جامعة الفرات الأوسط التقنية
المعهد التقني كربلاء
قسم تقنيات المحاسبة
المرحلة الأولى

محاضرات في مادة

الاحصـــــــاء

مدرس المادة
م. وسام فؤاد عباس

للعام الدراسي 2024 - 2025

مفردات مادة الاحصاء

الاسبوع	تفاصيل المفردات
الأول	علم الاحصاء, تعريفه , اهميته, علاقته بالعلوم الاخرى statistics تعريف الطريقة الاحصائية , مراجعة الطريقة الاحصائية .
الثاني والثالث	تصنيف وتبويب البيانات , تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة . Classification and Tabulation of data
الرابع والخامس	العرض البياني للبيانات المبوبة ، المدرج التكراري ،المضلع التكراري ،المنحنى التكراري ، المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والمتجمع النازل
السادس	قياس النزعة المركزية , مفهومها واستخداماتها , الوسط الحسابي في البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة (طريقة مطولة) طريقة مختصرة . Averages or Measures of Central Tendency
السابع والثامن	الوسيط , تعريفه , طرق حسابه للبيانات غير المبوبة والمبوبة حسابيا وبيانيا . المنوال , مفهومه ,حسابه للبيانات غير المبوبة والمبوبة(طريقة بيرسون حسابيا وبيانيا) . The Median
التاسع	مقاييس التشتت , مفهومها واستخداماتها , المدى للبيانات غير المبوبة والمبوبة , الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة .
العاشر	الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا . Semi-Inter –Quartile – Range
الحادي عشر الثاني عشر	الانحراف المتوسط ,مفهومه واهميته , طرق حسابه للبيانات غير المبوبة الانحراف القياسي (المعياري)،مفهومه واهميته ، طرق حسابه للبيانات غير المبوبة والمبوبة Standard Deviation
الثالث عشر و الرابع عشر والخامس عشر والسادس عشر والسابع عشر الثامن عشر والتاسع عشر	الارتباط البسيط ,مفهومه , طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (طريقة مطولة وطريقة مختصرة). Simple Correlation Coefficient . معامل ارتباط person للبيانات المبوبة ارتباط الرتب Rank - Correlation ، ارتباط سبيرمان للرتب sparman , sparmans rank correlation coeff. . ارتباط سبيرمان المعدل . ارتباط البيانات الصفات correlation between attributes معامل الاقتران . Coefficient of Association معامل التوافق .Coefficient of Contingency
العشرون	السلاسل الزمنية – مفهومها . استخداماتها Time Series
الحادي والعشرون والثاني والعشرون	الاتجاه العام ، مفهومه ، طرق ايجاده Secular treand أ. طريقة المتوسطات المتحركة . ب. طريقة متوسطي نصفي السلسلة.
الثالث والعشرين	الارقام القياسية , مفهومها ، واستخداماتها , index numbers

الرابع والعشرين والخامس والعشرين والسادس والعشرين	حساب الارقام القياسية البسيطة simple index numbers. حساب الأرقام القياسية المرجحة Weighted index numbers - رقم الاسبير - رقم باش - رقم فشر (الامثل)
السابع والعشرون والثامن والعشرون والتاسع والعشرون والثلاثون	– بعض المواضيع التطبيقية

الأسبوع الأول :علم الاحصاء ،تعريفه ،أهميته ،علاقته بالعلوم الاخرى ، تعريف الطريقة الاحصائية

طبيعة علم الاحصاءNature Of Statistics .

كلمة(الإحصاء) في الماضي كانت تهدف الى العد والحصر حتى سمي الاحصاء بعلم العد The Science of canting) اما الاحصاء الأن فقد تطور كثيرا وخاصة في القرن العشرين واصبح علما مستقلا له أهميته كوسيلة واداة في البحث العلمي لجميع العلوم.

تعريف علم الاحصاء-:

لقد وضعت تعاريف عديدة لعلم الاحصاء تجمع على انه العلم الذي يختص بعمليات جمع البيانات الاحصائية وتصنيفها وتبويبها وعرضها وتحليلها بقصد التوصل الى استنتاجات يمكن الاعتماد عليها في اتخاذ القرارات المناسبة للظاهرة قيد الدراسة . ويمكن تقسيم علم الاحصاء الى قسمين رئيسيين هما:

1الاحصاء الوصفي- .

2الاحصاء الاستدلالي (الاستقرائي)

حيث يختص الاحصاء الوصفي بتنظيم وتلخيص وعرض البيانات الاحصائية في صورة جداول او رسوم بيانية او اشكال هندسية أضافة الى حساب بعض المقاييس الاحصائية مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت . والغرض من الاحصاء الوصفي هو تقدير معالم المجتمع الاحصائي ووصفه تمهيدا للوصول الى استنتاجات عنه. أما القسم الثاني فهو الاحصاء الاستنتاجي) الاستقرائي (فيختص بالتوصل الى استنتاجات عن المجتمع قيد الدراسة وذلك بالاعتماد على عينة مأخوذة من ذلك المجتمع وباستخدام العديد من الطرق والنظريات الاحصائية التي تعتمد على نظرية الاحتمالات واختبار الفرضيات والتقدير وغيرها .

اهمية علم الاحصاء وعلاقته بالعلوم الاخرى ومجالات تطبيقه

تكمن اهمية علم الاحصاء في كونه وسيلة) وليس غاية (تستخدم في مساعدة الباحثين في شتى مجالات المعرفة عن طريق تزويدهم بالأدوات التي تساعدهم في تحليل المعطيات بشكل علمي واستخلاص النتائج ومن ثم اتخاذ القرارات المناسبة. ولقد اعتمد علم الاحصاء في بعض مراحل تطوره على العديد من النظريات الرياضية وخاصة نظرية الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية. ولقد تطور هذا العلم وتعددت استخداماته وتشعبت لتشمل كافة مجالات الحياة الاجتماعية والاقتصادية والزراعية والطبية والهندسية والامنية وغيرها.

ونتيجة لكثرة استخدامات هذا العلم في المجالات اعلاه برزت تسميات مختلفة للإحصاء ومقرونة باسم اخر كالإحصاء الزراعي , والاحصاء الصناعي , والاحصاء الطبي , الاحصاء السكاني) الحيوي (, الاحصاء الاقتصادي... وغيرها من المسميات حيث ان الاسلوب واحد لكنها تختلف في مجال التطبيق.

ان تطبيق او استخدام الاسلوب الاحصائي في البحث العلمي مرهون بإمكانية التعبير عن الظاهرة المدروسة تعبيرا كميا) رقميا)

وفيما يلي المراحل الرئيسة للطريقة الاحصائية في البحث العلمي.

1- تحديد المشكلة او فرضية البحث , او الظاهرة المراد دراستها- .
2- جمع البيانات او المعلومات عن الظاهرة المدروسة- .
3- تصنيف البيانات وتبويبها وعرضها- .
4- حساب المؤشرات الاحصائية- .
5- تحليل معطيات الدراسة والتوصل الى النتائج- .
6- تفسير النتائج مع عملية اتخاذ القرار المناسب بشأن الظاهرة او الفرضية.

جمع البيانات الاحصائيةCollection of data -:

تعرف عملية جمع البيانات بانها كيفية الحصول على البيانات المطلوبة من مصادرها المختلفة وهي تمثل نقطة الانطلاق لتصنيفها وتحليلها واستخلاص النتائج. حيث يتم الحصول على البيانات الاحصائية من مصدرين رئيسيين هما:

1- **المصادر غير المباشرة** (التاريخية Historical sources) وهي بيانات معدة مسبقا عن ظاهرة ما وباستطاعة الباحث الرجوع اليها واخذ المعلومات المطلوبة , دائرة الاحصاء العامة ,الاحوال المدنية ,الوثائق والسجلات, النشرات الاحصائية.
2- **المصادر الميدانية** Field sources ويقصد بها الحصول على المعلومات من مصادرها الاصلية وذلك عن طريق الاتصال بمفردات المجتمع مباشرة من خلال توجيه الاسئلة اما عن طريق المقابلة الشخصية ,التلفون ,المراسلة . مثل التعداد السكاني , الاحصاء الزراعي ,والصناعي.

الاسبوع الثاني والثالث تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة

طبيعة البيانات الاحصائية

عند جمع البيانات حول ظاهرة ما نرمز للظاهرة بالرمز y او x او اي رمز اخر وكل مفردة او مشاهدة ترمز لها xi اوyi فمثلا عند دراسة اطوال الطلبة في قسم تقنيات المحاسبة فأننا نرمز لصفة الطول (الظاهرة y) ولطول اي طالب) المفردة (بالرمز . yi هذا وان قيمة yi قد تختلف من طالب الى اخر لهذا نقول ان y متغير variables وعليه فان المتغير : هو اي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز y او اي رمز اخر . وتنقسم المتغيرات الى قسمين:

1- **متغيرات وصفية او نوعية :** هي الظواهر او الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية مثل صفة لون العين) ازرق ،اسود ،بني (او الحالة الاجتماعية) غني ،متوسط الحال ، فقير ، او النوع الاجتماعي (ذكر ،انثى).....الخ

2متغيرات كمية : هي الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بأرقام عددية مثل صفة الطول ، الوزن ، العمر ، كمية المحصول. وتنقسم المتغيرات الكمية الى قسمين هما :

أ متغيرات مستمرة (متصلة): المتغير المستمر هو المتغير الذي تاخذ المشاهدة او المفردة فيه اية قيمة رقمية في مدى معين ، فلو فرضنا ان اطوال طلبة المعهد تتراوح بين 145 سم و 190 سم اي ان المتغير y يمكن ان ياخذ اي قيمة بين 145 و 190 سم ومثال ذلك الوزن وكمية المحصول ودرجات الحرارة ، وبصورة عامة كل البيانات التي تقاس تعد بيانات لمتغير مستمر(تأخذ القيم عدد صحيح او كسر.)

ب متغيرات غير مستمرة (منفصلة) : تأخذ المشاهدة او المفردة فيها قيما متباعدة او منقطعة مثال ذلك عدد الثمار او عدد الوحدات الانتاجية او عدد الطلبة في السنة الأولى في قسم تقنيات المحاسبة ، فهي في الغالب تكون اعداد صحيحة .

