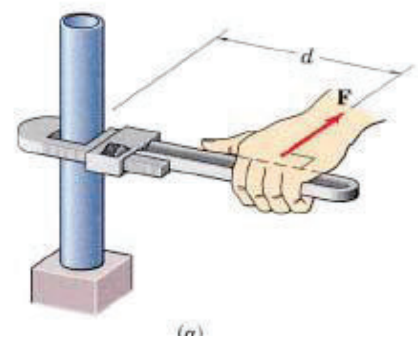
H.W// Determine the horizontal and vertical component of reaction for beam loaded as shown in fig neglect the weight of the beam in the calculation , the system in equilibrium state?



H.W/: Draw (F.B.D) for the system and determine the reactions at point A as shown in figure The body is in equilibrium state.



(Moment of Force) عزم القوة

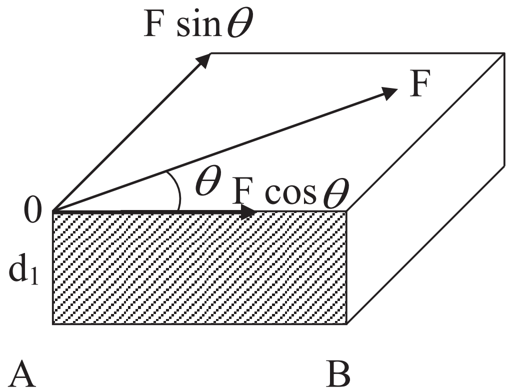


The moment of a force : is the ability of the force to produce turning or twisting about an axis or point or line.

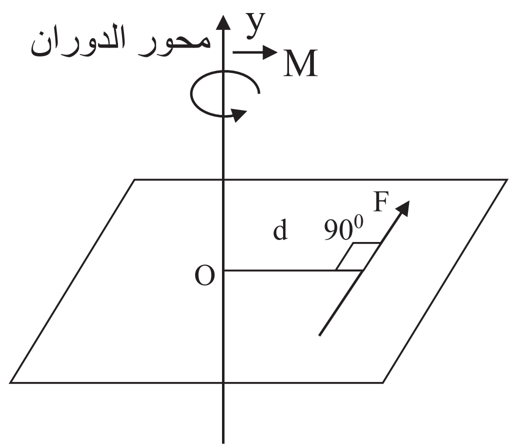
Mathematically:
The moment of a force = the applied force X perpendicular distance

M = F * d
M = the moment of a force (**N.m**)
F = applied force (**N**)
d = perpendicular distance between the point of action of the force and moment center.

يعرف عزم القوة حول أي نقطة أو محور بأنه حاصل ضرب القوة في المسافة العمودية بين القوة أو خط تأثيرها وبين تلك النقطة أو المحور.



شكل ب



شكل أ

نلاحظ في الشكل أ إن عزم القوة F حول المحور Y والذي يظهر على شكل نقطة o عند تلاقيه مع المستوى الذي يحتوي القوة

M = F . d

<u>حيث</u> d: هي المسافة العمودية بين القوة ومحور الدوران وتسمى بذراع القوة

M : يمثل عزم القوة حول نقطة قابلية القوة لتدوير الجسم حول النقطة أو محور معين

نلاحظ في شكل ب القوة لا تقع في مستوى عمودي على محور العزم والمطلوب إيجاد العزم حول (AB) . في هذه الحالة يتم تحليل القوة إلى مركبتين هما $F\cos\theta$, $F\sin\theta$ نلاحظ إن عزم القوة $F\cos\theta$ يساوي صفر لأنها توازي AB بينما عزم القوة ($F\sin\theta$) يساوي ($F*\sin\theta*d_1$) .

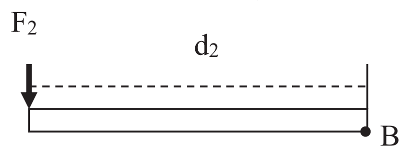
$$\sum M_{AB} = F * (\sin\theta) * d_1$$

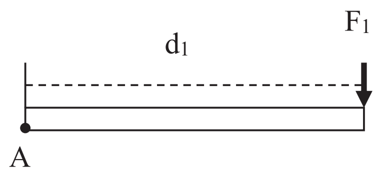
<u>ملاحظة</u> : عزم القوة كمية متجهة $\overrightarrow{M}$ وعليه

: يكون موجباً عند دورانه عكس عقرب الساعة

: يكون سالباً عند دورانه مع عقرب الساعة ووحدات العزم (N.m)

قاعدة اليد اليمنى





$${}_{B}M = F_2 * d_2^{+}$$

$${}_{A}M = F_1 * d_1^{-}$$

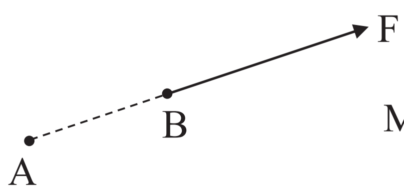
<u>قاعدة العزوم (Principle of moment)</u> :

(مبدأ العزوم) هو عزم قوة ما حول نقطة أو محور يساوي مجموع عزوم مركبات تلك القوة حول نفس النقطة أو المحور.

أو يعرف : عزم محصلة مجموعة من القوى حول أي محور يساوي المجموع الجبري لعزوم قوى المجموعة حول نفس المحور.

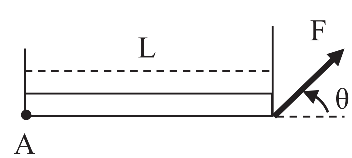
<u>ملاحظات حول عزم القوة</u> :

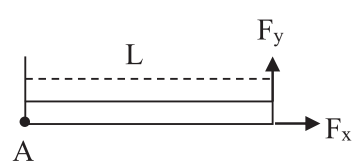
1. عزم القوة حول نقطة تقع على خط تأثيرها يساوي صفر لأن البعد العمودي يساوي صفر.



$$M_A = 0 \quad , \quad M_B = 0$$

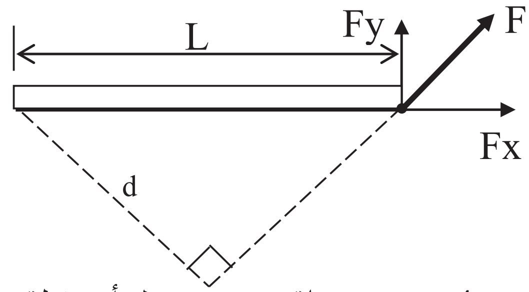
2. إذا كانت القوة تميل بزاوية فيتم تحليلها إلى مركباتها





$$M_A = F_X \cdot 0 + F_Y \cdot L$$

3. عزم أي قوة حول أي نقطة يساوي مجموع عزوم مركباتها حول نفس النقطة.

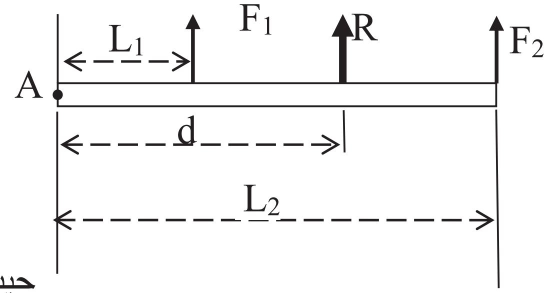


$$F\,.d = Fy\,.\,L + Fx\,.\,o$$

$$F\,.\,d = Fy\,.\,L = F\sin\theta\,.\,L$$

4. عزم محصلة عدة قوى حول أي نقطة يساوي مجموع عزوم القوى المكونة لها حول نفس النقطة.

$$R\,.\,d = F_1\,.\,L_1 + F_2\,.\,L_2$$

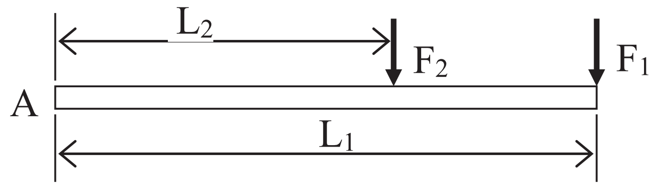


حيث R تمثل محصلة القوى

5. **<u>عزم عدة قوى حول نقطة أو محور يساوي مجموع عزوم هذه القوى وحسب إتجاه الدوران لكل قوة</u>**

$$M_A = M_1 + M_2$$

$$M_A = -\,F_1 * L_1 - F_2 * L_2$$



<u>Examples</u>

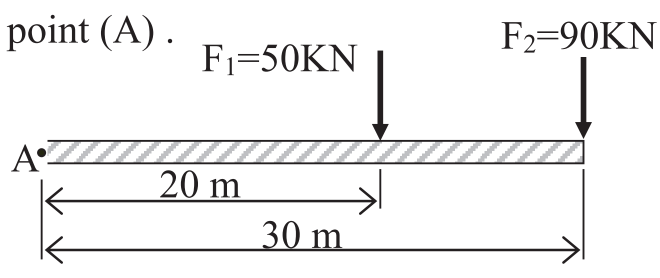
<u>Ex1</u> // Determine the sum of the moments of the two forces as shown in Fig . with respect to point (A) .

$$\sum M_A = -\,F_1 * L_1 - F_2 * L_2$$

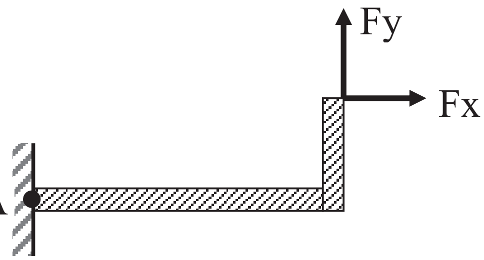
$$= -\,50(20) - 90(30)$$

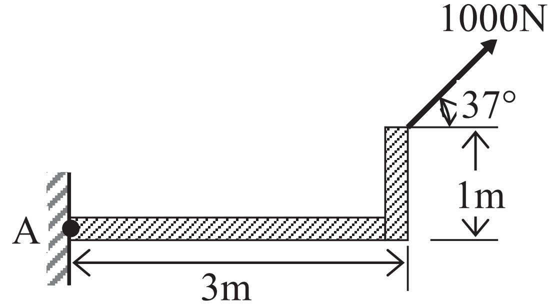
$$= -\,3700\ KN.m$$

$$\therefore \sum M_A = 3700\ KN.m$$



Ex2 // Determine the moments of the force with respect to point (A) as shown in Fig

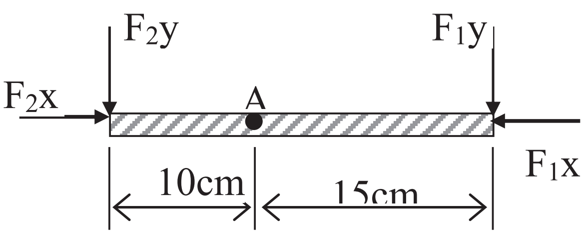


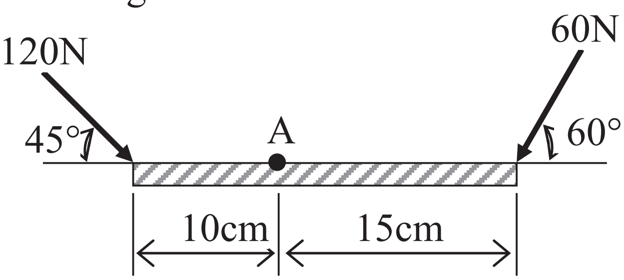


تحلل القوة إلى مركباتها كما في الرسم

$$\sum M_A = 1000\sin(37°) * 3 - 1000\cos(37°) * 1$$
$$= 1805.4 - 798.635$$
$$\sum M_A = 1006.76 \text{ N.m}$$

Ex3 // Determine the sum of the moments of the force with respect to point (A) as shown in Fig



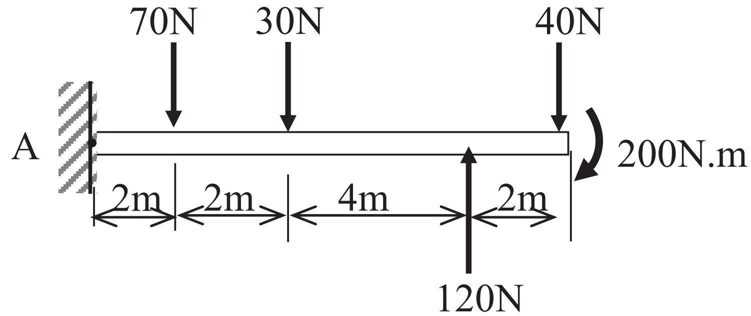


Sol .

- نحلل القوتين إلى مركباتها الأفقية و العمودية .
- نلاحظ إن F_{1x} , F_{2x} تمر هذه القوة في نقطة (A) فإن عزمها يساوي صفر

$$M_A = F_{2y}(10) - F_{1y}(15)$$
$$M_A = 120\sin(45°) * 10 - 60\sin(60°) * 15$$
$$M_A = 84.85(10) - 51.96(15)$$
$$M_A = 69.08 \text{ N.Cm}$$

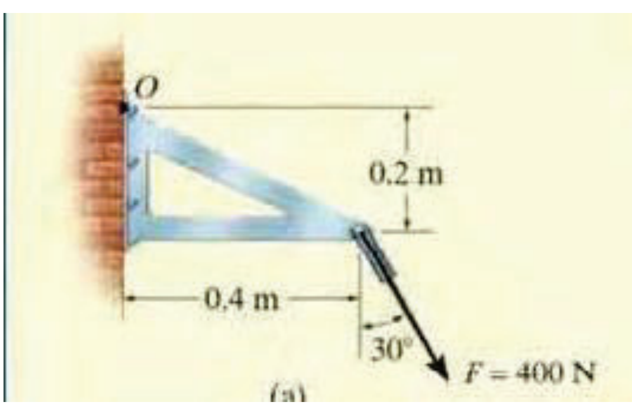
<u>Ex4</u> \\ Determine the moments of force system as shown in Fig. with respect to point A .