المجتمع والعينة:

المجتمع : عبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان يأخذها المتغير . او هو مجموعة متكاملة من الافراد او الاشياء او الاعداد او القياسات لها خاصية مشتركة يمكن ملاحظتها ويراد تحليلها , ويقسم المجتمع الى قسمين اما مجتمع محدود يمكن حصر جميع افراده , عدد الطلاب , عدد الموظفين , عدد الاسر.

أو مجتمع غير محدود والذي لا يمكن حصر افراده مثل ذرات الهواء , جزيئات الماء.

اما العينة : جزء من المجتمع ، وهي عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع ففي بعض الاحيان دراسة المجتمع ككل قد يكون صعبا او يحتاج الى وقت وجهد ومال فيستعاض عن دراسة المجتمع بدراسة العينة وصفاتها ومنها يستنتج خواص المجتمع الاصلي الذي اخذت منه العينة.

المعاينة : sampling - يقصد بها الطريقة التي يتم بموجبها اختيار مفردات العينة.

الوحدة الإحصائية : unit - هي اي عنصر او فرد في المجتمع الذي ندرسه.

المؤشر : parameter - وهو قيمة عددية تصف المجتمع مثل الوسط الحسابي او الانحراف المعماري للمجتمع.

المعلمة : Statistics - وهي قيمة عددية تصف العينة مثل الوسط الحسابي او الانحراف المعياري للعينة

مثال تطبيقي: كان في قسم المحاسبة في السنة الثانية 120 طالب يدرسون مادة التدقيق وكان عدد الناجحين 80 وعدد الراسبين 40 طالب وكان الناجحين تتراوح درجاتهم بين (50-95) والراسبين (10-49) .

م/ اجب عن الاتي:

1. **هل المتغيرات وصفية ام كمية.**
2. **اين المجتمع ؟ هل ممكن اختيار عينة ؟ اختر عينة من الناجحين ؟ واختر عينة من الراسبين؟**

اسلوب تصميم البحوث

هناك اعتبارات كثيرة يتوقف عليها تصميم البحث وعلى الباحث ان يأخذ بالاعتبار مسالة الحصول على البيانات والمعلومات بأقصر وقت واقل جهد واوطئ كلفة وعليه يجب مراعاة الاتي عند تصميم البحث:

1 -تحديد الغرض من البحث :

2- الجانب العملي للبحث :

3تحديد اطار البحث :

اسلوب جمع البيانات والمعلومات : للوصول الى البيانات والمعلومات هناك اسلوبان يمكن من خلالهما جمع هذه البيانات والمعلومات كل منهما له ميزاته وعيوبه وهذان الاسلوب هما :

1- **اسلوب التسجيل الشامل** : هو جمع البيانات من جميع المفردات التي يتكون منها المجتمع مجال البحث ومثال ذلك التعداد العام للسكان من ميزات هذا الاسلوب يعطي بيانات كاملة حول الظواهر التي يتم البحث عنها اما عيوبه فان هذا الاسلوب يحتاج الى وقت وجهد ومال كما لا يمكن استخدام هذا الاسلوب في المجتمعات غير المحددة.

2- **اسلوب العينات :** هو اخذ وحدات من المجتمع الاحصائي تسمى العينةsample والغرض من اخذ العينة ان تكون بديلا عن المجتمع الاحصائي وعن طريق صفاتها يتمكن الباحث ان يصف خواص المجتمع بتعميم النتائج التي حصل عليها من دراسة العينة . تفضل هذه الطريقة على طريقة التسجيل الشامل للأسباب الاتية:

1. توفر المال والجهد والوقت اللازم لإجراء البحث.
2. صعوبة اجراء التسجيل الشامل بسبب طبيعة المجتمع فقد يكون المجتمع غير محدد او كبير جدا. ومن عيوب هذا الاسلوب فان محاولة التعرف على خواص المجتمع عن طريق دراسة جزء منه ينطوي عليه التضحية في دقة النتائج التي تستخرجها.

وتنقسم العينات الى قسمين رئيسيين هما العينات العشوائية والعينات الغير عشوائية

1-العينات العشوائية : هي مجموعة المفردات المختارة من مجتمع الدراسة وليس للباحث دخل في اختيارها . وللعينات العشوائية انواع عديدة منها.

أ العينة العشوائية البسيطة : هي اختيار عينة عشوائية من مجتمع الدراسة بطريقة تعطي المفردات نفس الفرصة في الظهور .ويشترط هنا ان يكون المجتمع متجانس) مشترك في الصفات (فمثلا دراسة اسباب عدم التحضير لدى الاناث نلاحظ ان المجتمع متجانس حيث ان كافة مفردات هذا المجتمع هم من الاناث والصفة المشتركة هي عدم التحضير اليومي .

ب العينة العشوائية الطبقية : يتم اختيار العينة عندما يكون المجتمع غير متجانس ،يقسم المجتمع الى طبقات كل طبقة تعتبر مجتمع متجانس ومن كل مجتمع يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة ثم تجمع هذه العينات ونحصل على الطبقة العشوائية.

مثلا لو كنا بصدد دراسة للمستوى العلمي لطلبة المعهد التقني كربلاء هذا المجتمع غير متجانس من حيث التخصص العلمي فهناك اختصاص صحة مجتمع واختصاص محاسبة واختصاص ومدني واختصاص سياحة وهكذا.

ج العينة العشوائية المتعددة المراحل : يتم تقسيم المجتمع الى وحدات اولية ثم يتم اختيار عينة عشوائية من هذه الوحدة الاولية ثم تقسم كل وحدة من الوحدات الاولية الى وحدات ثانوية ثم تؤخذ عينة كمرحلة ثانية ثم تقسم الى وحدات اصغر ونأخذ عينة منها الى ان نصل الى المفردة التي يتم جمع البيانات منها والتي تؤلف عينة البحث.

2- العينات غير العشوائية : يقصد بها مجموعة من المفردات المختارة من مجتمع الدراسة بطريقة يكون للباحث دخل في اختيارها ومن هذه العينات.

أ العينة الحصصية : تقسيم مجتمع الدراسة الى طبقات استنادا الى معايير تقسيم معينة تتعلق بطبيعة الدراسة ثم يتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل شخصي (غير عشوائي) بحيث ان عدد مفردات هذه العينات يشكل حجم العينة المطلوبة لتلك الدراسة .فلو كنا بصدد استطلاع راي الجمهور في مواقع التواصل الاجتماعي فانه يمكن تقسيم مجتمع الدراسة الى ذكور واناث ثم يتم اختيار عينة من الذكور واخرى من الاناث تتناسب كل منهما مع عدد الذكور وعدد الاناث في مجتمع هذا الاستطلاع ومجموع مفردات هاتين العينتين تؤلفان حجم العينة المطلوب للاستطلاع .

ب العينة العمدية : اختيار العينة بشكل متعمد يعتقد الباحث مسبقا بان مفردات هذه العينة هي خير من يمثل مجتمع الدراسة.

مصادر جمع البيانات:

يتم الحصول على البيانات و المعلومات من احد المصدرين الآتيين:

1 -المصادر التاريخية : هي البيانات المحفوظة لدى اجهزة الدولة المختلفة نتيجة الاستقصاءات او مسوحات قامت بها هذه الجهات لأغراض خاصة بها او تجمعت لديها بحكم وظائفها . مثال ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان ،احصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات او احصاءات التجارة الداخلية والخارجية.

2المصادر الميدانية : بيانات ومعلومات يمكن الحصول عليها من مصادرها الاصلية بطريقة المراسلات)بالبريد(أو المواجهة (المقابلة الشخصية) أو عن طريق الهاتف أو اي وسيلة اتصال أخرى.

تصنيف وتبويب البيانات

لاحظنا ان عملية جمع البيانات تتم من خلال المصادر التاريخية او الميدانية باستخدام أسلوب التسجيل الشامل او اسلوب العينات حسب ما تتطلبه الدراسة ، ان البيانات المتحصل عليها بخصوص الظاهرة المعنية تسمى البيانات الاولية او البيانات غير المصنفة ،ان البيانات بشكلها الاولي تكون غير منظمة مما يتعذر على الباحث تكوين فكرة عن هذه الظاهرة او تلك التي جمعت البيانات ، كذلك يتعذر الاعتماد عليها بشكلها الغير المنظم لأغراض التحليل الاحصائي للوصول الى النتائج المطلوبة ، لذلك ان اولى الخطوات الهامة بعد عملية جمع البيانات هي:

عملية تصنيف وتبويب البيانات.

1- **مراجعة البيانات :** بعد اتمام عملية جمع البيانات وفق الوسيلة المناسبة لذلك البحث يتوجب الامر مراجعة وتدقيق البيانات لغرض التأكد من مطابقتها وتكاملها لمتطلبات الدراسة.
2- **تصنيف البيانات:** بعد التأكد من دقة البيانات التي تم الحصول عليها يتم عملية تصنيف البيانات على اساس الظواهر التي جمعت منها البيانات حيث يتم فرز بيانات كل ظاهرة على هيئة مجموعة فقد يكون التصنيف على ظاهرة العمر، الوزن ،المهنة، الطول.
3- **تبويب البيانات :** بعد اتمام عملية تصنيف البيانات تبدأ عملية التبويب ، ويقصد بالتبويب عملية تفريغ البيانات المصنفة في جداول خاصة بحيث ان كل جزء من البيانات المصنفة عن الظاهرة المعنية يعود الى مستوى معين لتلك الظاهرة ، الهدف من عملية التبويب هو ابراز البيانات وتوضيحها في أضيق حيز ممكن كي يتمكن الباحث من تكوين فكرة عنها ويختلف اسلوب تبويب البيانات تبعا لطبيعتها . وفيما يلي عرض موجز لكل شكل من هذه الاشكال.

أ- التبويب الزمني : عبارة عن ترتيب البيانات المصنفة في جداول على اساس ان كل مجموعة منها تعود لوحدة زمنية كاليوم ، الاسبوع ، الشهر ، السنة. والجدول الاتي يوضح عدد الطلبة الخرجين لعدد من السنوات

السنوات	عدد الخريجين
2018	800
2019	700
2020	500
2021	500
المجموع	2500

ب التبويب الجغرافي : تقسيم البيانات الى مجموعات كل منها خاص بوحدة جغرافية معينة او تقسيم اداري معين كالنواحي والاقضية والمحافظات والبلدان، القارات ، عدد السكان حسب المحافظات العراقية.