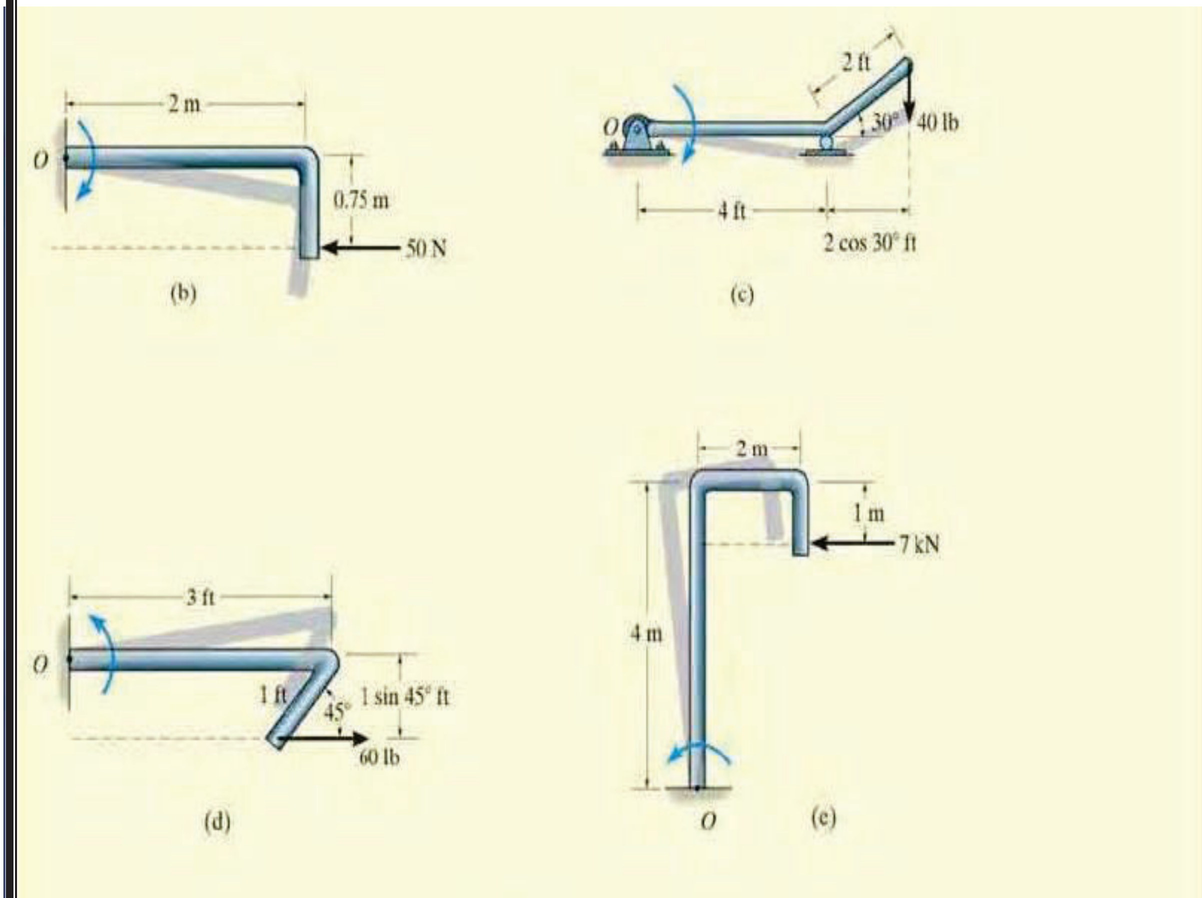


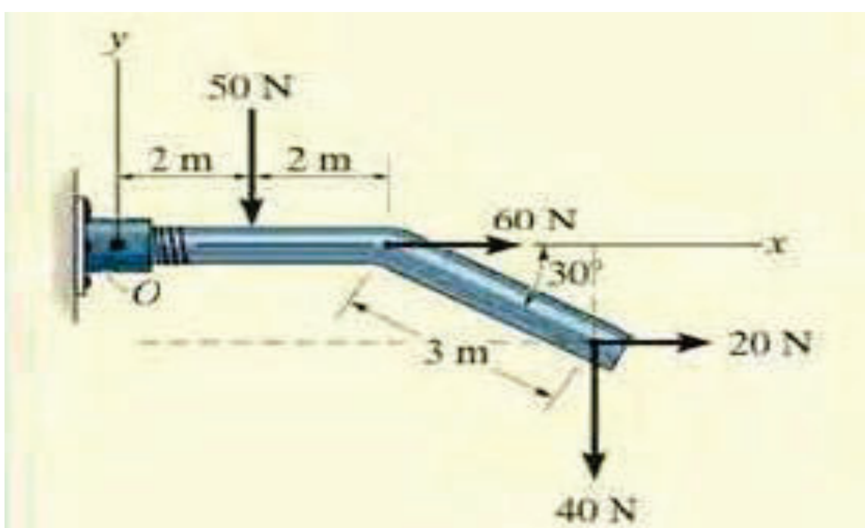
$$+\sum M_A = -70\,(2) - 30\,(4) + 120\,(8) - 40\,(10) - 200$$
$$= 100 \text{ N.m } +$$

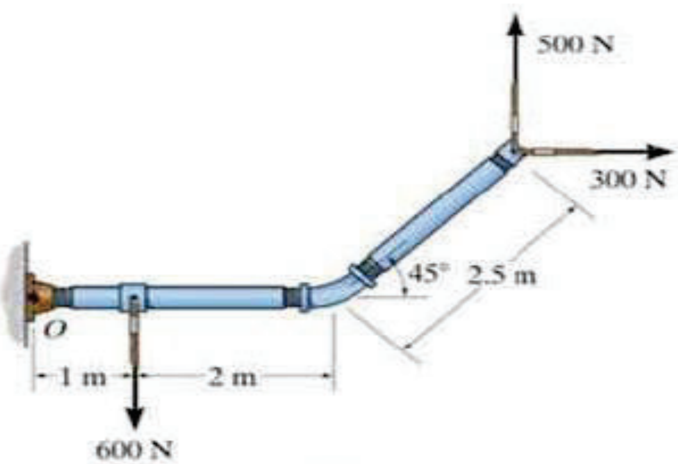
<u>Examples</u>

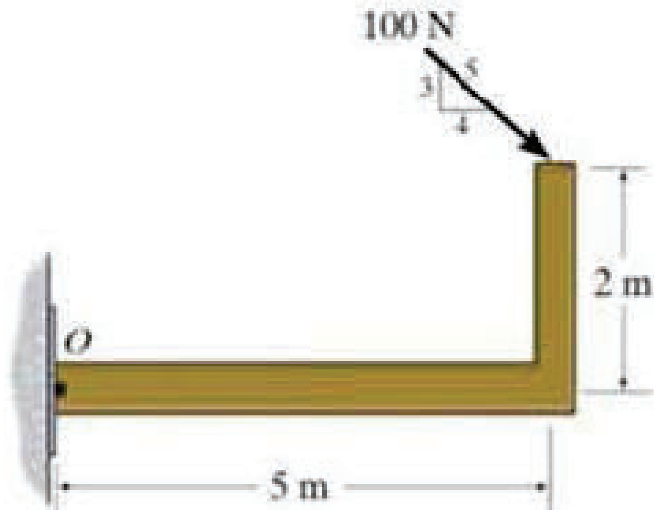
H.W//Determine the moment of figures with respect to the point shown in figures ?




2 m
O
0.75 m
50 N
(b)
2 ft
O
30°
40 lb
4 ft
2 cos 30° ft
(c)
2 m
1 m
7 kN
4 m
3 ft
O
1 ft
45°
1 sin 45° ft
60 lb
(d)
O
(e)


y
50 N
2 m
2 m
60 N
x
30°
O
3 m
20 N
40 N





H.W//The magnitude of the vertical component of the force (F) is 100 N as shown in figure(4-b).

(1); Determine the force (F).

(2) Determine the moment of the force (F) with respect to point (A).

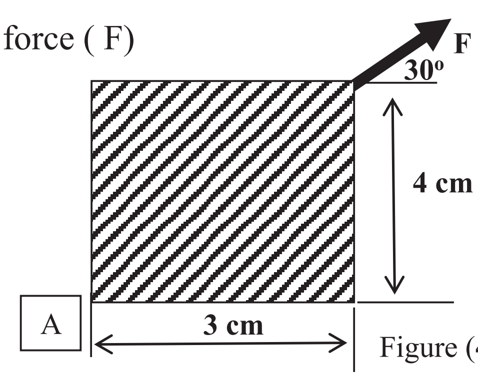


Figure (**4-b**)

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الفرات الاوسط التقنية
المعهد التقني كربلاء
قسم التقنيات الميكانيكية

الميكانيك الهندسي

المرحلة الاولى

اعداد: م حسين يونس رزاق

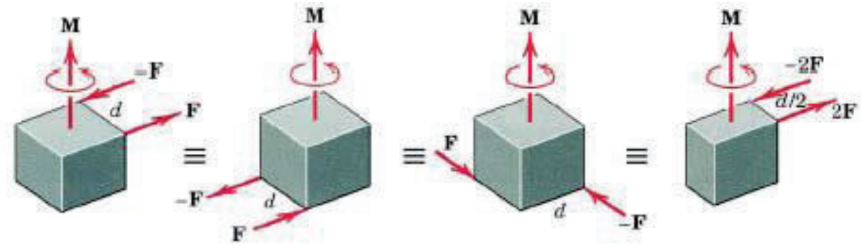
للعام الدراسي 2024–2025

(Moment of Couples)(M_c) :عزم الازدواج

Couples :

A special case of moments is a couple. A couple consists of two parallel forces that are equal in magnitude, opposite in sense and do not share a line of action.

It does not produce any translation, only rotation. The resultant force of a couple is zero. BUT, the resultant of a couple is not zero; it is a pure moment.



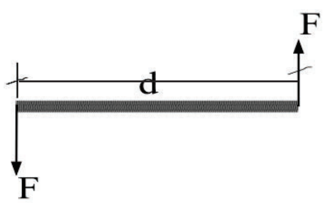
يعرف الازدواج على انه قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين بالاتجاه ولا تقعان على خط واحد.

- الازدواج يولد عزم دوران = حاصل ضرب احد القوتين × المسافة العمودية بينهما

- ليس له القابلية على تحريك الجسم وإنما تدويره ومن خصائصه مقداره ثابت.

$$M_C = F * d$$

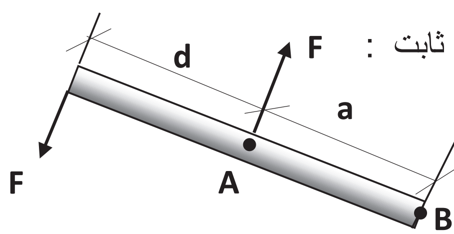
ملاحظة:



1- محصلة القوتين يساوي صفر ، واتجاه المزدوج يعتمد على اتجاه القوتين.

2- عزم الازدواج يبقى ثابتاً ولا يعتمد على النقطة المأخوذة حولها العزم .

للبرهنة على ان عزم الازدواج ثابت :



$$+\sum M_A = F*d$$

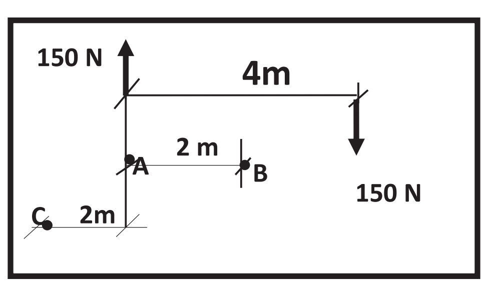
$$+\sum M_B = F(d+a)- F*a$$

$$=F * d + F*a - F*a = F*d$$

وهذا يعني ان عزم الازدواج يبقى ثابتاً بغض النظر عن النقطة المراد حولها العزم .

EX 1: **Determine the moment of the couple in fig. ( ) with respect to**

1- Point (A), 2- Point(B) ,3- Point(C).



Solu:

1- $+\sum M_A = -150(4) = -600$ N.m = 600N.m

2- $+\sum M_B = -150(2) -150(2) =- 600\ N.m = 600\ N.m$

3 - $+\sum M_C = +150(2) -150(6)= -600\ N.m = 600\ N.m$

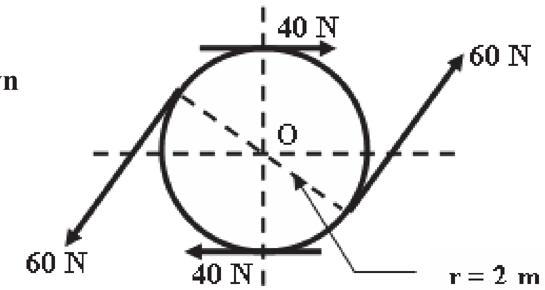
نلاحظ عزم الازدواج يبقى ثابت ولا يعتمد على موقع النقطة.

Ex (2) Compute the magnitude and direction of the resultant couples action on the body shown

Solution :

Mc = 60 * 4 – 40 * 4

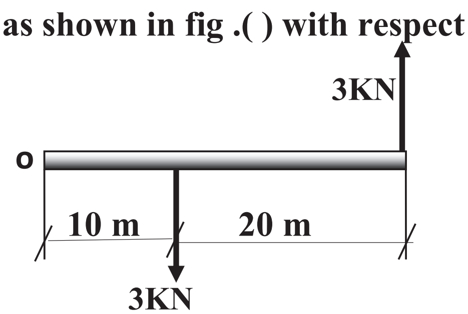
= 240 – 160 = 80 N .m



<u>EX2</u>: Determine the moment of the couple as shown in fig .( ) with respect to point O.

$$M_C = F * d$$

$$= 3 * 20 = 60\ KN.m$$



<u>(Transformation of Couple)</u> نقل المزدوج ضمن المستوي:

إن نقل ازدواج يعني محافظة الازدواج على خواصه ولا تتأثر قيمة المزدوج في **الحالات التالية :**

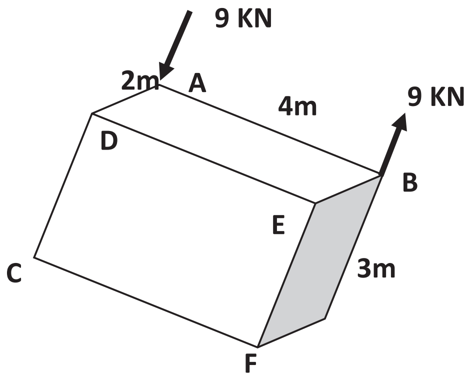
1– عند دوران المزدوج بأية زاوية في مستواه .

2- عند انزلاق المزدوج لأي موقع في مستواه .