اسم المحافظة	عدد السكان
بغداد	8000000
الموصل	7000000
كربلاء المقدسة	3000000
المجموع	18000000

ج التبويب الكمي : تقسيم البيانات الى مجموعات خاصة بوحدة معينة كوحدات الوزن والطول ، المساحة ،الحجم .....الخ ، المثال الاتي يوضح توزيع الاجور اليومية لعمال مصنع الخليج

الاجرة اليومية بالدينار	عدد العمال
اقل من 30000 دينار	185
اقل من 35000	95
اقل من 50000	70
من 50000 فأكثر	20
المجموع	370

د التبويب على اساس صفة معينة : تجميع البيانات وترتيبها في جداول على مجموعة منها يشترك بصفة معينة كالجنس ، الحالة الاجتماعية ، عنوان الوظيفة والمثال الاتي يوضح عدد المحاسبين في شركة امازون حسب نوعهم الاجتماعي.

النوع الاجتماعي	عدد المحاسبين
ذكور	**17**
الاناث	**23**
المجموع	**40**

الأسبوع الرابع والخامس : العرض البياني للبيانات (التوزيع التكرارى) :-

أ – المدرج التكراري . ب – المضلع التكراري . ج – المنحني التكراري .
د – المنحني التكراري للتجمع الصاعد والنازل .

التوزيع التكراريFrequency Distribution

عبارة عن تلخيص وترتيب البيانات التي سبق ان جمعت وصنفت مقسمة الى عدد من المجاميع كل منها تسمى الفئة (class) هذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعديا او تنازليا حسب طبيعة البيانات ويسمى توزيع عدد قيم x حسب الفئات بالتوزيع التكراري . وقد تكون فئات التوزيع التكراري متساوية في الطول ام غير متساوية وذلك يعتمد على طبيعة الدراسة ومتطلباتها. والاتي توضيح لبعض المصطلحات

البيانات غير المبوبة : هي البيانات الاولية التي جمعت ولم تبوب في جدول توزيع تكراري.

البيانات المبوبة : هي البيانات التي جمعت وبوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري.

التوزيع التكراري : تقسيم البيانات او القيم الخاصة بظاهرة من الظواهر الاحصائية الى أصناف او فئات يطلق عليها بالتوزيع التكراري.

الفئة : هي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير ، وكل فئة لها حدان ، حد ادنى ،وحد اعلى.

طول الفئة : هو مقدار المدى بين حدي الفئة.

المدى :هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة + 1.

مركز الفئة : هي القيمة الواقعة عند منتصف الفئة.

تكرار الفئة : عدد المفردات او القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويرمز له ب fi هذا وان مجموع التكرارات يجب ان يكون دائما مساوي للعدد الكلي لقيم الظاهرة.

طول الفئة يرمز له ب L ويستخرج طول الفئة باستخدام احد القوانين الاتية:

حيث ان L=XL-XS+1

طول الفئةL :

الحد الاعلى للفئة:XL

الحد الادنى للفئة : XS

$$\text{او طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

او طول الفئة =الفرق بين الحدين الادنى)او الحدين الاعلى (لفئتين متتاليتين)

او طول الفئة : الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

المدى : يرمز لهT.R

حيث انT.R=XL-XS+1

اكبر قيمة XL

اصغر قيمةXS

مركز الفئة يرمز لهX

$$X=\frac{L.L+U.L}{2}$$

حيث ان : الحد الاعلى للفئة L.L

الحد الادنى للفئة U.L

عدد الفئات يرمز له ب m , n هناك عدة طرق تقريبية لإيجاد عدد الفئات اهمها:

$$m = 1+3.322 \log n$$

او $m = 2.5\sqrt[4]{n}$

هناك نوعان رئيسيان من الجداول الإحصائية:

1- **الجدول البسيط :** هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة من عمودين . الاول يمثل تقسيمات صفة الظاهرة الى فئات او مجموعات والثاني يبين عدد المفردات التابعة كل فئة او مجموعة والجدول الاتي يمثل عدد من الطلبة حسب اوزانهم

فئات الوزن	عدد الطلبة
60-62	5
63-65	15
66-68	45
69-71	27
72-74	8
المجموع	100

2- **الجدول المركب(المزدوج)** : هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين او ظاهرتين او اكثر في نفس الوقت و يتألف من:

الصفوف : تمثل فئات او مجاميع احدى الصفتين.

الاعمدة : تمثل فئات او مجاميع الصفة الاخرى.

والجدول التالي يبين توزيع عدد من الطلبة حسب صفتي الطول والوزن

ا لوزن / الطول	51-60	61-70	71-80	المجموع
121-140	20	6	4	30
141-160	2	40	10	52
161-180	2	6	10	18
المجموع	24	52	24	100

مثال (1) : لو اردنا عمل توزيع تكراري للأعداد الاتية التي تمثل الوزن بالكيلو غرامات لعشرين طالبا في المعهد التقني كربلاء (67,55,65.70,75,60,89,83,65,56,49,65,49,48,69,62,72,45,56,74,)

نتبع الخطوات الاتية :

1- نبحث عن اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة وهي (45-89) وذلك للتوصل الى المدى الكلي

2- نجد عدد الفئات .3- نجد طول الفئة. 4- نكتب حدود الفئات ونستخرج عدد التكرارات لكل فئة

المدى الكلي =اكبر قيمة - اقل قيمة + 1

T.R= XL-XS+1

=89-45+1

=45

M= 1+3.322Log n

=1+3.322 Log 20

5.32 نقربها الى 5

طول الفئة

$$L = \frac{T.R}{M}$$

$$L = \frac{45}{5} = 9$$

كتابة حدود الفئات واستخراج عدد التكرارات لكل فئة

C	fi	fi
46-53	||||	4
54-62	|||	3
63-71	|||||||	7
72-80	||||	4
81-89	||	2
Total	20	20

ملاحظة: هناك عدة طرائق لكتابة حدود الفئات:

1- اما ان تكون الاعداد لمتغيرات منفصلة كما في المثال السابق
2- او تكون الاعداد لمتغيرات متصلة وهو الذي يمثل بعدد صحيح او كسر مثل الاوزان والاطوال وتكتب الفئات كالاتي:

من 40 الى اقل من 50
من 50 الى اقل من 60
من 60 الى اقل من 70
وللاختصار تكتب بالصيغة الاتية:
40-
50-
60-
70 -

تمتاز هذه الطريقة بالوضوح وتستخدم غالبا لأعداد التي تمثل متغيرات متصلة
3- -وقد تكتب الفئات حسب الصيغة الاتية:
أكبر من 40 واقل من 50
أكبر من 50 واقل من 60
أكبر من 60 واقل من 70
وللاختصار تكتب
50-
60-
70-

قد يكون التوزيع في الجدول التكراري البسيط توزيعا منتظما كما في المثال السابق وذلك لتساوي طول الفئة ، او يكون التوزيع غير منتظم اذا كان طول الفئة غير متساوي ،او يكون الجدول مغلقا اذا كان الحد الادنى والحد الاعلى للفئة معروف ، او يكون الجدول مفتوحا في الحالات الاتية:
أ- يكون مفتوحا من الطرف الادنى فقط
ب- يكون مفتوحا من الطرف الاعلى فقط
ت- يكون مفتوحا من الطرفين (إذا كان الحد الانى والحد الاعلى للفئة غير معلوم)

تمرين واجب (1) البيانات الاتية تمثل عدد الوحدات المنتجة من (50) عاملا في احد الشركات الصناعية

57 43 46 24 44 38 19 54 49 57
29 53 45 47 41 37 49 56 47 29
31 32 51 52 42 45 28 43 49 34
24 42 28 39 21 18 37 34 29 23
35 43 39 41 26 27 32 37 28 33

المطلوب// انشاء جدول توزيع تكراري .

مثال (2) : البيانات الأتية لظاهرتين x و y المطلوب تفريغها في جدول تكراري مزدوج

X: 2 , 10 , 11 , 4 , 20 , 15 , 15 , 3, 25 , 25 , 20 , 22 , 15 , 20 , 30 , 30 , 35 , 30 , 35 , 31

Y: 3 , 2 , 5 , 6 , 8 , 10 , 2 , 10 ,2 , 6 , 5 , 9 , 15 , 12 , 3 , 9, 10 , 12 , 11 , 4

الحل : نستخرج معلومات لكل ظاهرة على حدى

المتغيرX

المدى: T.R =XL-XS +1

=35-2+1

=34

عدد الفئات : $m=2.5\sqrt[4]{n}$

$=2.5\sqrt[4]{20}$

=2.5*2.114

= 5.28

وبالتقريب عدد الفئات = 5

طول الفئة:

$$L=\frac{T.R}{M}=\frac{34}{5}=6.8$$

وبالتقريب = 7

المتغيرY

المدى T.R =(XL-XS) +1

=15-2+1= 14

=1+3.322 Log 20

=1+3.322*1.3 =5.31

وبالتقريب= 5

طول الفئة:

$$L = \frac{T.R}{M} = \frac{14}{5} = 2.8$$

بالتقريب = 3

C x	C y	f_i x	f_i y
2-8	2-4	3	6
9-15	5-7	5	4
16-22	8-10	4	6
23-29	11-13	2	3
30-36	14-16	6	1
Total		20	20

بعد ذلك نضع المعلومات في جدول مزدوج وكالاتي:

y \ x	2-8	9-15	16-22	23-29	30-36	Total
2-4	1	2	0	1	2	6
5-7	1	1	1	1	0	4
8-10	1	1	2	0	2	6
11-13	0	0	1	0	2	3
14-16	0	1	0	0	0	1
Total	3	5	4	2	6	20

ملاحظات مهمة حول التوزيع التكراري

1 -تبدأ الفئة الاولى باصغر قيمة في التوزيع .
2- طول الفئة = الفرق بين مركز الفئة اللاحق ومركز الفئة السابق لان طول الفئات متساوية- .
3 -قد يعبر عن كتابة الفئات بمراكزها- .
4 -يجب ان تكون حدود الفئات محددة بشكل واضح بحيث ان كل مفردة تقع في فئة واحدة من التوزيع.