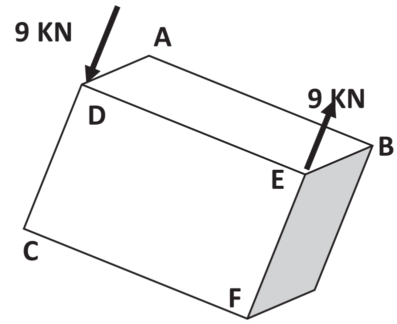
3- عند نقل المزدوج الى مستوي يوازي مستواه .

4- إذا تغيرت المسافة العمودية بين قوتي الازدواج وتغير مقدار القوتين بشرط أن يبقى العزم كما هو.

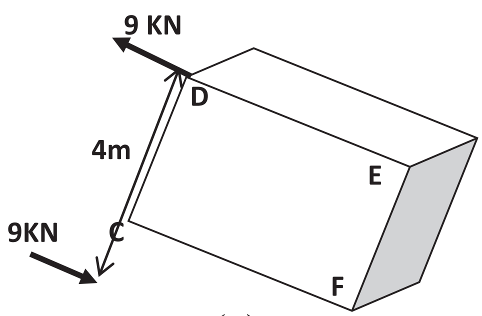
Ex 1: Replace the couple as shown in fig by a couple whose forces acts horizontally through point C and D .



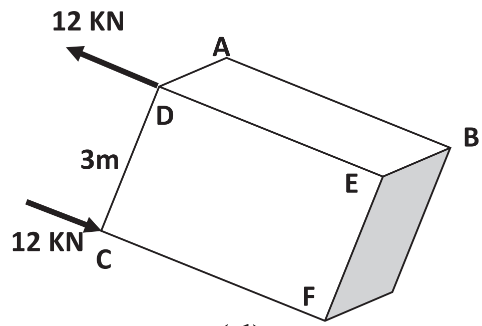
(a)



(b)



(c)



(d)

الحل :

1- ننقل المزدوج الى النقطتين E , D فتبقى قيمته لان الذراع يساوي (4m) الحالة (b).

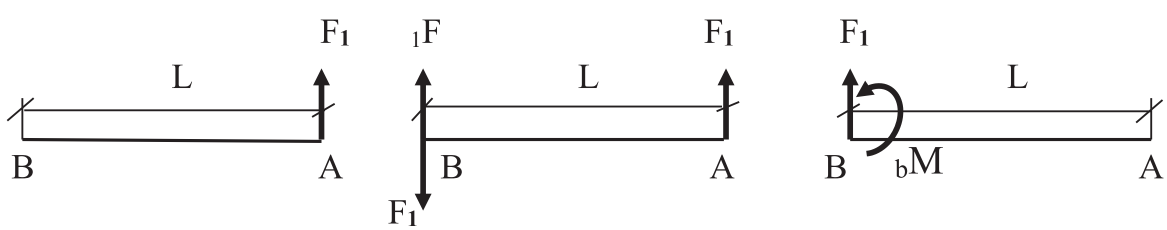
2- ننقل المزدوج الى مستوى أخر بحيث تمر القوتان أفقياً الأولى في D. والثانية تبعد عنها (4m) فتبقى قيمة العزم كما هي.

3-المطلوب في السؤال أن تمر القوتان أفقياً في D & C وبما أن المسافة بين النقطتين (3m) لذا يجب ان تتغير قيمة القوتين حتى تحافظ على قيمة المزدوج ثابت .

M_C= F. d =9 *4 =36 KN. m   36KN.m = F* 3   .'.F= 36/3 =12 kN

<u>نقل القوة نقلاً متوازيا: (Resolution of a force into a force and a couple)</u>

يمكن نقل القوة نقلاً متوازياً إلى أي نقطة أخرى من نقاط الجسم دون إحداث تغيير في تأثيرها عليه مع إضافة مزدوج عزمه يساوي عزم القوة المنقولة حول النقطة التي نقلت إليها.

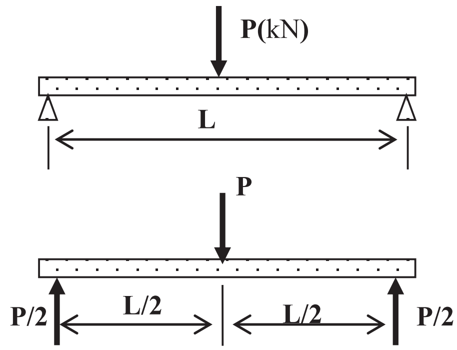


مقاومة المواد (Strength of the materials)

إن علم مقاومة المواد هو يدرس تأثير الأحمال المسلطة على الأجسام وبالتالي حساب الاجهادات والانفعالات والتشوهات الحاصلة فيها وذلك يمكن تصميم المقاطع الهندسية دون حدوث فشل فيها وبعمر تشغيل أطول.

أنواع الحمل (Types of load):

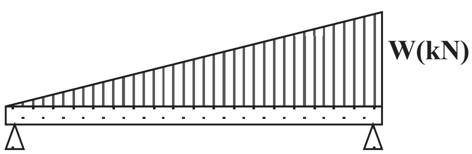
1-الحمل المركز: (Concentrated Load)

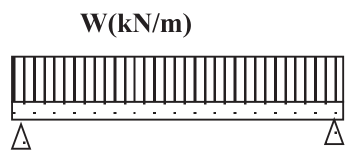


2-الحمل الموزع : (Distributed Load)

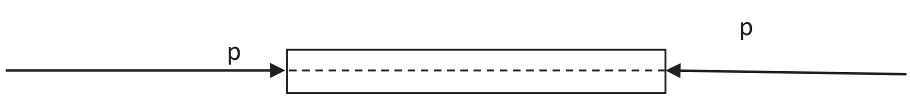
Distributed Load

Not uniformly distributed load | **uniformly distributed load**





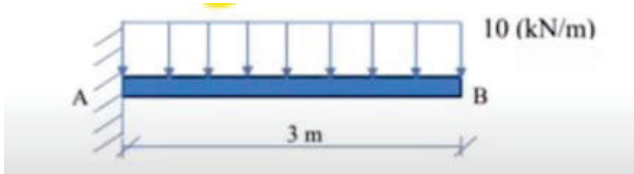
3-الحمل المحورى : Axial load هو الحمل الذي يكون فيه اتجاه القوة بأتجاه محور العتب



$$\sigma = \frac{p}{A}$$

طرق حل اسئلة الاحمال

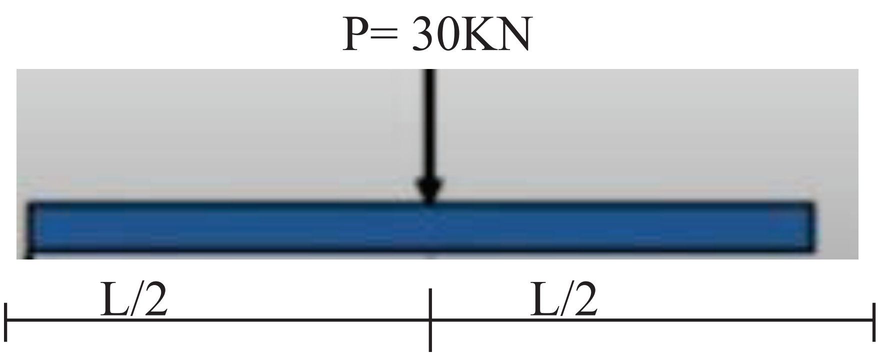
1- اذا كان شكل الحمل مستطيل .



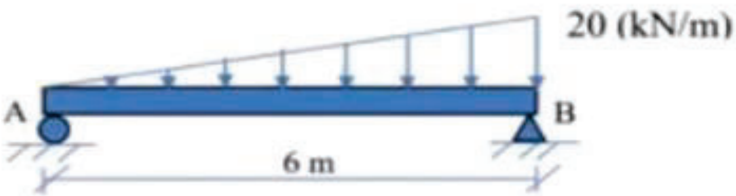
*ملاحظة :- يتم حساب الحمل من خلال حساب مساحة الشكل

10*3= 30KN

حيث يكون الشكل الجديد للحمل كالاتي



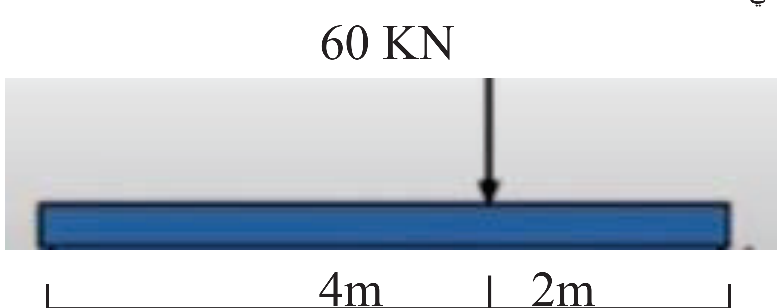
2- اذا كان الشكل مثلث



*ملاحظة :- يتم حساب الحمل من خلال حساب مساحة الشكل

1/2*6*20= 60 KN

حيث سيكون الشكل كالاتي

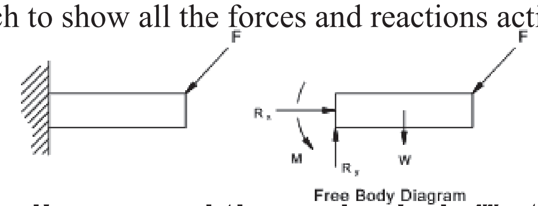


اما بالنسبة للبعد فيتم توزيعها من خلال حاصل ضرب قيمة البعد القريبة من الحمل * 1/3

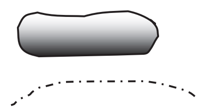
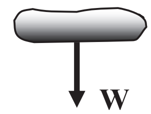
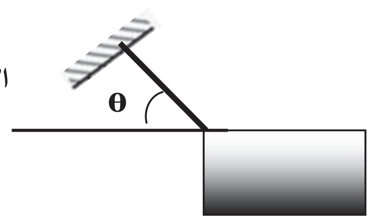
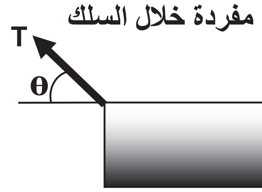
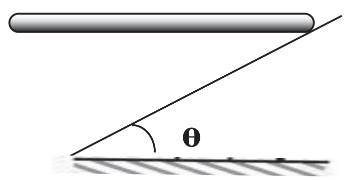
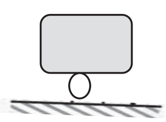
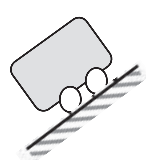
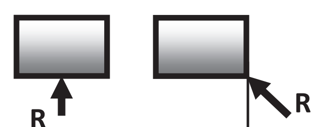
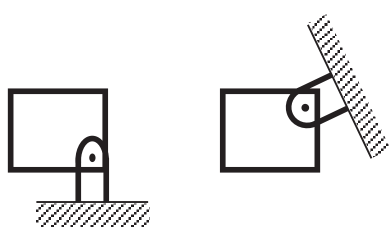
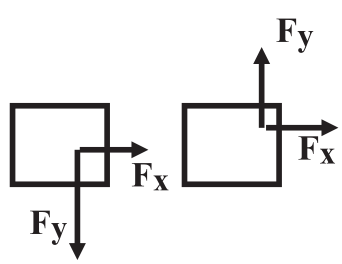
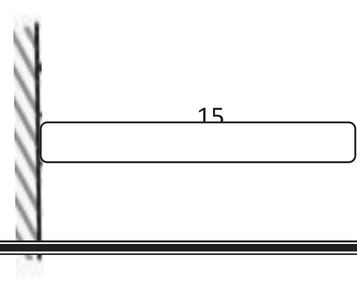
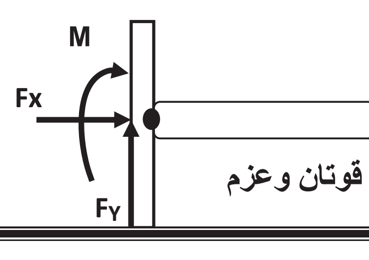
اما البعد الاخر فيتم ضربه *2/3

- **Free body diagrams مخطط الجسم الحر**

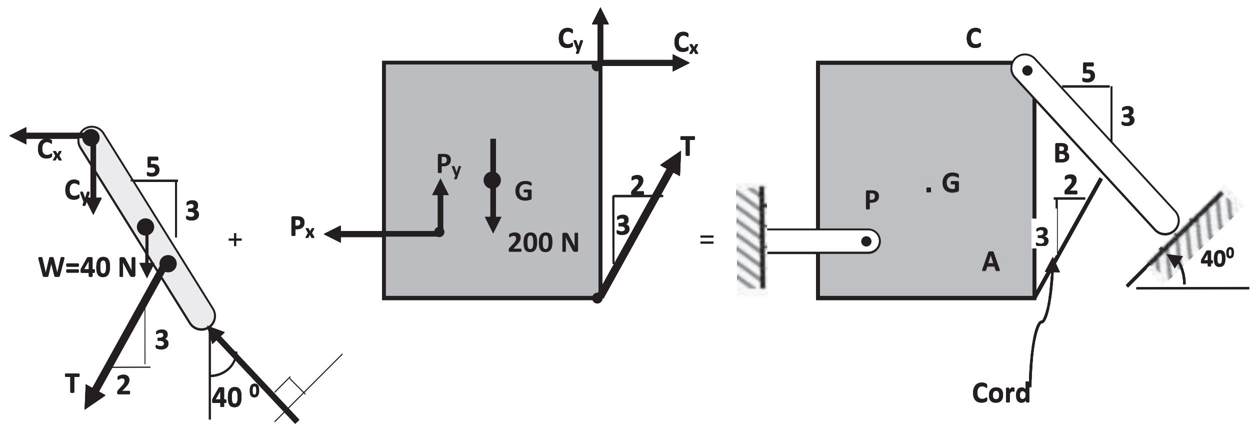
Free body diagram : is a sketch to show all the forces and reactions acting on the body
For example :