التوزيع التكراري المتجمع

التوزيع التكراري البسيط يعطينا عن عدد المفردات في كل فئة لكن في بعض الاحيان نرغب في معرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل او أكثر من قيمة معينة في التوزيع التكراري. ويعرف التوزيع التكراري المتجمع :بانه التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي .وهناك نوعان من الجداول التكرارية المتجمعة . ويرمز له ب Fi

أ- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد : وهو عبارة عن تجميع التكرارات من الفئة الأولى وانتهاء بالفئة الاخيرة منه ويتم حساب التكرارات المتجمعة على اساس الحدود العليا للفئات فلو رجعنا الى المثال رقم (1) فان جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد يكون كالاتي:
نجمع التكرارات من الفئة الدنيا الى الفئة العليا

C	fi	Upper Limitsالحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد Fi
40-49	4	49 فأقل	4
50-59	3	59 فأقل	7
60-69	7	69 فأقل	14
70-79	4	79 فأقل	18
80-89	2	89 فأقل	20
Total	20		

ب- جدول التوزيع المتجمع النازل : عبارة عن تجميع التكرارات ابتداء من الفئات العليا وانتهاء بالفئات الدنيا ،بعبارة اخرى تناقص التكرارات ابتداء بالفئة الاولى في التوزيع وانتهاء بالفئة الاخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة النازلة على اساس الحدود الدنيا للفئات.
فلو رجعنا الى المثال رقم (1) فان التوزيع التكراري المتجمع النازل يكون كالاتي**:**

C	fi	Lower Limitsالحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع النازل Fi
40-49	4	40 فأكثر	20
50-59	3	50 فأكثر	16
60-69	7	60 فأكثر	13
70-79	4	70 فأكثر	6
80-89	2	80 فأكثر	2
Total	20		

تمرين واجب (2) في تجربة لقياس السرعات الاتية للمركبات على طريق خارجي اعطيت اليك البيانات كما في الجدول الاتي :
المطلوب عمل جدول توزيع متجمع صاعد وجدول توزيع متجمع نازل

الفئات	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-109	110-119	120-129	المجموع
التكرارت	3	6	24	64	50	29	14	6	3	1	200

العرض الهندسي للبيانات او العرض البياني للبيانات المبوبة :

نواجه في الحياة العملية اعداد كبيرة من البيانات تتعلق بمختلف مجالات الحياة فاذا عرضت هذه البيانات بطريقة الجداول أو التقارير ستكون بلا شك مملة ويصعب استيعابها والمقارنة بين مفرداتها ، كما **ان** الرسوم والاشكال الهندسية ما هي الا تعبير وتوضيح للبيانات بطريقة جذابة وسهلة وفعالة تساعد القارئ على فهم واستيعاب الظاهرة ومقارنتها مع بعضها . ووسائل التمثيل البياني كثيرة ومتنوعة وسنكتفي بشرح العرض البياني للتوزيعات التكرارية فقط . وعادة نخصص المحور الافقي لتمثيل قيم او فئات المتغير بينما نخصص المحور العمودي لتمثل تكرارات هذا المتغير ويجب دائما ان يبدأ تدريج المحور العمودي من الصفر اما تدريج المحور الافقي فقد لا نبدأ بتدريجه من الصفر .ومن اشكال العرض البياني نذكر:

1 المدرج التكراري

عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الافقي لتمثل اطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات .ولرسم مدرج تكراري نتبع الخطوات الاتية

1- رسم المحور الافقي والمحور العمودي

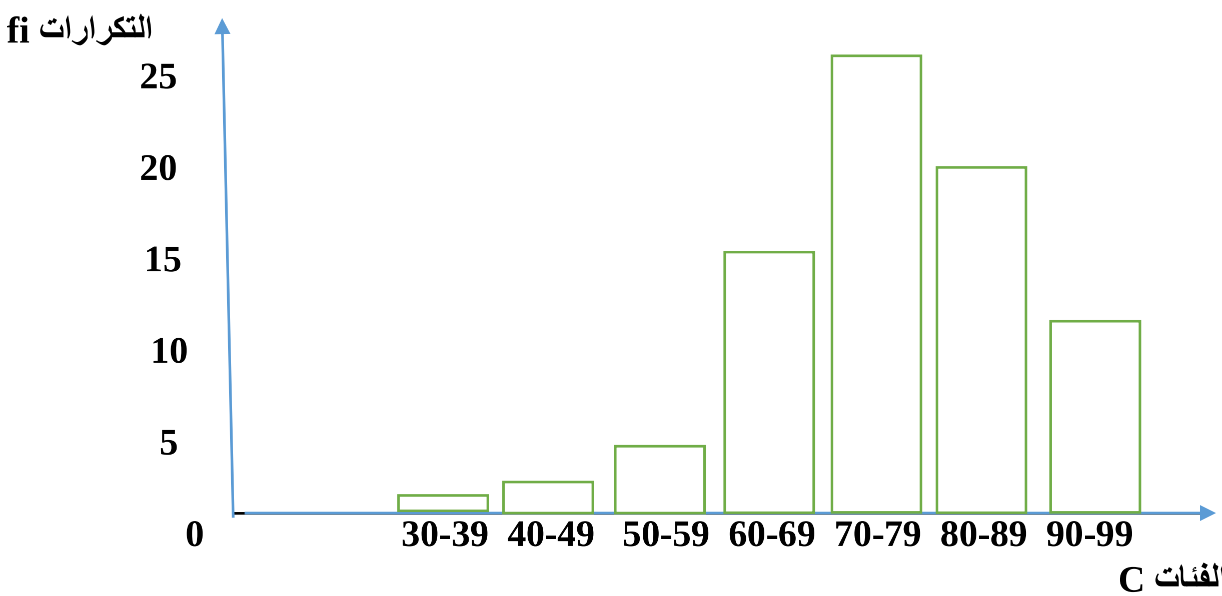
2- تدريج المحور الافقي الى اقسام متساوية بحيث يشمل جميع حدود الفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الادنى للفئة الاولى، ونقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث تشمل اكبر التكرارات

3- يرسم على كل فئة مستطيلا رأسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه يمثل تكرارها

مثال (3):الجدول الاتي يمثل توزيع تكراري لأطوال نباتات القطن :

C	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	Total
f_i	1	2	5	15	25	20	12	80

المطلوب : تمثيل التوزيع التكراري بمدرج تكراري .



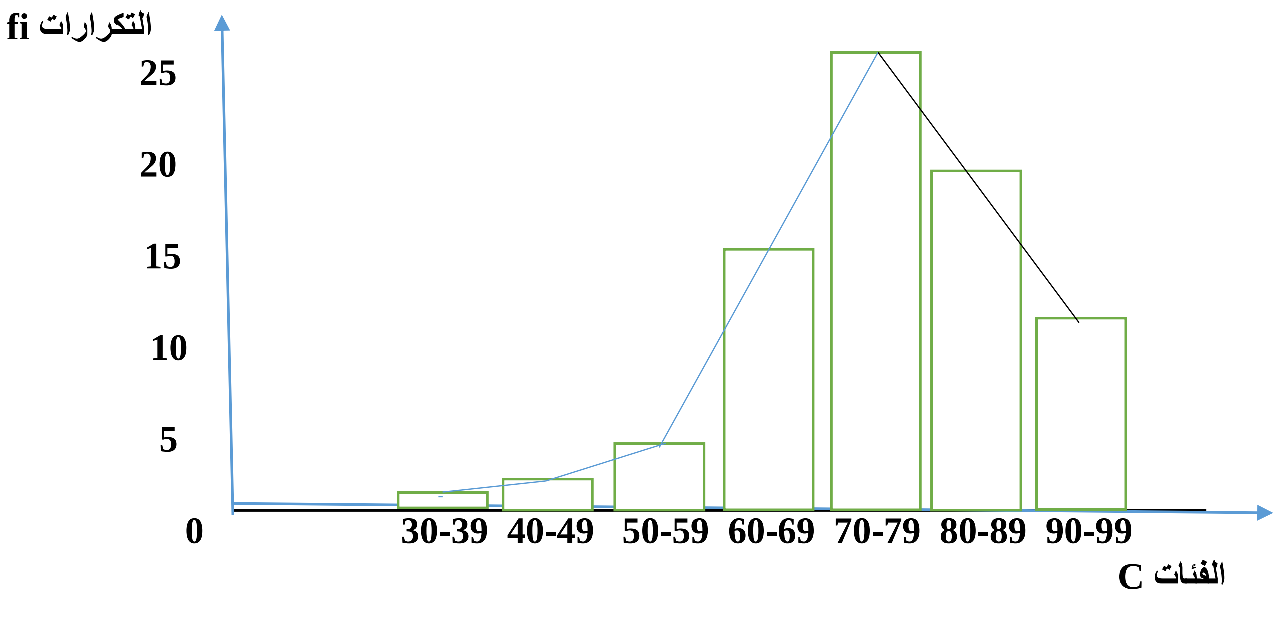
تمرين واجب (3) الاتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة احدى الكليات قوامها مئة طالب

C	46-53	54-61	62-69	70-77	78-85	86-93	94-101	102-109	Total
f_i	7	15	27	21	14	8	5	3	100

المطلوب: رسم مدرج تكراري لهذا التوزيع .