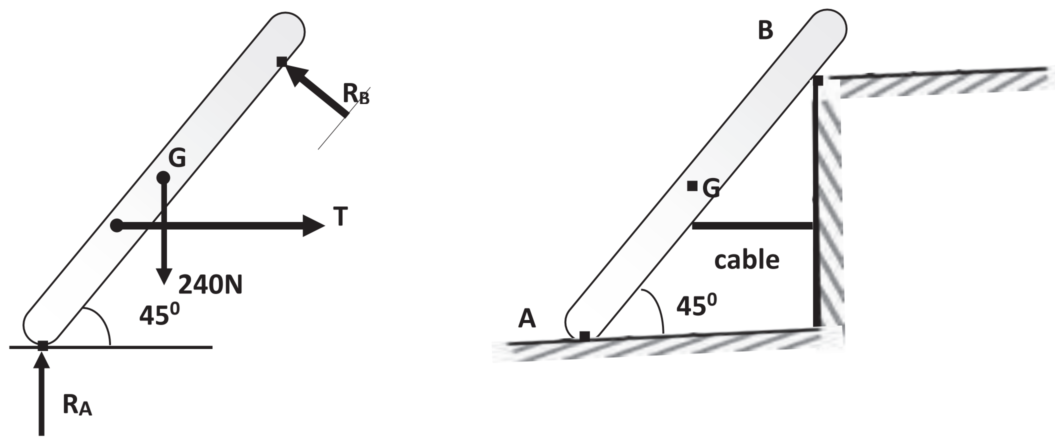
<u>Free – body diagram and the mechanical effects</u>

نوع الجسم الذي فصل	رسم تاثير الجسم	مخطط الجسم الحر
Earth الأرض		
Flexible cord rope , cord **الأسلاك المرنة ، الحبال مهمله الوزن**		قوة شد مفردة خلال السلك 
السطوحSmooth surface **الناعمة (عديمة الاحتكاك)**		
Roller support **مسند متدحرج**	 	 قوة عمودية على السطح الذي تتحرك عليه الدحراجه
Smooth pin or hinge **مسند مفصلي او محور املس**		
Fixed support cantilever		 قوتان وعزم

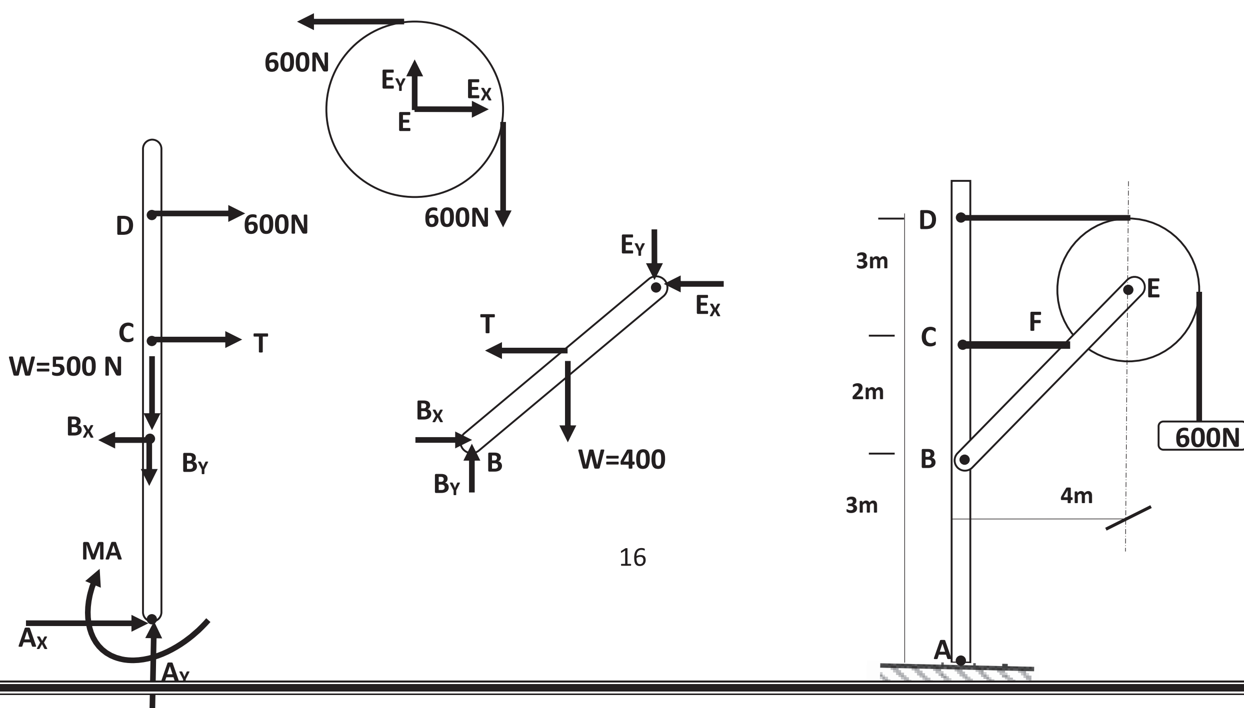
Ex 1: body A in fig (   ) weighs 200N and the bar (B) weights 40 N draw a free body diagram (F.B.D.) for each of two bodies .



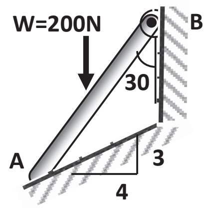
Ex 2: Draw (F.B.D) of the rod (240N) as shown in fig ( )

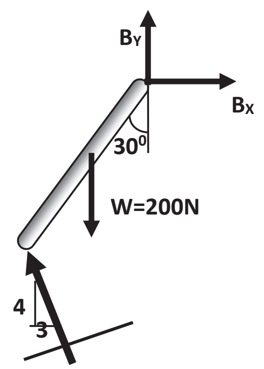


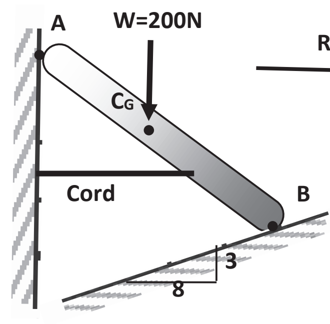
Ex3: Draw the (F.B.D) of each object in fig (   ) below the bar (AD) weights 500N and the bar (BE) weighs 400N and neglect the weight of cylinder.

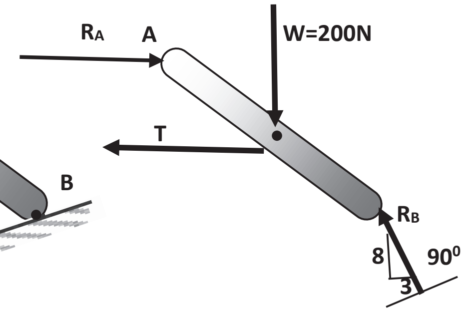


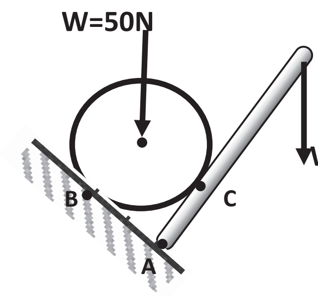
Ex4: Draw (F.B.D) of each object in fig(   )below the weight of the object are neglect except where indicated .

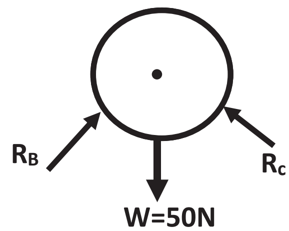


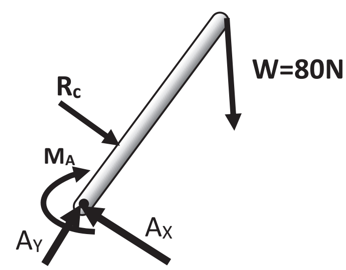


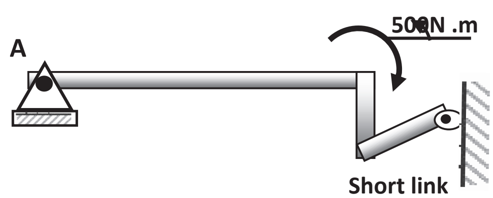


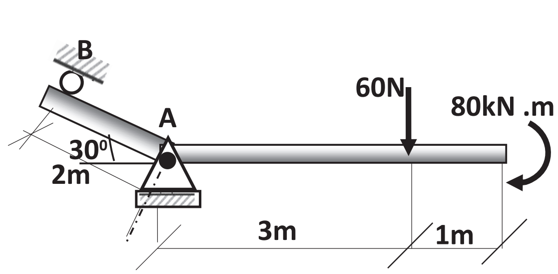


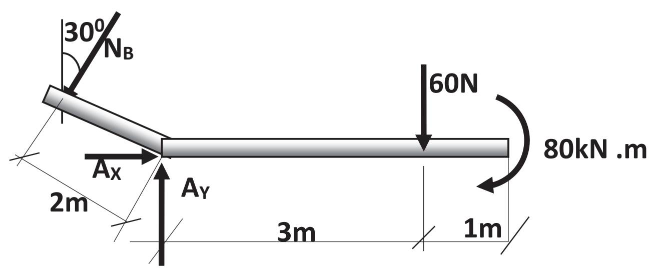








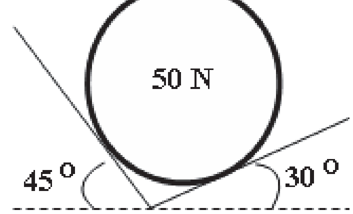




Problemes

(1) : Draw Free – body diagram for the **50 N** sphere shown in fig(1)

Fig.(1)



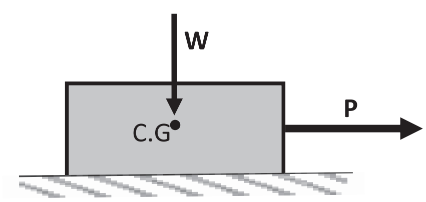
الاحتكاك (Friction)

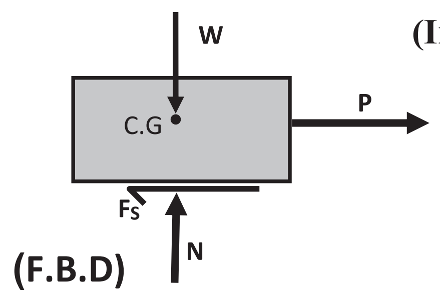
يعرف الاحتكاك : **على انه القوة المتماسة مع سطح التلامس والتي تقاوم الحركة او الشروع بالحركة بين جسمين متلامسين .**

معامل الاحتكاك : Coefficient of friction

معامل الاحتكاك السكوني: هو النسبة بين القيمة العظمى للاحتكاك (عندما يكون احد السطحين المتلامسين على وشك الحركة) ومقدار القوة العمودية بين السطحين .

(Impending motion)





$$\mu_S = \frac{F_S}{N} \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots F_S = \mu_S \times N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث μ_S معامل الاحتكاك السكوني ، **N** القوة العمودية ، **Fs** قوة الاحتكاك ، **W** قوة الوزن

معامل الاحتكاك الحركي: هو النسبة بين قوة الاحتكاك الحركي (عند شروع الجسم بالحركة) ومقدار القوة العمودية بين السطحين المتلامسين .

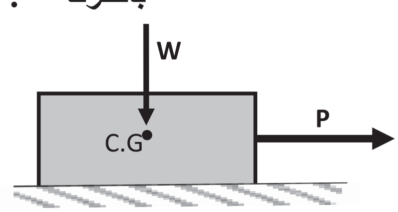
$$\mu_K = \frac{F_K}{N} \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F_K = \mu_K \times N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ملاحظة : ان قوة الاحتكاك الحركي هي دائماً اقل من قوة الاحتكاك ألسكوني

$$\mu_S > \mu_K$$

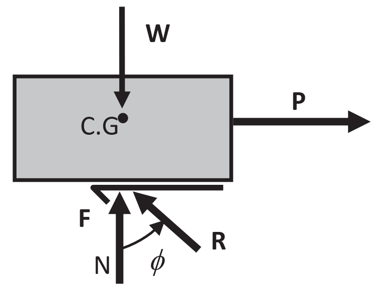
زاوية الاحتكاك: (ϕ) هي الزاوية المحصورة بين القوة العمودية (N) والمحصلة (R) (محصلة القوة العمودية N وقوة الاحتكاك) وتصل الى قيمتها العظمى (ϕ) عند الشروع بالحركة .

$$\tan\phi = \frac{F}{N} = \mu$$



impending motionالحركة الوشيكة

$$\tan\phi_S = \frac{F_S}{N} = \mu_S$$

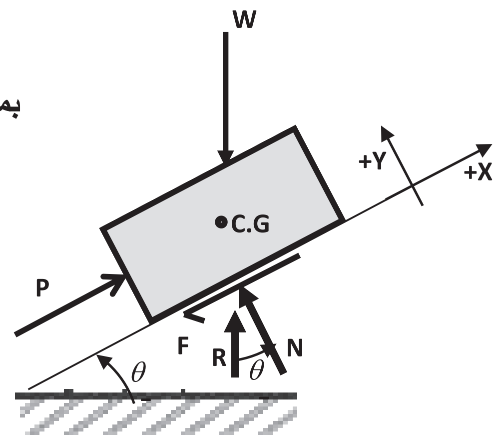


(F.B.D)

الحركة الفعلية أو الانزلاق(sliding)

$$\tan\phi_K = \frac{F_S}{N} = \mu_K$$

At impending motion
angle of friction Φ equal angle of incline(ɵ)



بمقارنة هذه الحالة مع الحالة اعلاه

$$\tan\theta = \frac{F_S}{N} \Rightarrow .... \tan\theta = \frac{F_S}{N} = \mu_S$$

$$\theta = \phi_S$$

اي ان زاوية الاحتكاك العظمى السكوني تساوي زاوية الاستقرار للسطح المائل θ

θ = Angle of repose **زاوية الاستقرار**

هي الزاوية التي تصبح عندها الحركة على وشك الحدوث

أنواع المسائل التي تحتوي على قوة الاحتكاك :

1- الحركة الوشيكة impending motion منصوص عليها في المسالة وفي هذه الحالة الجسم على وشك الحركة(وشك الانزلاق) وتكون قوة الاحتكاك مساوية للقيمة العظمى لقوة الاحتكاك ($F_{S_{max}} = \mu_S \times N$)ويمكن تطبيق معادلات الاتزان .