المضلع التكراري: هو وسيلة اخرى لتمثيل التوزيع التكراري بيانيا ويمكن رسمه بإحدى طريقتين:
اولهما :اذا كان المدرج التكراري معلوم . ويتم ذلك بتصنيف القواعد العليا لمستطيلات المدرج ثم نصل بين هذه النقط بمستقيمات ورسم فئة قبل الاولى تكرارها صفر وفئة بعد الاخيرة تكرارها صفر وبتصنيف هاتين الفئتين وتوصيل بقية الخط نحصل على ما يسمى بالمضلع التكراري فلو عدنا الى المثال السابق(1) فالمضلع التكراري يكون بالشكل التالي:

C	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	Total
f_i	1	2	5	15	25	20	12	80



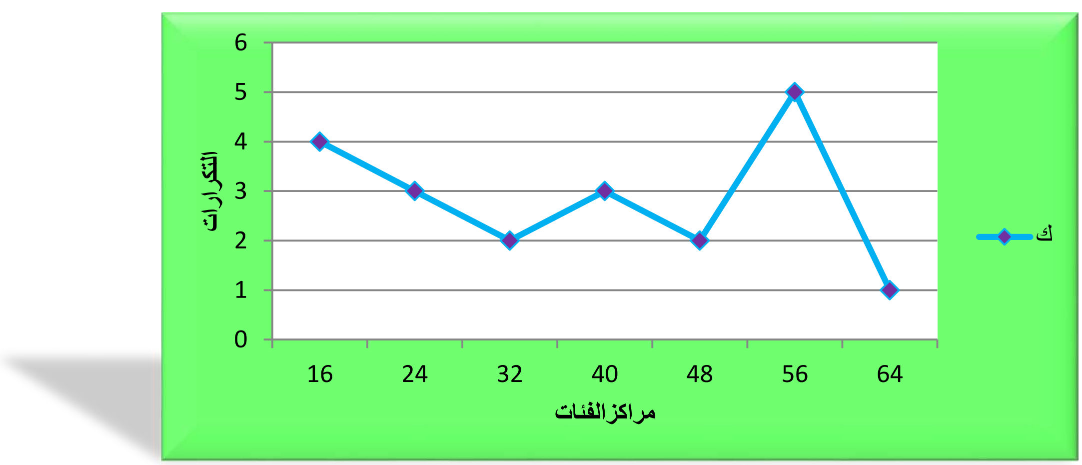
الطريقة الثانية : رسم المضلع التكراري على مراكز الفئات مباشرة دون ضرورة لرسم المدرج التكراري اولا وعليه فان المحور الافقي يمثل مراكز الفئات والمحور العمودي يمثل التكرارات ثم نصل النقاط بعضها ببعض وعليه فان خطوات رسم المضلع التكراري كما يأتي
1- ايجاد مراكز الفئات على المحور الافقي.
2- تحديد النقطة التي تقابل مركز كل فئة على المحور الرأسي.
3وصل مستقيمات بين النقط التي حددناها بعضها ببعض.

أي أنه لرسم المضلع نقوم باتباع الخطوات التالية: أ) نجد مراكز الفئات.ب) نرسم مستقيمين متعامدين الافقي يمثل مراكز الفئات والعمودي يمثل التكرارات.ج) نعين النقاط على الرسم البياني حيث كل نقطة مسقطها الاول مركز الفئة والمسقط الثاني تكرار الفئة،ثم نصل بين النقاط بخطوط مستقيمة على التوالي.

مثال // الجدول التالي يمثل الدخل لمجموعة من الافراد.

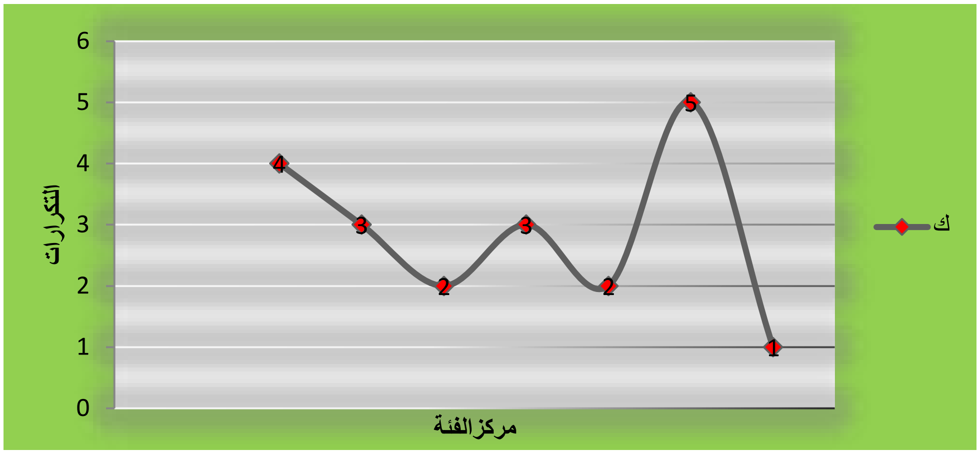
الدخل	12 -19	20 -27	28 -35	36 -43	44 -51	52 -59	60 – 68	المجموع
التكرارات	4	3	2	3	2	5	1	20

فعند إيجاد مراكز الفئات يكون المضلع التكراري كالآتي :



المنحنى التكراري Frequency curve
لرسم المنحنى التكراري نتبع نفس الخطوات التي اتبعناها في رسم المضلع التكراري ولكن الفرق بينهما ان التوصيل بين النقاط يكون بخطوط منحنية وليس بخطوط مستقيمة كما هو الحال في المضلع.

فإن اردنا تمثيل الجدول في المثال السابق باستخدام المنحنى التكراري يكون كالآتي :



4 - المنحنى التكراري التجميعي:

تمثيل الجداول التكرارية المتجمعة بيانيا:

1المنحنى التكراري المتجمع الصاعد .

2المنحنى التكراري المتجمع النازل .

خطوات رسم المنحنى المتجمع الصاعد:

1ننشأ الجدول المتجمع الصاعد- .

2رسم المحورين السيني والصادي , السيني يمثل الحدود العليا للفئات والصادي يمثل التكرار المتجمع الصاعد

3نرصد النقاط على الرسم البياني والتي تمثل نقاط تقاطع الحدود العليا والتكرار المتجمع الصاعد- .

4نصل بين النقاط اعلاه بخط منحنى مرن بدلا من الخط المستقيم , نحصل على المنحنى المتجمع الصاعد- .

خطوات رسم المنحنى المتجمع النازل:

1ننشأ الجدول المتجمع النازل- .

2رسم المحورين السيني والصادي , السيني يمثل الحدود الدنيا للفئات والصادي يمثل التكرار المتجمع النازل-

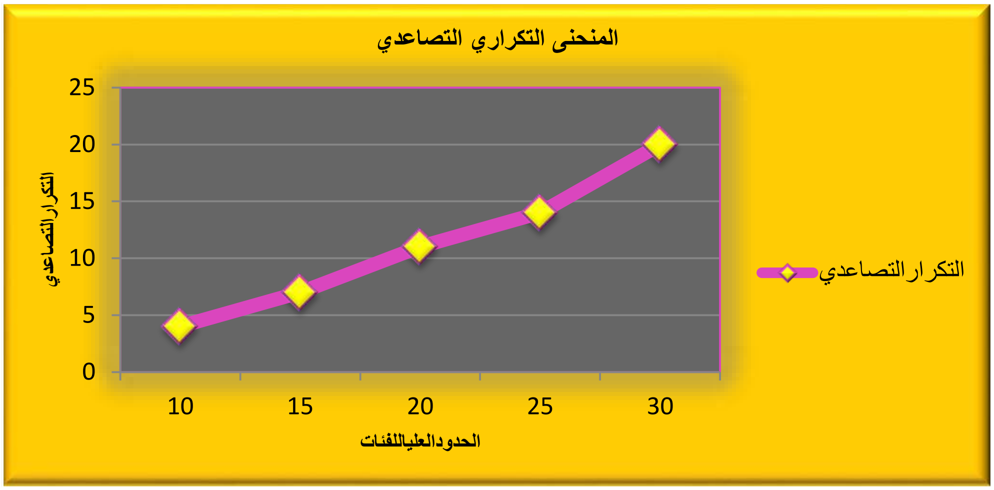
- . نرصد النقاط على الرسم البياني والتي تمثل نقاط تقاطع الحدود الدنيا والتكرار المتجمع النازل

3 . نصل بين النقاط اعلاه بخط منحنى مرن , نحصل على المنحني المتجمع النازل

أ) المنحنى التكراري المتجمع الصاعد:

لرسم المنحنى التصاعدي نجد الجدول التكراري التصاعدي ومن ثم نرسم المنحني، حيث يمثل المحور الافقي الحدود العليا للفئات والمحور العمودي التكرار المتجمع الصاعد.

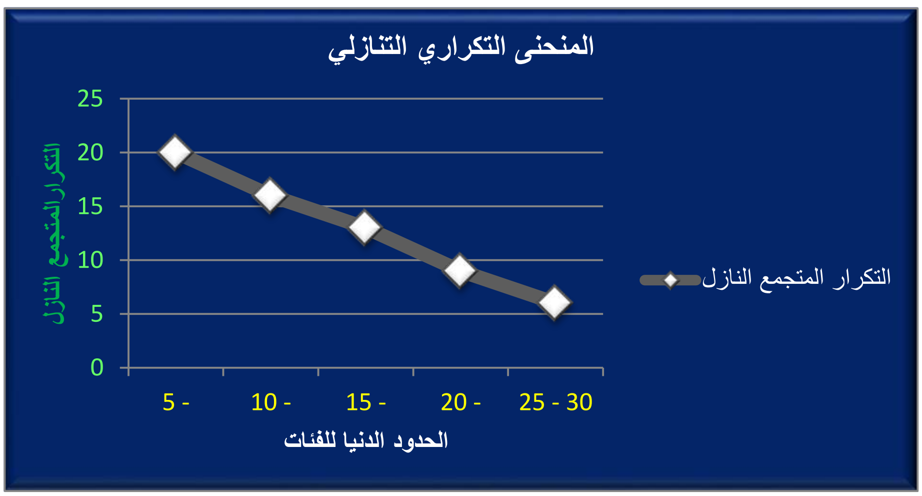
فإذا كانت الحدود العليا للفئات 10 ، 15 ، 20 ، 25 ، 30 على التوالي ، والتكرارات المتجمعة الصاعدة 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، 25 على التوالي ، فيكون المنحنى التكراري المتجمع الصاعد كالآتي :



ب) المنحنى التكراري المتجمع النازل :

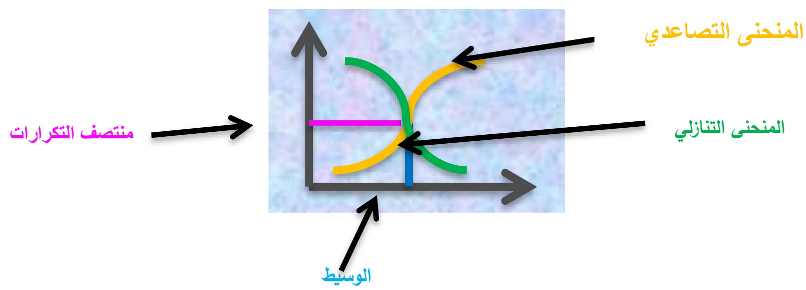
نجد الجدول التكراري التنازلي ومن ثم نرسم المنحنى، حيث يمثل المحور الافقي الحدود الدنيا للفئات والمحور العمودي التكرار التنازلي.

فإذا كانت الحدود الدنيا للفئات 5 ، 10، 15 ، 20 ، 25 ، 30 على التوالي ، والتكرارات المتجمعة النازلة 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، 25 على التوالي ، فيكون المنحنى التكراري المتجمع النازل كالآتي :

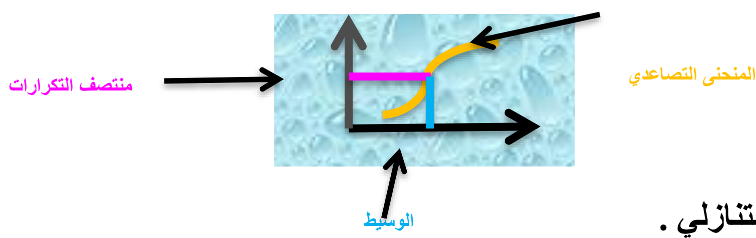


ملاحظات مهمة

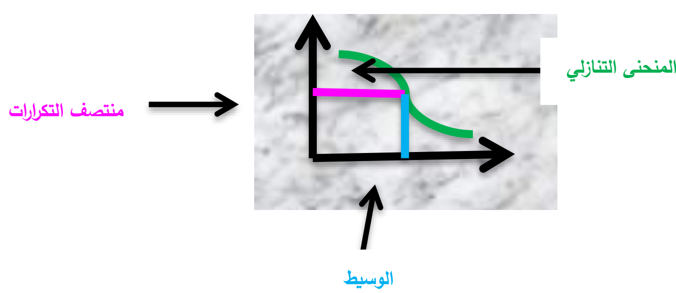
1) عند رسم المنحنيين التصاعدي والتنازلي معآ من نقطة تقاطعهما ننزل عمود على المحور السيني ،فنقطة تقاطع العمود النازل مع المحور السيني تمثل قيمة (الوسيط) وهو احد مقاييس النزعة المركزية التي سيرد شرحها لاحقآ. ومن نقطة التقاطع ننزل عمود على المحور العمودي فنقطة تقاطع العمود النازل مع المحور الصادي تمثل منتصف التكرارات .



2) عند رسم المنحنى التصاعدي نحدد منتصف التكرارات على المحور الصادي ومنه ننزل مستقيم على المنحنى من نقطة تقاطع المستقيم مع المنحني ننزل مستقيم على المحور السيني،نقطة تقاطع المحور السيني مع العمود النازل تمثل (الوسيط).



3)كذلك نفس الحالة بالنسبة للتنازلي .

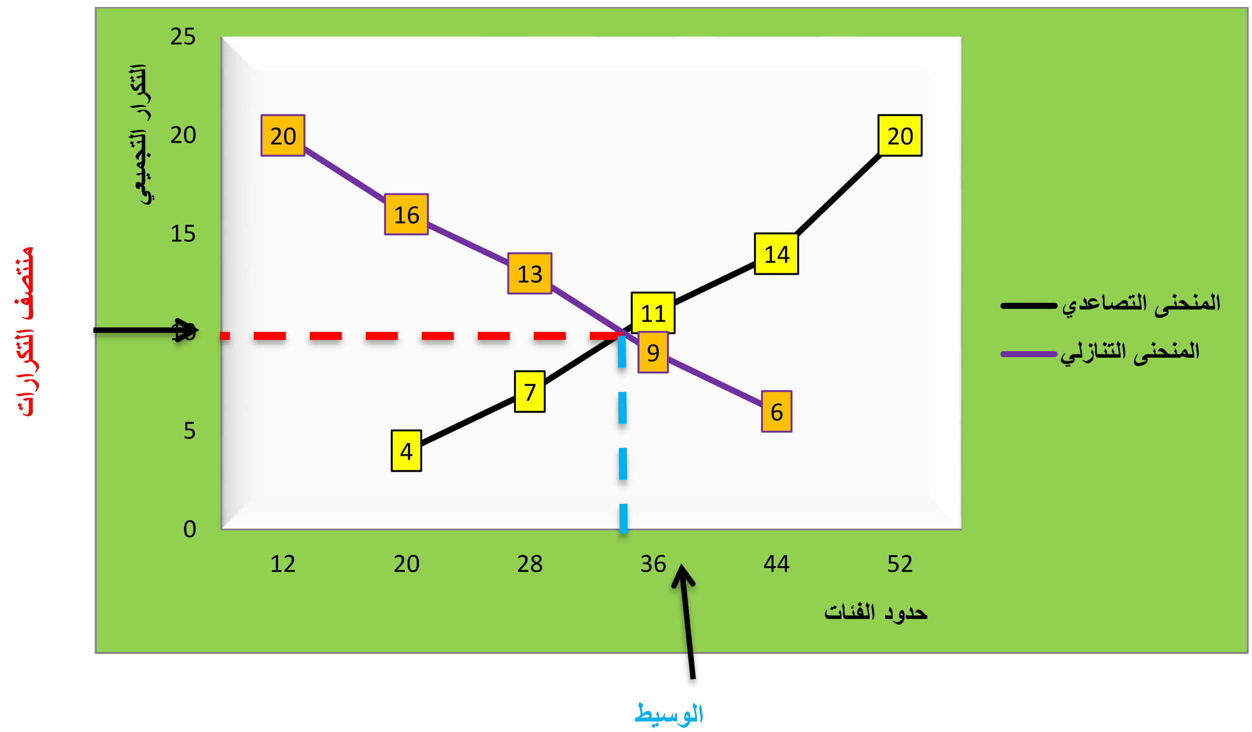


مثال//(مهم) الجدول التالي يمثل الدخل لمجموعة من الافراد.

المطلوب// جد الوسيط بيانيآ .

الدخل	12 -	20 -	28 -	36 -	44 -52	المجموع
التكرارات	4	3	4	3	6	20

الحل// من الممكن حسابه بأحدى الطرق الثلاثة المذكورة في الملاحظات أعلاه. وسنحله بالطريقة الأولى . نقوم برسم المنحيين التصاعدي والتنازلي ومن نقطة تقاطعهما ننزل عمود على المحور الافقي فنقطة تقاطع العمود النازل مع المحور الافقي تمثل قيمة الوسيط بيانيآ.



تمرين: اعرض بيانات الجدول ادناه بيانيا مستخدما المنحني المتجمع الصاعد والمنحني المتجمع النازل

C	15-19	20-24	25-29	30-34	Total
Fi	4	6	15	5	30

الدائرة البيانية*pie chart* :

تعد هذه الطريقة من افضل الطرق لتمثيل البيانات في حالة المقارنة بين الظاهرة الكلية واجزائها ويتم ذلك باتباع الخطوات الاتية:

1 -نستخرج زاوية القطاع من العلاقة الاتية:

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة الجزء المحدد}}{\text{المجموع الكلي للاجزاء}} \times 360^0$$

- تمثل الزاوية المركزية للدائرة باعتبار ان *360*
- نقوم برسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف قطر 2
- نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطر والممثلة للقطاع 3

مثال (7) : في جرد المكتبة المركزية بلغ عدد الكتب التي تم جردها ب(*1000*) بالألاف موزعة في اربعة ايام.

اليوم الاول *250* كتاب اليوم الثالث *220* كتاب

اليوم الثاني *300* كتاب اليوم الرابع *230* كتاب

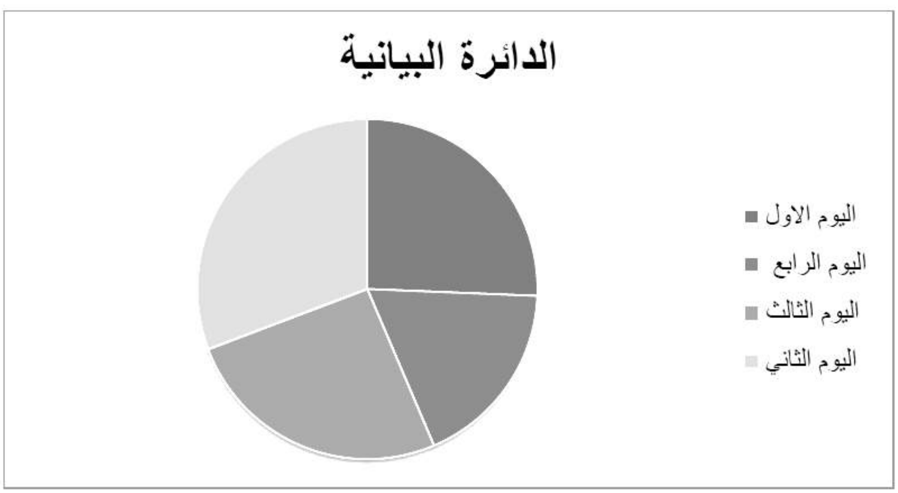
المطلوب / اعرض البيانات اعلاه مستخدما الدائرة البيانية

الحل : زاوية قطاع اليوم الاول $= \frac{250}{1000} \times 360° = 90°$

زاوية قطاع اليوم الثاني $= \frac{300}{1000} \times 360° = 108°$

زاوية قطاع اليوم الثالث $= \frac{220}{1000} \times 360° = 79.2°$

زاوية قطاع اليوم الرابع $= \frac{230}{1000} \times 360° = 82.8°$



الأسبوع السادس :مقاييس النزعة المركزية : مفهومها واستخداماتها ، الوسط الحسابي في البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة.

مقاييس النزعة المركزية :

معنى النزعة المركزية : هي ميل البيانات للتجمع حول المركز

النزعة المركزية في حد ذاتها ظاهرة .