2- لا يشترط هنا الحركة الوشيكة وفي هذه النوع من المسائل قد يكون السؤال أتكون قوة الاحتكاك كافية للمحافظة على الجسم في حالة استقرار أو لا ؟ فيتم حل المسألة بافتراض *حالة الاتزان* واستخراج F من معادلات الاتزان ومن ثم نقارن هذه القيمة بقوة الاحتكاك

- **إذا كانت F < F_{max} لا وجود للحركة الجسم مستقر .**
- **إذا كانت F > F_{max} فتكون الحركة قائمة وبذلك يكون الاحتكاك حركياً هنا** μ_K

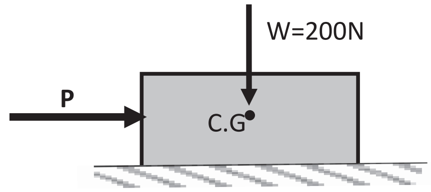
3- تكون الحركة مؤكدة في المسالة وعليه تكون قوة الاحتكاك الحركية هي المعتمدة وكذلك معامل الاحتكاك الحركي $F_K ......\&...\mu_K$

Ex1: A block of weight (200N) placed on rough surface as shown in fig.(1) , determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip (impending motion). $\mu_S = 0.2$

<u>Sol:</u>

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

Fig.(1)



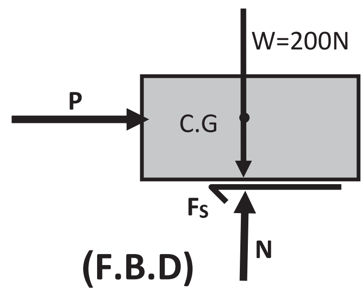
$P - F_S = 0$

$P = F_S$…………(1)

$F_S = F_S \max = \mu_S \times N$...................................$(1)^-$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \implies N - W = 0$

$N = W = 200\ N \uparrow$ ………………..(2)



(F.B.D)

نعوض في المعادلة $(1)^-$ نحصل على

$F_{max} = 0.2 * 200 = 40N$

$P = F_s$ **من معادلة رقم 1**

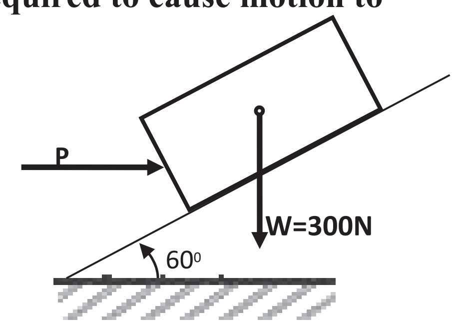
$\therefore P = 40\ N$

Ex2: A block weighs (300 N) is placed on inclined surface as shown in fig (2) determine the horizontal force (P) required to cause motion to impend up the plane , if $\mu_S = 0.2$

<u>Sol :</u>

$\nwarrow + \sum F_y = 0$

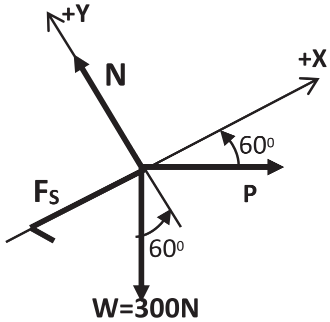
Fig.(2)

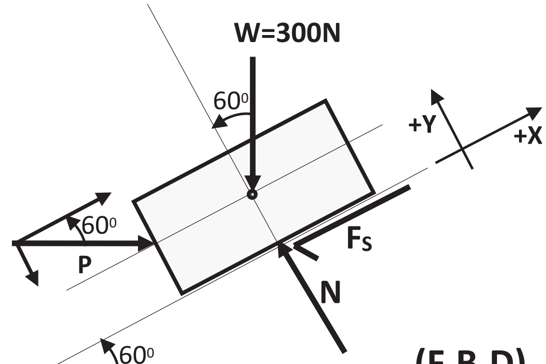


$N - 300\cos 60 - P * \sin 60 = 0$

$N - 150 - 0.866 P = 0$

$N = 150 + 0.866 P$……………..(1)

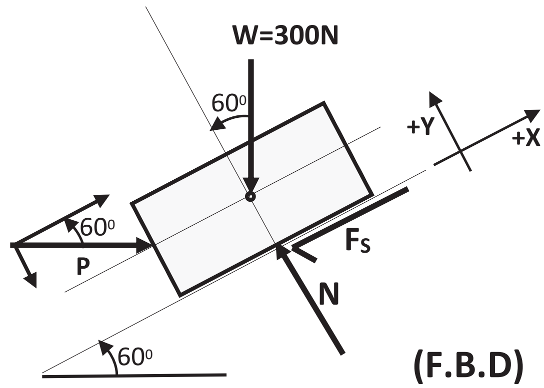




(F.B.D)

$$F_S \max = \mu_S \times N$$

$\therefore F_S = 0.2*(150 + 0.866\ P)$ ….(2)



(F.B.D)

$\overset{+}{\nearrow} \sum F_X = 0$

$P*\cos 60-300\sin 60-F_s=0$

$0.5\ P - 0.866*300-F_S= 0$ ……………(**3**)

نعوض معادلة (2) في معادلة (3) عن قيمة F_s

$0.5P- 0.866 * 300 -0.2 *150 -0.2 * 0.866P = 0$

$0.5P- 259.8 - 30- 0.1732\ P = 0$

$0.3268\ P = 289.8$

$\therefore\ P = 886.8\ N$

Ex3 : Find the value of the force (P) required to have the block as shown in fig.(3) impending motion up to the plane , $\mu_S = 0.4$

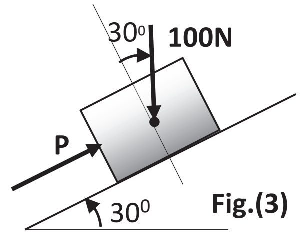


Fig.(3)

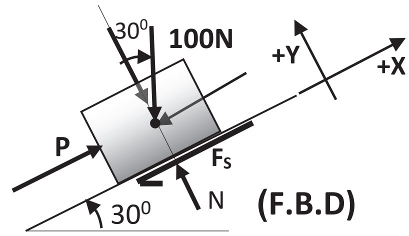
Sol :

هذه المسألة تصنف من النوع الاول الحركة الوشيكة وقوة الاحتكاك قيمة عظمى

$+\nwarrow \sum F_y = 0$

$N- 100\cos 30 = 0$

$\therefore N= 100\cos 30 = 86.6\ N$



(F.B.D)

$\overset{+}{\nearrow} \sum F_X = 0$

$P - 100\sin 30 - F_s =0$

but $F_s= F_{max} = \mu_S \times N$

$\therefore F_s= 0.4\ (86.6) =34.64\ N$

$\therefore P -50 -34.64 = 0$

P -84.64 = 0 $\Longrightarrow$ P= 84.64 وهذه اقل قوة تحرك الجسم إلى الأعلى حركة وشيكة

Ex4) A block weighs 200 N is placed on inclined surfaces in fig. (4).

Determine the friction force. $\mu_s = 0.2$

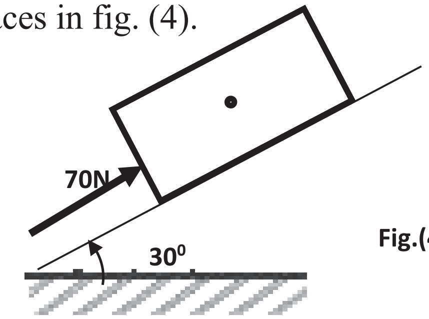


Fig.(4)

Sol.

a-Draw F.B.D of the body.

b-Assume the body is in equilibrium state.

W_X=200sin30= 100N , WY=200cos30=173.2N

$\sum F_X = 0$

70−100 − F= 0 $\Rightarrow$ F= −30N

$\therefore F = 30N$ (the body downward the plane).

To check this result.

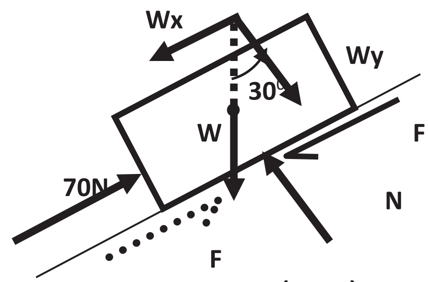
$\sum F_Y = 0$

N−173.2= 0 $\Rightarrow \therefore N = 173.2N$

$F_{max.} = \mu_s \times N = 0.2 \times 173.2 = 34.64N$

$\therefore F < F_{max.}$

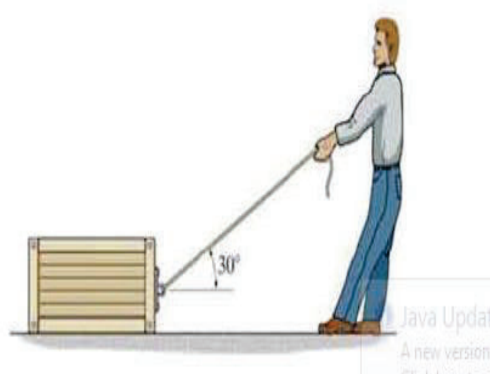
$\therefore 30N < 34.64N$ (the body is in equilibrium state)



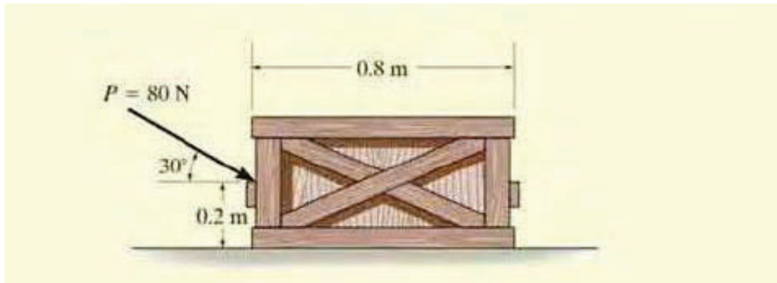
(F,B.D)

Problems

H.W//A block of weight (200N) placed on rough surface as shown in fig, determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip (impending motion). $\mu_S = 0.2$

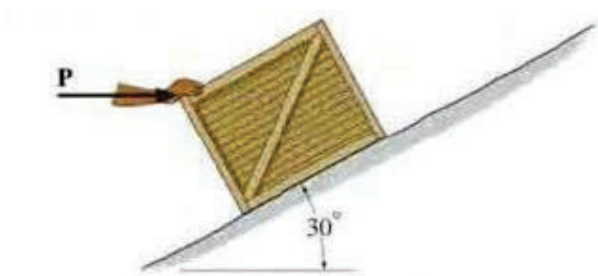


H.W//A block of weight (250N) placed on rough surface as shown in fig. , determine the friction force between the surface and the block(impending motion). $\mu_S = 0.2$



H.W//A block of weight (150N) placed on rough surface as shown in fig , determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip

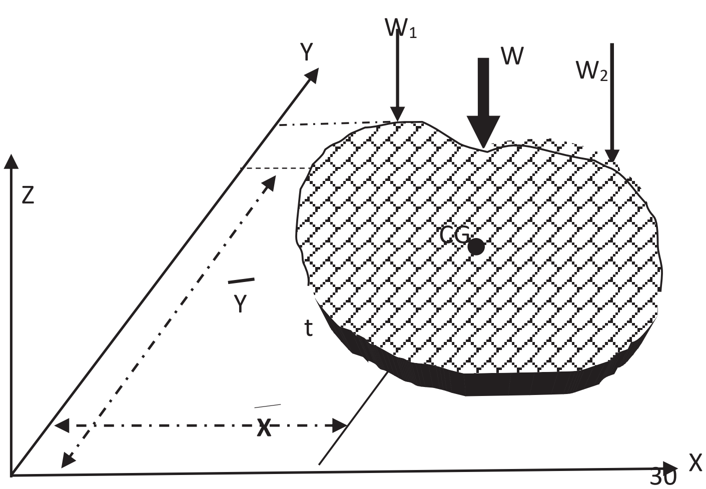
(impending motion). $\mu_S = 0.3$

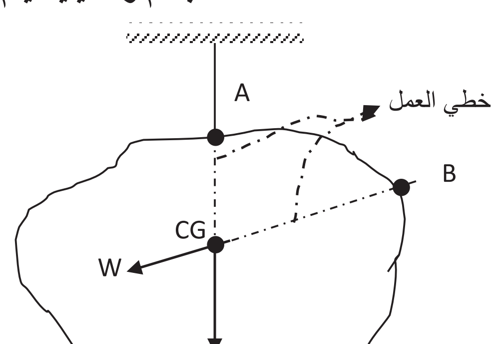


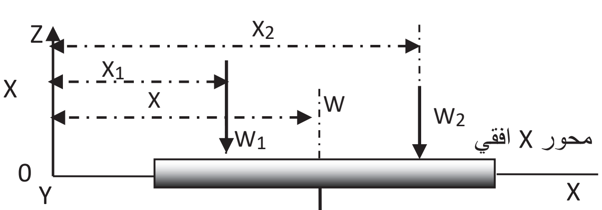
المركز ومراكز الثقل : (Centroids & center of gravity)

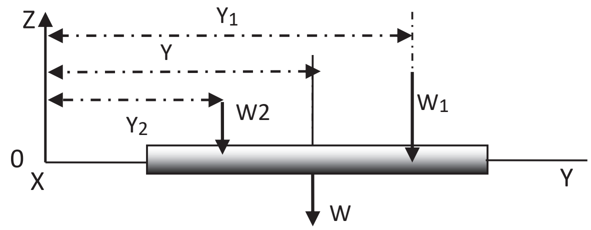
C. G : (Center Gravity) مركز الثقل (مركز الجذب الارضي) هي النقطة التي تمر بها محصلة قوى الجذب الأرضي المؤثرة على الجسم، وهي النقطة التي يمكن تمثيل وزن الجسم عندها.

تعيين مركز الثقل: هي عبارة عن تعيين النقطة التي تمر بها محصلة قوى الجذب الأرضي المؤثرة على الجسم وتحليلياً يتم تعيين موقع المحصلة بتطبيق القاعدة الأساسية للعزوم.