في كثير من النواحي التطبيقية يكون الباحث في حاجة إلى حساب بعض المؤشرات التي يمكن الاعتماد عليها في وصف الظاهرة من حيث القيمة التي تتوسط القيم أو تنزع إليها القيم ، ومن حيث التعرف على مدى تجانس القيم التي يأخذها المتغير، وأيضا ما إذا كان هناك قيم شاذة أم لا . كما انه في المحاضرات السابقة تعلمنا كيفية تمثيل البيانات بجداول ورسوم بغية تلخيصها وتوضيحها كذلك يمكن تمثيل البيانات بقيمة واحدة هي الوسط او المتوسط اي ان هذه البيانات تميل ان تقع في مركز البيانات المرتبة حسب الكبر لذلك تسمى مقاييس النزعة المركزية . والاوساط الاحصائية هي من اهم المقاييس الاحصائية الوصفية واكثرها استعمالا لدراسة البيانات ومقارنتها ، وهناك عدة انواع من المتوسطات واكثرها شيوعا واستعمالا هي:

1. **الوسط الحسابي Arithmetic mean**
2. **الوسيط Median**
3. **المنوال Mode**

أ- الوسط الحسابي: **Arithmetic Mean**: من أهم مقاييس النزعة المركزية ، وأكثرها استخداما في النواحي التطبيقية ، ويمكن حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة ، كما يلي :

للبيانات غير المبوبة: بشكل عام على أنه مجموع القيم مقسوما على عددها . فإذا كان لدينا n من القيم ، ويرمز لها بالرمز : $x_1, x_2, \dots, x_n$.

هناك طريقتين لحساب الوسط الحسابي

اولا : الطريقة المباشرة : الوسط الحسابي بموجب هذه الطريقة يمثل مجموع قياسات مفردات العينة مقسوما على عددها . فإن الوسط الحسابي لهذه القيم ، ونرمز له بالرمز $\bar{x}$ يحسب بالمعادلة الاتية :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

حيث يدل الرمز Σ على المجموع .

مثال (8) : البيانات الاتية تمثل عينة من درجات الحرارة لمدة 10 أيام.
م/ ايجاد متوسط درجة الحرارة في هذه العينة (متغيرات مستمرة)

45 ، 49 ، 48 ،42 ، 50 ، 51، 49.5 ،50.5 ، 47.3 ، 48.2

الحل /

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{45+49+48+42+50+51+49.5+50.5+47.3+48.2}{10}$$

$$= \mathbf{48.05}$$

لو قمنا بترتيب هذه البيانات تصاعديا لحصلنا على السلسلة الاتية:

42 , 45, 47.3 ,48 , 48.2 , 49 , 49.5 , 50 , 50.5 , 51

نلاحظ تمركز قيمة $\bar{X}$ وسط هذه المجموعة هذا ما نقصده بمقاييس النزعة المركزية.

مثـال (9) الاتي درجات 8 طلاب في مادة مبادئ المحاسبة .

34 32 42 37 35 40 36 40

المطلوب: إيجاد الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الامتحان .

الحـل لإيجاد الوسط الحسابي للدرجات تطبق المعادلة كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

$$= \frac{34+32+42+37+35+40+36+40}{8} = \frac{296}{8} = 37$$

أي أن الوسط الحسابي لدرجة الطالب في امتحان مادة مبادئ المحاسبة يساوي 37 درجة

ثانيا: الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

من المعلوم أن القيم الأصلية ، لا يمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري ، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات ، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة ، ومن ثم يؤخذ في الاعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت m هي عدد الفئات ، وكانت $x_1, x_2, \ldots, x_m$ هي مراكز هذه الفئات، $f_1, f_2, \ldots, f_k$ هي التكرارات ، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_k f_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i}}$$

مثـال (10) : الجدول الاتي يعرض توزيع 40 تلميذ حسب أوزانهم .

فئات الوزن C	32-34	35-37	38-40	41-43	44-46	47-49	Total
عدد التلاميذ fi	4	7	13	10	5	1	40

المطلوب: إيجاد الوسط الحسابي.

الحـل

لحساب الوسط الحسابي باستخدام المعادلة أعلاه يتم إتباع الخطوات الاتي :

1- إيجاد مجموع التكرارات $\sum f$. 2- حساب مراكز الفئات x .

3- ضرب مركز الفئة في التكرار المناظر له (Xf) ، وحساب المجموع $\sum xf$

4- حساب الوسط الحسابي بتطبيق المعادلة .

فئات الوزن (C)	التكرارات fi	مراكز الفئات xi	$xifi$
32-34	4	(32+34)÷ 2=33	4×33=132
35-37	7	36	252
38-40	13	39	507
41-43	10	42	420
44-46	5	45	225
47-49	1	48	48
Total	**40**		**1584**

إذا الوسط الحسابي لوزن التلميذ هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i} = \frac{1584}{40} = 39.6\ k.g$$

أي أن متوسط وزن التلميذ يساوي 39.6 kg.

خصائص الوسط الحسابي

يتصف الوسط الحسابي بعدد من الخصائص ، ومن هذه الخصائص ما يلي :

1- الوسط الحسابي للمقدار الثابت يساوى الثابت نفسه ، أي أنه إذا كانت قيم x هي : $x: a, a, \dots, a$ ، فإن الوسط الحسابي هو:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{a + a + \dots + a}{n} = \frac{na}{n} = a} \qquad (٣-٣)$$

ومثال على ذلك ، لو اخترنا مجموعة من 5 طلاب ، ووجدنا أن كل طالب وزنه 63 كيلوجرام ، فإن متوسط وزن الطالب في هذه المجموعة هو :

$$\bar{x} = \frac{63 + 63 + 63 + 63 + 63}{5} = \frac{315}{5} = 63\ k.g$$

2- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوى صفرا ، ويعبر عن هذه الخاصية بالمعادلة .

$$\boxed{\sum (x - \bar{x}) = 0} \qquad (٣-٤)$$

3- إذا أضيف مقدار ثابت إلى كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (بعد الإضافة) يساوى الوسط الحسابي للقيم الأصلية (قبل الإضافة) مضافا إليها هذا المقدار الثابت . فإذا كانت القيم هي : $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، وتم إضافة مقدار ثابت (a) إلى كل قيمة من القيم ، ونرمز للقيم الجديدة بالرمز y ، أي أن $y = x + a$ ، فإن : الوسط الحسابي لقيمy (القيم بعد الإضافة) هو:

$$\boxed{\bar{y} = \bar{x} + a} \qquad (٣-٥)$$

4- إذا ضرب مقدار ثابت (a) في كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (القيم الناتجة بعد الضرب) يساوي الوسط الحسابي للقيم الأصلية (القيم بعد التعديل) مضروبا في هذا المقدار الثابت . أي أنه إذا كان : $y = a\,x$ ، ويكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة y هو :

$$\boxed{\bar{y} = a\ \bar{x}} \qquad (٣-٦)$$

ويمكن للطالب أن يتحقق من هذه الخاصية باستخدام نفس بيانات المثال السابق . فإذا كان تصحيح الدرجة من 50 ، وقرر المصحح أن يجعل التصحيح من 100 درجة ، بمعنى أنه سوف يضرب كل درجة في قيمة ثابتة (a=2) ، ويصبح الوسط الحسابي الجديد هو : $\bar{y} = a\ \bar{x} = 2(37) = 74$

5- مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ، أي أن:

$$\boxed{\sum (x-\bar{x})^2 \langle \sum (x-a)^2 \ \ if \ \ a \neq \bar{x}} \qquad (٣-٧)$$

ثالثا: الوسط الحسابي المرجح

في بعض الأحيان يكون لكل قيمة من قيم المتغير أهمية نسبية تسمى أوزن ، أو ترجيحات ، وعدم أخذ هذه الأوزان في الاعتبار عند حساب الوسط الحسابي ، تكون القيمة المعبرة عن الوسط الحسابي غير دقيقة ، فمثلا لو أخذنا خمسة طلاب ، وسجلنا درجات هؤلاء الطلاب في مادة الإحصاء ، وعدد ساعات الاستذكار في الأسبوع .

تسلسل	1	2	3	4	5	Sum
x (الدرجة)	23	40	36	28	46	173
w (عدد ساعات الاستذكار)	1	3	3	2	4	

نجد أن الوسط الحسابي غير المرجح للدرجة الحاصل عليها الطالب هي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{23+40+36+28+46}{5} = \frac{173}{5} = 34.6$$

وإذا أردنا أن نحسب الوسط الحسابي للدرجات x المرجحة بعدد ساعات الاستذكار w ، يتم تطبيق المعادلة الاتية :

$$\bar{X}_{wi} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{23\times1+40\times3+36\times3+28\times2+46\times4}{1+3+3+2+4}$$

$$= \frac{23+120+108+56+184}{13} = \frac{491}{13} = 37.769$$

وهذا الوسط المرجح أكثر دقة من الوسط الحسابي غير المرجح .

إذا الوسط الحسابي المرجح ($\bar{X}_w$) يحسب بتطبيق المعادلة الاتية :

$$\boxed{\bar{X}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}} \qquad (٣-٨)$$

مثال (خارجي)

مزايا وعيوب الوسط الحسابي

يتميز الوسط الحسابي بالمزايا التالية :

- أنه سهل الحساب .
- يأخذ في الاعتبار كل القيم .
- أنه أكثر المقاييس استخداما وفهما .

ومن عيوبه .

- أنه يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة .
- يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية .
- يصعب حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة .

الأسبوع السابع والثامن : الوسيط ،طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة حسابيا وبيانيا ، المنوال ،مفهومه ،حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة

الوسيط Median

هو أحد مقاييس النزعة المركزية، والذي يأخذ في الاعتبار رتب القيم ، ويعرف الوسيط بأنه القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم $(n/2)$ ، ويزيد عنها النصف الآخر$(n/2)$ ، أي أن 50% من القيم أقل منه، 50% من القيم أعلى منه. وفيما يلي كيفية حساب الوسيط في حالة البيانات غير مبوبة ، والبيانات المبوبة.