عزم المحصلة لأي محور = مجموع عزوم مركباتها للمحور نفسه

$$W.\bar{X} = w_1.x_1 + w_2.x_2 + w_3.x_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + w_n.x_n$$

$$W.\bar{Y} = w_1.y_1 + w_2.y_2 + w_3.y_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + w_n.y_n$$

$$W.\bar{z} = w_1.z_1 + w_2.z_2 + w_3.z_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + w_n.z_n$$

Or

$$\bar{X} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * x_i}{W} \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * y_i}{W} \qquad \bar{z} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * z_i}{W}$$

$\bar{Z}, \bar{Y}, \bar{X}$= إحداثيات مركز ثقل الجسم

$\left\{ \begin{array}{c} z_1, y_1, x_1 \\ z_2, y_2, x_2 \\ z_3, y_3, x_3 \end{array} \right\}$ إحداثيات العناصر المكونة للجسم

W = الوزن الكلي للجسم

w1 , w2 , w3 ....wn : أوزان كل عنصر من العناصر المكونة للجسم

ملاحظة(1) :

محور التناظر هو المحور الذي يقسم الجسم (المساحة) الى قسمين متناظرين (متشابهين) على جانبيه ويكون مركز ثقل الجسم يقع على محور التناظر ، وإذا كان للجسم محوري تناظر فمركز الثقل يقع على خط تقاطع هذين المحورين وهكذا **..........**

ملاحظة(2): يطلق مصطلح المركز (Centroid) عندما تكون الحسابات تتعلق بالشكل الهندسي (اي مركز ثقل المساحات عديمة الكتلة كالمثلث و الدائرة والمربع ....) بينما مركز الثقل فهو يخص الجسم الحقيقي .

<u>مراكز المساحات</u> (Centroids of areas)

$$A.\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} a_i * x_i$$

$$A.\bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} a_i * y_i$$

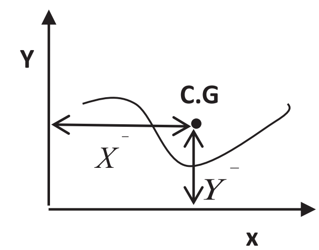
حيث (A) المساحة الكلية و(a)مساحة الجزء

Or $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} a_i * x_i}{A}$, $\bar{Y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} a_i * y_i}{A}$

$$A.\bar{X} = a_1.x_1 + a_2.x_2 + a_3.x_3 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots + a_n.x_n$$

$$A.\bar{Y} = a_1.y_1 + a_2.y_2 + a_3.y_3 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots + a_n.y_n$$

<u>مراكز الخطوط</u>(Centroids of lines)

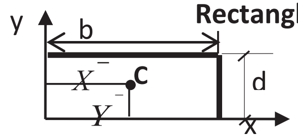
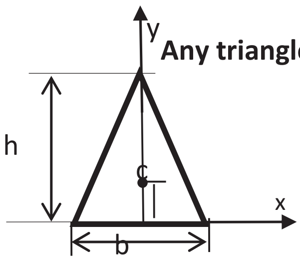
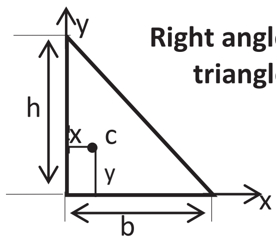
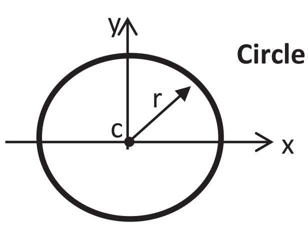
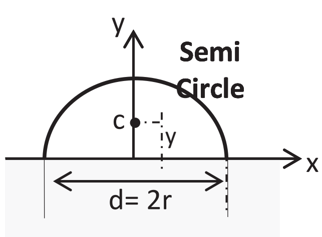
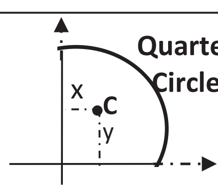


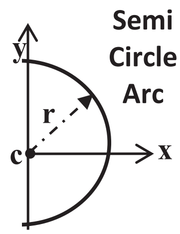
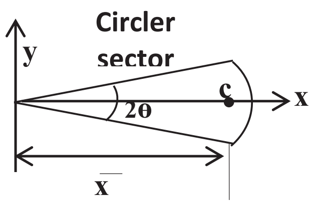
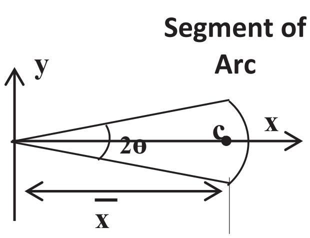
$\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_i * x_i}{L}$, $\bar{Y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_i * y_i}{L}$

$$L.\bar{X} = l_1.x_1 + l_2.x_2 + l_3.x_3 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots + l_n.x_n$$

$$L.\bar{Y} = l_1.y_1 + l_2.y_2 + l_3.y_3 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots + l_n y_n$$

مراكز الأشكال الهندسية الشائعة

Shape	Area or length	$\bar{X}$	$\bar{Y}$
Rectangle 	bd	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}d$
Any triangle 	$\frac{bh}{2}$	0	$\frac{1}{3}h$
Right angle triangle 	$\frac{bh}{2}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$
Circle 	πr^2	0	0
Semi Circle 	$\frac{\pi r^2}{2}$	0	$\frac{4r}{3\pi}$
Quarter Circle 	$\frac{1}{4}\pi r^2$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$

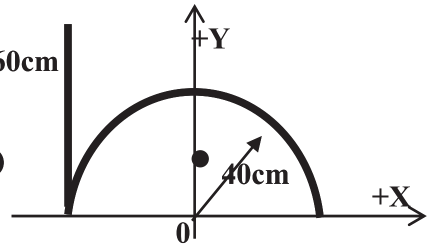
Shape	Area or length	$\bar{x}$	$\bar{y}$
 Semi Circle Arc	πr	$\frac{2r}{\pi}$	0
 Circler sector	$r\theta^2$	$\frac{2r\sin\theta}{3\theta}$	0
 Segment of Arc	$2r\theta$	$r\frac{\sin\theta}{\theta}$	0

Ex1= a Homogenous wire of uniform cross section is bent into the form shown in fig. (1) below, Determine the location of the centroid of the wire with respect to the given axis's, centroid of curved shape is 2r/ π.

Sol:

$$L * \bar{X} = \sum_{i=1}^{n} l_i * x_i = l_1 * x_1 + l_2 * x_2$$

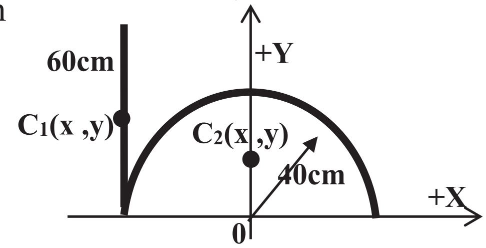
Fig(1)



$(L_1 + L_2) * \bar{X} = L_1 * x_1 + L_2 * x_2$

$= (60 + 40\pi) * \bar{X} = 60 * (-40) + 40\pi * 0)$

$(185.66) * \bar{X} = -2400 \Longrightarrow \bar{X} = -12.927$ cm



$$L * \bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} l_i * y_i = l_1 * y_1 + l_2 * y_2$$

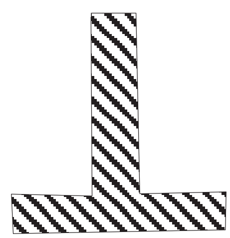
$(L_1 + L_2) * \bar{Y} = L_1 . y_1 + L . y_2$

$(60 + 40\pi). \bar{Y} = 60 * 30 + 40\pi * \frac{80}{\pi}$

$(185.66) * \bar{Y} = 5000 \Longrightarrow \bar{Y} = \frac{5000}{185.6} = 26.93$ cm

C (- **12.927, 26.93) cm**

(Centroids of Composite Figures) <u>**مراكز الأشكال المركبة**</u>



$$\bar{X} = \frac{a_1 * x_1 + a_2 * x_2 + \dots\dots\dots . a_n * x_n}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * x_i}{A}$$

$$\bar{Y} = \frac{a_1 * y_1 + a_2 * y_2 + \dots\dots\dots . a_n * y_n}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * y_i}{A}$$

A= Total Area , x_1 , y_1 ……. Coordinate of elements Area

$\bar{X}$, $\bar{Y}$,,,,,,,,,Coordinate of total Area

Ex₂ : Locate the centroid of the T section as shown in fig.(2) below **:**

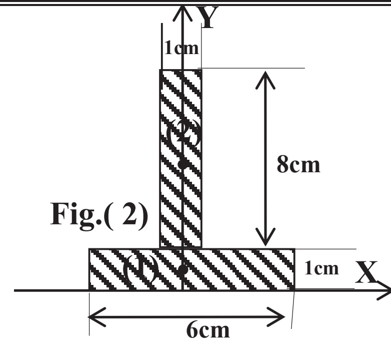


Fig.(2)

أو نعمل جدول للحل و مركز الثقل يقع على المحور y وهذا **يعني** x=0

$$\bar{Y} = \frac{a_1 * y_1 + a_2 * y_2}{A} = \frac{(1*6)*0.5 + (1*8)*5}{(1*6)+(1*8)} = 3.07cm$$

$$\bar{X} = \frac{a_1 * x_1 + a_2 * x_2}{A} = \frac{(1*6)*0 + (1*8)*0}{(1*6)+(1*8)} = 0$$

$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(0, 3.07)cm$$

Ex₃ : Locate the centroid of the shaded area as shown in fig.(3):

Shape or segment	area cm^2	x (cm)	a.x(cm^3)	y(cm)	a.y $(cm)^3$
Rectangle 1	36 cm^2	2	72	4.5	162
Triangle 2	27 cm^2	6	162	3	81
Total	$\sum a=63cm^2$		$\sum a.x=234$		$\sum a.y=243$

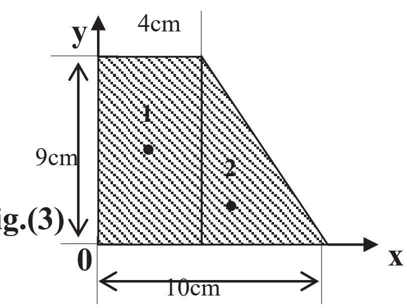


Fig.(3)

$$\bar{X} = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{234}{63} = 3.71cm$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{243}{63} = 3.085cm$$

$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(3.71, 3.85)cm$$

Ex4: locate the centroid of shaded area as shown in fig.(4)**:**

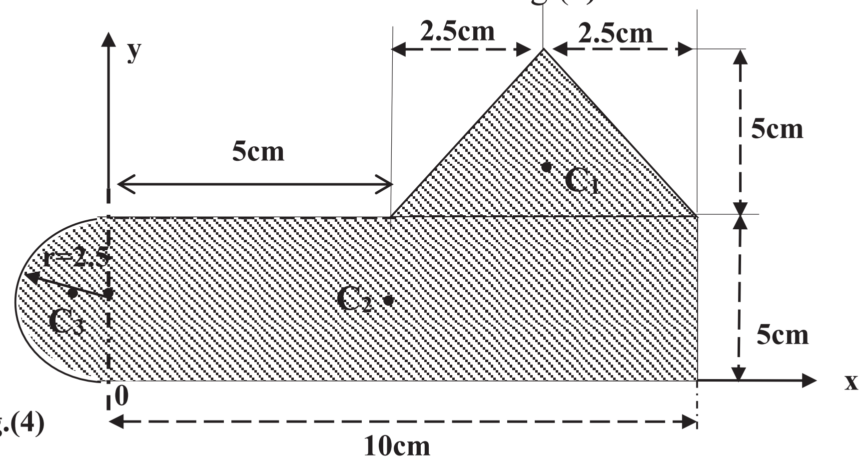


Fig.(4)

Segment	a(cm)^2	x (cm)	a.x (cm^3)	y (cm)	a.y(cm)^3
1	(5*5) / 2=12.5	7.5	93.75	6.67	83.375
2	5 *10 = 50	5	250	2.5	125
3	(r^2)/2=9.82 π	-4r/3 π = -1.06	-10.42	2.5	24.55
	$\sum$ a =72.32		$\sum$ a.x =333.33		$\sum$a.y=232.925

$$X^- = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{333.33}{72.32} = 4.6cm$$

$$Y^- = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{243232925}{72.32} = 3.22cm$$

$$\therefore C(X^-, Y^-) = C(4.6, 3.22)cm$$

Ex 5: Locate the centroid of shaded area as shown in fig.(5):

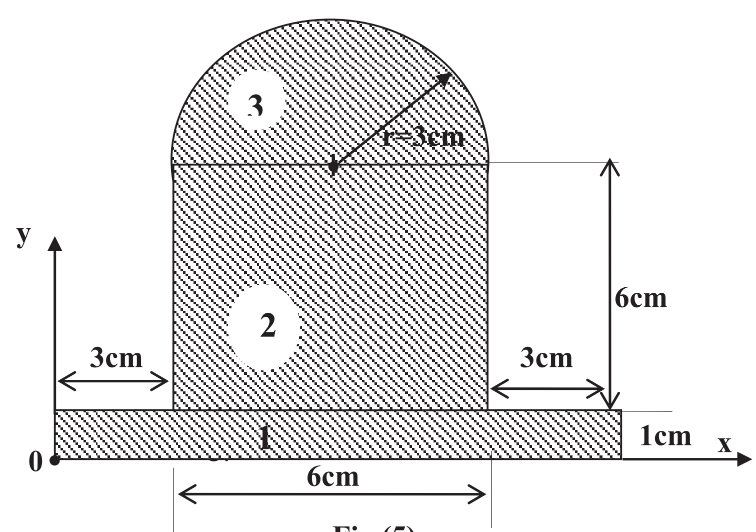


Fig.(5)

Segment	$a(cm)^2$	x (cm)	a. x (cm^3)	y (cm)	a.y($cm)^3$
1	1*12=12	6	72	0.5	6
2	6 *6 = 36	3+3=6	216	3+1=4	144
3	$\frac{\pi}{2}(3)^2=14.13$	3+3=6	84.78	$[4.(3) / 3\pi]+7=8.27$	146.855
	$\sum$ a =62.13=A		$\sum$ a.x =372.78		$\sum$ a.y =296.8

$$\bar{X} = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{372.78}{62.13} = 6cm$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{266.855}{62.13} = 4.295cm$$

$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(6, 4.295)cm$$

Ex$_6$: Locate the centroid of the shaded area for the fig(6) below:

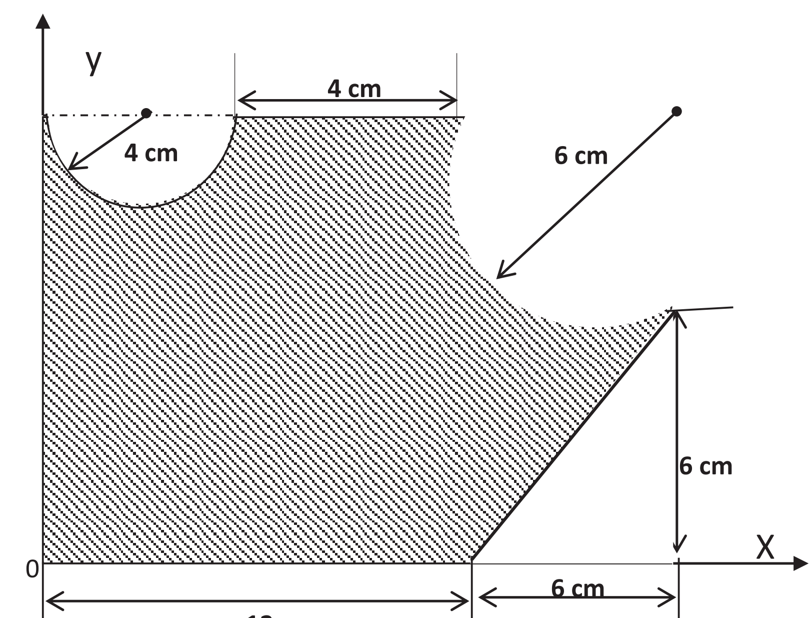


Fig.(6)

Segment	$a(cm)^2$	x (cm)	$a.x(cm)^3$	y(cm)	$a.y(cm)^3$
Rectangle	18*12=216	9	1944	6	1296
Semi circle	$\pi r^2 /2 = -25.1$	4	-100.4	$12- 4r/3\pi =10.3$	-258.53

Quarter circle	π **r²/4= -28.27**	**15.45**	**-435.7**	**12- 4r/3** π **=9.45**	**- 266.49**
Triangle	**6 *6 /2 =-18**	**16**	**-288**	**2**	**-36**
	$\sum$ **a =144.63**		$\sum$ **a.x =1119.9**		$\sum$ **a.y =734.98**

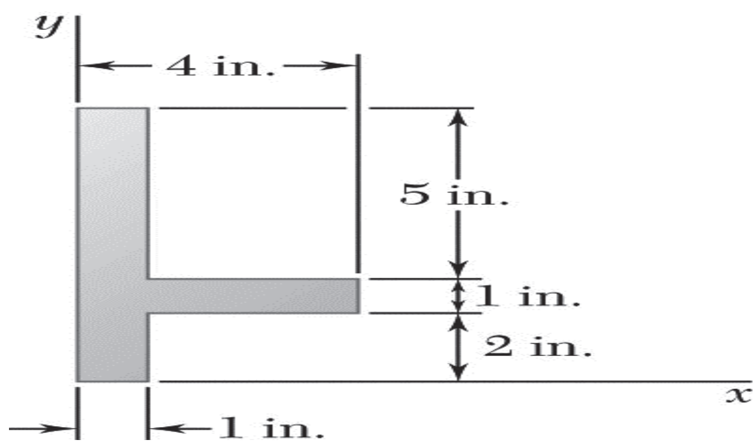
$$\bar{X} = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{1119.9}{144.63} = 7.7cm$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{734.98}{144.63} = 5.08cm$$

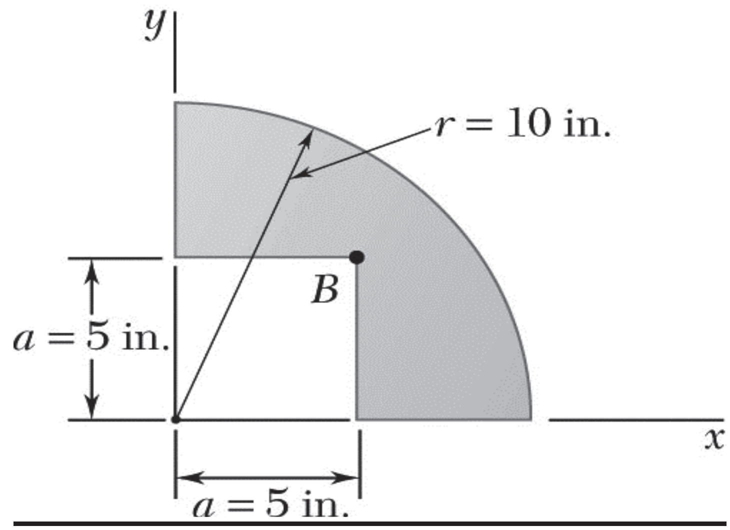
$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(7.7, 5.08)cm$$

<u>Problems</u>

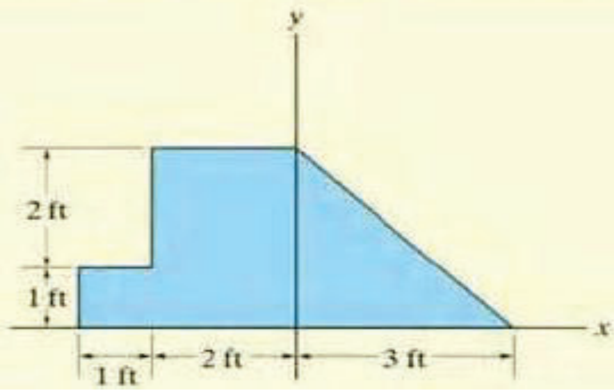
H.W//Locate the centroid of the plane area shown.



Locate the centroid of the plane area shown.

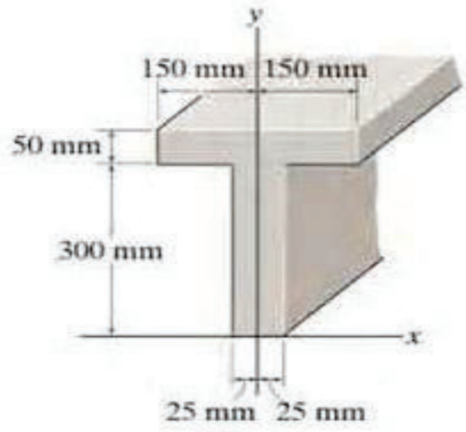


Locate the centroid of the plate area shown in Fig. 9–17*a*.

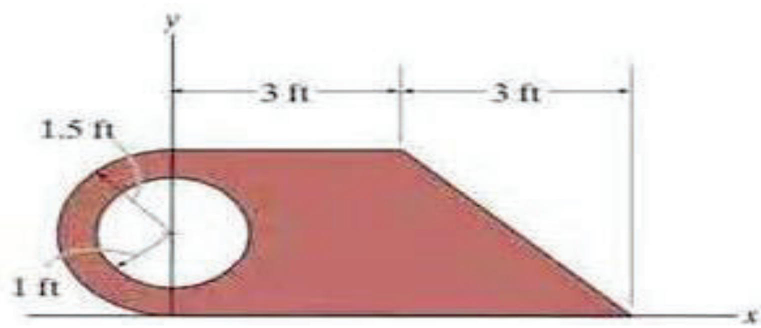


F9–7

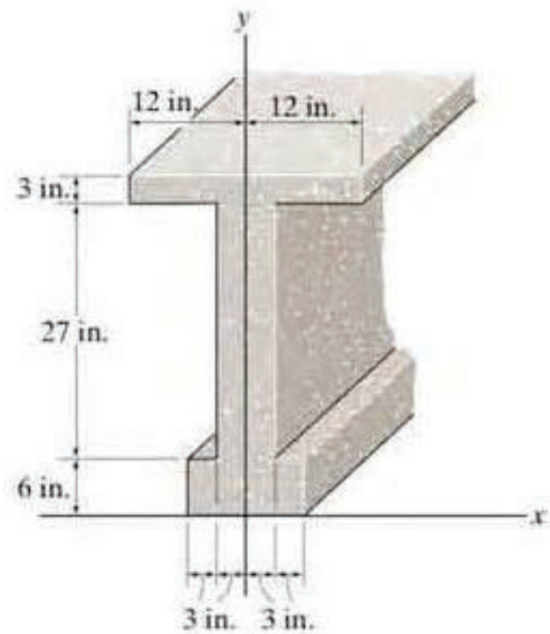
F9–8. Locate the centroid $\bar{y}$ of the beam's cross-sectional area.



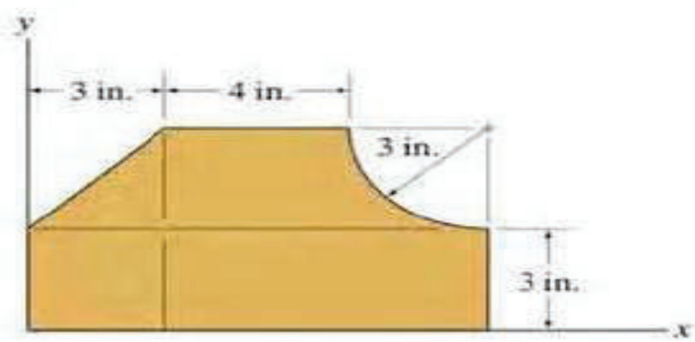
*9–60. Locate the centroid $(\bar{x}, \bar{y})$ of the composite area.



*9–52. Locate the centroid $\bar{y}$ of the cross-sectional area of the concrete beam.



9–59. Locate the centroid $(\bar{x}, \bar{y})$ of the composite area.

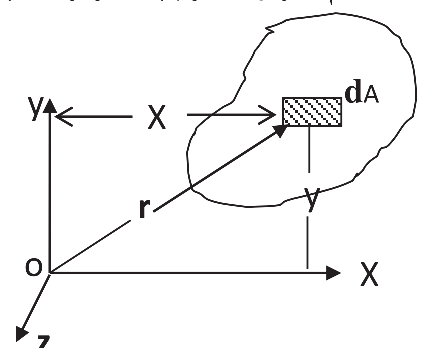


عزم القصور الذاتي : (Moment of Inertia

وهو يسمى أيضاً بالعزم الثاني للمساحة وهي خاصية الجسم للاحتفاظ بحالته الحركية دون تغيير في حالة انعدام القوى الخارجية المؤثرة عليه .

$I_x = \int y^2 dA = y^2 . A$……………..(1)

$I_y = \int x^2 dA = x^2 . A$ ………………(2)



إن الوحدات المستخدمة لعزم القصور الذاتي هي : mm^4 أو cm^4 أو m^4

ملاحظة : في حالة كون عزم القصور الذاتي حول محور عمودي على مستوى المساحة يدعى حينئذ بعزم القصور القطبي **Polar moment of Inertia**

$J_z = \int r^2 \, dA = \int (x^2 + y^2) \, dA = \int x^2 dA + \int y^2 \, dA$

$\therefore J_Z = I_X + I_Y$ …………..(3)

Parallel – axis theorem for an area(نظرية المحاور المتوازية (معادلة نقل عزم القصور الذاتي

$I_x = I_{xc} + A * d^2 y$

$I_y = I_{yc} + A * d^2 x$

$J_z = J_{zc} + A * d^2$

Ix: عزم القصور الذاتي حول المحور x

Ixc : عزم القصور حول المحور الافقي المار بمركز المساحة c

Iy: عزم القصور الذاتي حول المحور y

Iyc: عزم القصور الذاتي حول المحور العمودي المار بمركز المساحة

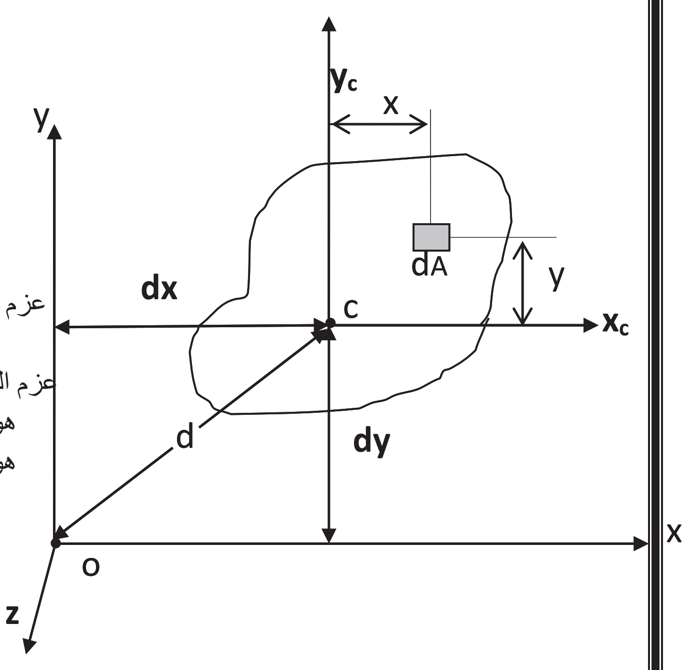
Jz: عزم القصور القطبي حول محور عمودي على المساحة

Jzc: عزم القصور القطبي حول محور عمودي يمر بمركز المساحة C

dx: هو البعد بين المحور y_c المار بمركز المساحة وبين المحور y

dy: هو البعد بين المحور x_c المار بمركز المساحة وبين المحور x

d: هو البعد بين المحور z_c المار بمركز المساحة وبين المحور z



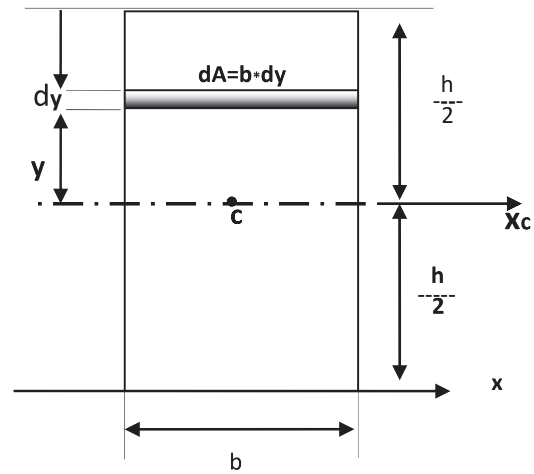
إيجاد عزم القصور الذاتي لمساحة معينة بواسطة التكامل

Moments of Inertia for an area by integration

Ex₁ : Determine the Moments of Inertia for the rectangular area shown in fig.( ) with respect to (a) the Xc axis.

(b) the X axis passing through the base of rectangular.

Sol: <u>a</u>



$$Ix_c = \int y^2 * dA$$

$$\therefore Ix_c = \int_0^{\frac{h}{2}} y^2 * (b * d_y)$$

$$\therefore Ix_c = 2b\int_0^{\frac{h}{2}} (y^2 * dy) = 2b\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{\frac{h}{2}}$$

$$Ix_c = \frac{bh^3}{12}$$

.

b $Ix = Ix_c + A * d^2$ يمكن الاستفادة من الفرع الأول وباستخدام معادلة نقل عزم القصور الذاتي .

$$Ix = \frac{bh^3}{12} + bh(\frac{h}{2})^2$$

$$\therefore Ix = \frac{bh^3}{3}$$

الجواب

<u>H.w</u>

اعد نفس صيغة السؤال أعلاه لإيجاد(Iyc , Iy)

$$Iy_c = \frac{hb^3}{12}$$

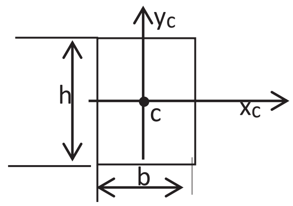
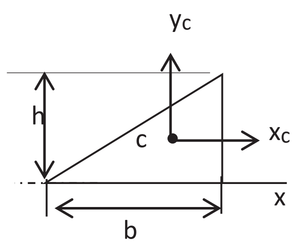
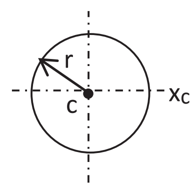
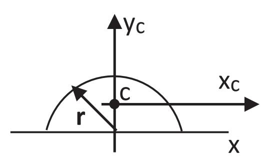
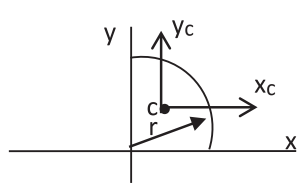
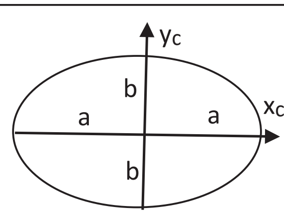
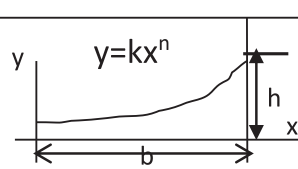
$$Iy = Iy_c + A * d^2$$

$$Iy = \frac{hb^3}{12} + bh(\frac{b}{2})^2$$

$$\therefore Iy = \frac{hb^3}{3}$$

الجواب

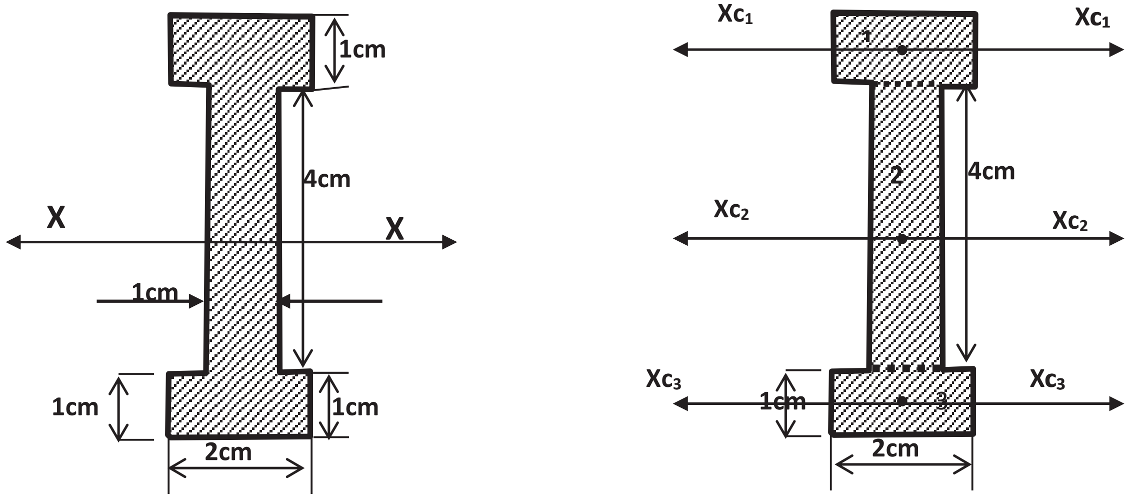
عزم القصور الذاتي لبعض الأشكال الهندسية

		I_{xc}	I_{yc}
$I_x = bh^3/3$		$bh^3/12$	$hb^3/12$
$I_x = bh^3/12$		$bh^3/36$	$hb^3/36$
$J_{zc} = \pi r^4/2$		$\pi r^4/4$	$\pi r^4/4$
$I_x=I_y$ $=\pi r^4/8$		$0.11r^4$	$\pi r^4/8$
$I_x=I_y$ $=\pi r^4/16$		$0.055r^4$	$0.055\ r^4$
		$\pi ab^3/4$	$\pi ab^3/4$
		$I_x= \frac{bh^3}{3(3n+1)}$	$I_y= \frac{bh^3}{n+3}$

(Moment of inertia for composite area) عزم القصور الذاتي للمساحات المركبة

يتم تقسم الشكل للمساحات المركبة أعلاه الى عدة أجزاء ويؤخذ عزم القصور لكل مساحة حول المحور المطلوب ومن ثم تجمع هذه العزوم مع ملاحظة كون المساحة موجبة او سالبة .

Ex1: Determine the moment of inertia (I_X) of the shaded area as shown in fig. (1)below:



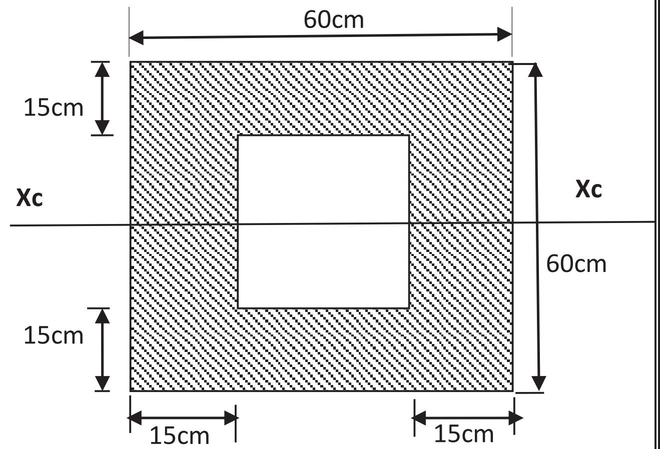
segment	I_{XC}	a cm^2	d cm	d^2 cm^2	a $*d^2$
1	$\frac{bh^3}{12} = \frac{2(1)^3}{12}$ =1/6	2* 1 =2	2.5	6.25	12.5
2	$1(4)^3/12 = 5.33$	4	0	0	0
3	$2(1)^3/12=1/6$	2	2.5	6.25	12.5
	$\sum Ixc=5.663$				$\sum a*d^2=25$

$$Ix = \sum_{i=1}^{n} Ixc_i + \sum_{i=1}^{n} a_i * d_i$$

$$Ix = Ixc_1 + Ixc_2 + Ixc_3 + a_1 * d_1^2 + a_2 * d_2^2 + a_3 * d_3^2$$

$= 5.663 + 25 = 30.663\ cm^4$

Ex₂: Determine the moment of the inertia of the shaded area with respect to the Xc axis passing through centroid of area



$\mathbf{I_{xc} = I_{xc1} - I_{xc2}}$

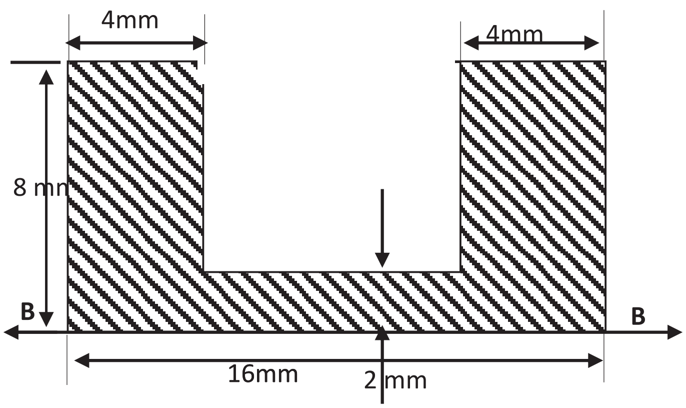
$$Ixc = \frac{b_1 h_1^3}{12} - \frac{b_2 h_2^3}{12}$$

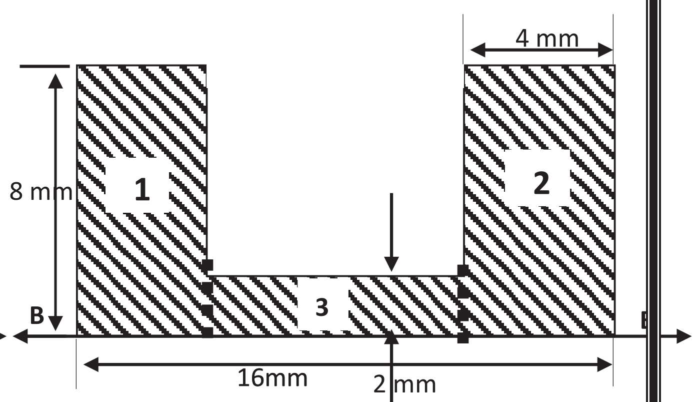
$$Ixc = \frac{60(60)^3}{12} - \frac{30(30)^3}{12}$$

$\mathbf{I_{xc} = 1080000 - 67500}$

$\mathbf{Ixc = 1012500\ cm^4}$

Ex₃ : Determine the moment of Inertia of the shaded area as shown in fig with respect to the B-B axis.





Sol :

segment	Ixc	d	d²	a	a. d²
1	$bh^3/12 = 4(8)^3/12 = 170.66$	4	16	32	512
2	$4(8)^3/12 = 170.66$	4	16	32	512
3	$8(2)^3/12 = 5.33$	1	1	16	16
	$\sum Ixc = 346.65$				$\sum a.d^2 = 1040$

$I_{BB} = \sum I_{xc} + \sum a * d^2$

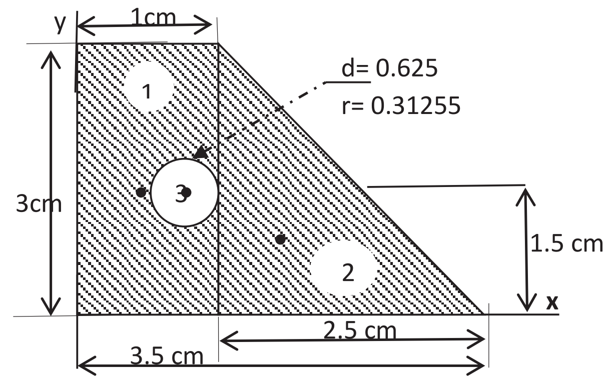
$= 346.65 + 1040 = 1386.65\ mm^4$

Ex4**:** Compute the moment of the Inertia for the shaded area with respect to the X-axis :

segment	I_{XC}	d	d^2	a	$a * d^2$
1	$bh^3/12 = 1(3)^3/12 = 2.25$	1.5	2.25	$1*3=3$	6.75
2	$bh^3/36 = 2.5(3)^3/36 = 1.875$	h/3 =3/3-=1	1	bh/2 =2.5*3/2=3.75	3.75
3	$\pi r^4/4 = -0.0075$	1.5	2.25	$-\pi r^2 = -0.3$	-0.675
	$\sum Ixc = 4.1175$				$\sum a.d^2 = 9.825$

$I_x = \sum I_{xc} + \sum a * d^2$

$I_x = 4.1175 + 9.825 = 13.9425\ cm^4$



Ex5: Compute the moment of the Inertia for the composite shaded area as shown in fig. ( )with respect to the X and Y axis ie (Ix and Iy).

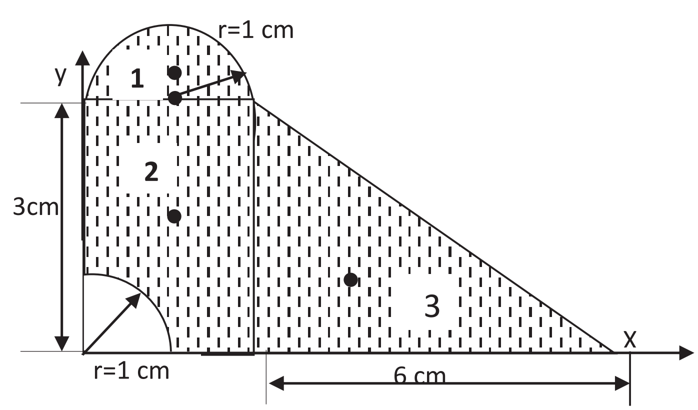
segment	I_{XC}	d	d^2	a	$a * d^2$
1	$0.11r^4 = 0.11$	3.42	11.696	1.57	18.362
2	$bh^3/12 = 4.5$	1.5	2.25	6	13.5
3	$bh^3/36 = 4.5$	1	1	9	9
4	$0.055r^4 = -0.055$	0.424	0.18	-0.785	-0.141
	$\sum Ixc = 9.055$				$\sum a.d^2 = 40.721$

$I_x = \sum I_{xc} + \sum a * d^2$

$= 9.05 + 40.721$

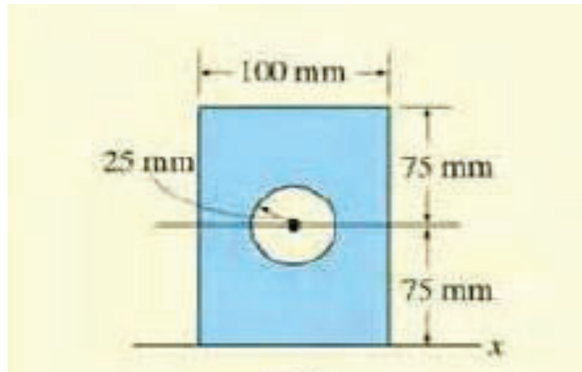
$= 49.776\ cm^4$

وبنفس الطريقة نحسب I_y

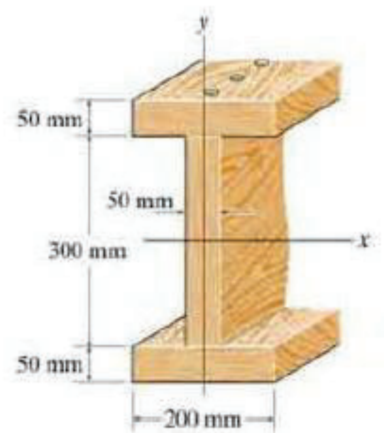


Problems

Determine the moment of inertia of the area shown in Fig. 10–8*a* about the *x* axis.



F10–7. Determine the moment of inertia of the cross-sectional area of the channel with respect to the *y* axis.



•**10–33.** Determine the moment of inertia of the composite area about the y axis.