الوسيط لبيانات غير مبوبة

1 -اذا كان عدد القيم فرديا فيكون ترتيب الوسيط كما في الصيغة الأتية

$$T = \frac{n+1}{2}$$

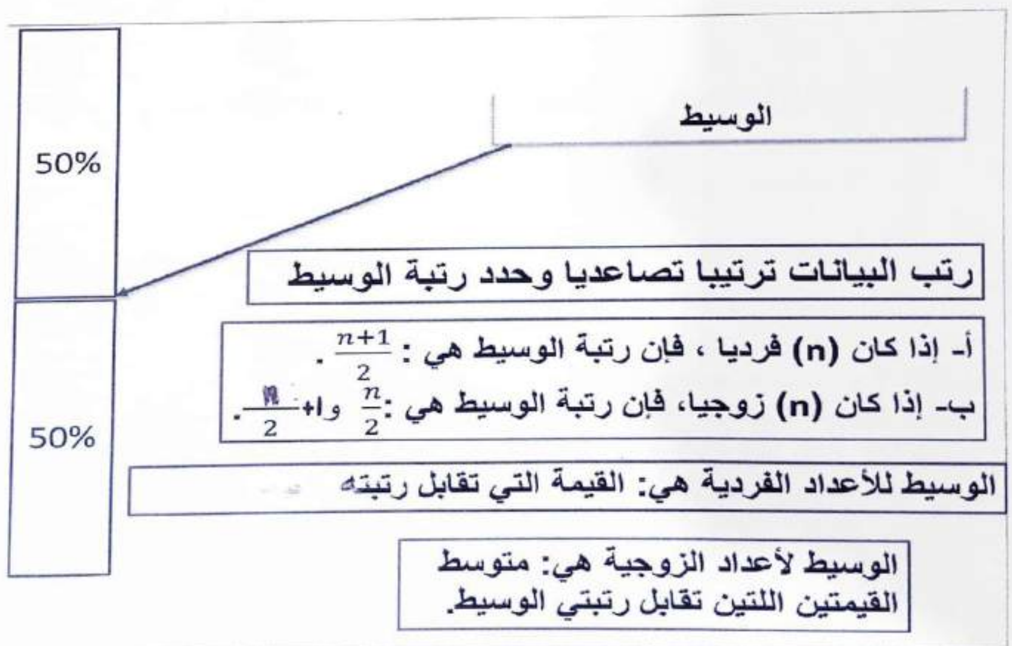
حيث ان T : تمثل ترتيب الوسيط وان n تمثل عدد القيم

خطوات ايجاد الوسيط

1 -ترتيب القيم اما تصاعديا او تنازليا
2 -نجد ترتيب الوسيط حسب الصيغة الأتية:

$$T = \frac{n+1}{2}$$

3 -تكون قيمة الوسيط هي القيمة الموجودة امام الترتيب الناتج في الخطوة (2)



مثال (11) اوجد الوسيط للبيانات الاتية :

$$27 , 12 , 15 , 300 , 22 , 18 , 14 , 24 , 17$$

الحل: 1- ترتيب البيانات: $12 , 14 , 15 , 17 , 18 , 22 , 24 , 27 , 300$

الوسيط

2- نحدد موقع الوسيط (رتبته) كالتالي:

بما أن عدد البيانات : $n = 9$ وهو عدد فردي، إذن رتبة الوسيط هي:

$$\frac{n+1}{2} \text{ أي } \frac{9+1}{2} = 5$$

3- إذن قيمة الوسيط هي القيمة الخامسة في البيانات المرتبة وهي:

$$Med = 18$$

مثال (12) اوجد الوسيط للبيانات الاتية :

$$3 , 9 , 12 , 16 , 14 , 33 , 10 , 15 , 20 , 7$$

الحل: 1- ترتيب البيانات: $3 , 7 , 9 , 10 , 12 , 14 , 15 , 16 , 20 , 33$

القيمتين الوسيطتين

2- تحديد موقع الوسيط: عدد البيانات $n = 10$ ، بما أن عدد البيانات عدد زوجي، فإن

الوسيط له رتبتين: $\frac{10}{2} = 5$ و $\frac{10}{2} + 1 = 6$

3- نحدد قيمة الوسيط، وهي متوسط القيمتين الوسيطتين: الخامسة والسادسة، وهي:

$$\frac{12+14}{2} = 13$$

مثال (13) اوجد الوسيط للبيانات الاتية : . 134 , 78 , 204 , 63 , 12 , 189 , 152

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

ترتيب تصاعدي 12 ,63 ,78 ,134 ,152 ,189 ,204

او ترتيب تنازلي 12, 63, 78, 134, 152, 189, 204

$$\text{ترتيب الوسيط } (T) = \frac{n+1}{2}$$

$$T = \frac{7+1}{2} = 4$$

الوسيط هو الترتيب الرابع اي ان Me= 134

س اوجد الوسيط لدرجات عينة من الطلبة قوامها 9 طلاب في امتحان معين

الدرجات : 63 , 55 , 62 , 53 , 70 , 68 , 65 , 79 , 80

الترتيب تصاعدياً :

53, 55,62,63,**65**,68,70,79,80

$$T=\left(\frac{N+1}{2}\right)=\left(\frac{9+1}{2}\right)=5$$

اذا الوسيط 65

2 -اذا كانت عدد القيم (n) زوجي فيكون الوسيط هو الوسط الحسابي لقيمتي الترتيبين اللتين تسلسلهما على التوالي هو

$\left(\frac{n}{2}\right)$ و $\left(\frac{N}{2}+1\right)$

مثال (14) المطلوب إيجاد الوسيط للأعداد الأتية: 7 , 134 , 78 , 204 , 63 , 12 , 189 , 152

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

الترتيب التصاعدي 7, 12 , 63 , 78 , 134 , 152 , 189 , 204 .

$$T=\frac{N}{2}=\frac{8}{2}=4$$ العدد الذي ترتيبه الرابع هو 78

$$T=\frac{N}{2}+1=\frac{8}{2}+1=5$$ العدد الذي ترتيبه الخامس هو 134

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$Me=\frac{78+134}{2}=106$$

و لو كان الترتيب تنازلي : 204 , 189 , 152 , 134 , 78 , 63 , 12 , 7

$$T=\frac{N}{2}=\frac{8}{2}=4$$ العدد الذي ترتيبه الرابع هو 78

$$T=\frac{N}{2}+1=\frac{8}{2}+1=5$$ العدد الذي ترتيبه الخامس هو 134

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$Me=\frac{78+134}{2}=106$$

مثال (15): اوجد قيمة الدرجة الوسيطية 14 7 11 9 5 21 3 =xi

21 14 11 9 7 5 3الترتيب التصاعدي

القيمة الرابعة **T= n+1 /2 =7+1/2=4**

اذن قيمة الوسيط = 9

تمرين واجب (4): تم تقسيم قطعة أرض زراعية إلى 17 وحدة تجريبية متشابهة ، وتم زراعتها بمحصول القمح ، وتم استخدام نوعين من التسميد هما : النوع (a) وجرب على 7 وحدات تجريبية ، والنوع (b) وجرب على 10 وحدات تجريبية ، وبعد انتهاء الموسم الزراعي ، تم تسجيل إنتاجية الوحدة بالطن / هكتار ، وكانت بالجدول أدناه:

النوع (a)	**1.2**	**2.75**	**3.25**	**2**	**3**	**2.3**	**1.5**			
النوع (b)	**4.5**	**1.8**	**3.5**	**3.75**	**2**	**2.5**	**1.5**	**4**	**2.5**	**3**

المطلوب حساب وسيط الإنتاج لكل نوع من السماد المستخدم، ثم قارن بينها.

ثانيا: الوسيط للبيانات المبوبة

لحساب الوسيط من بيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري ، يتم إتباع الخطوات الاتية .

- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد . $\left(\frac{\sum f}{2}\right) = \left(\frac{n}{2}\right)$
- تحديد رتبة الوسيط ملاحظة هنا التكرارات الاصلية وليس التكرار المتجمع الصاعد:
- تحديد فئة الوسيط وهي الفئة ذات اول تكرار متجمع صاعد اكبر من نصف مجموع التكرارات .
- ويحسب الوسيط ، بتطبيق المعادلة .

$$\text{Med} = A + \frac{\frac{\sum f}{2} - F_{i-1}}{f_i} * L$$

حيث أن :

A الحد الأدنى لفئة الوسيط

F_{i-1} التكرار المتجمع للفئة التي تسبق فئة الوسيط

L طول فئة الوسيط، وتحسب بالمعادلة الاتية:

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى

$L = Upper - Lower$

مثال : اوجد الوسيط من جدول التوزيع التكراري الاتي :

C	fi
60-62	5
63-65	18
66-68	42
69-71	27
72-74	8
Total	100

مزايا وعيوب الوسيط

من مزايا الوسيط

1- لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة .

2- كما أنه سهل في الحساب .

3- مجموع قيم الانحرافات المطلقة عن الوسيط أقل من مجموع الانحرافات المطلقة عن أي قيم أخرى .

أي أن : $\sum|x - Med| \leq \sum|x - a| \;,\; a \neq Med$

ومن عيوب الوسيط

1- أنه لا يأخذ عند حسابه كل القيم في الاعتبار، فهو يعتمد على قيمة أو قيمتين فقط .

2- يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية .

المنوال Mode : هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، أو القيمة الأكثر شيوعاً . وقد لا يكون للقيم منوال وقد يوجد أكثر من منوال واحد .

اولاً: حساب المنوال من بيانات غير مبوبة

$$\boxed{\text{المنوال (Mod) = القيمة (المستوى) الأكثر تكرارا}} \qquad (\text{٣-١٢})$$

مثال (17): اوجد المنوال في البيانات الاتية 3 , 2 , 6 , 5 , 4 ,3

الحل : المنوال هو الرقم 3 لأنه تكرر اكثر من غيره من بين مفردات المجموعة.

مـثال (18): اوجد المنوال في البيانات الاتية: 22,5,7,9,9,9,10,10,11,12,18

لها منوال واحد وهو 9

ملاحظة : بعض القيم تكون عديمة المنوال اذا لم يوجد رقم متكرر كما قد يكون هناك اكثر من منوال في المجموعة في حالة اكثر من رقم.

مثال (19) : احسب المنوال للبيانات الاتية : 19 , 14 , 12 , 10 , 8 , 6 , 4 , 2

لا يوجد منوال لهذه البيانات لأنه لا يوجد رقم متكرر

مثال (20) جد المنوال للبيانات الاتية : 6 , 4 , 5 , 2 , 12 , 10 , 8 , 4 , 2

المنوال هنا 4 منوال و 2 منوال لانهما تكررا بنفس المقدار

مثال (21) - جد المنوال للبيانات الاتية : 2,3,4,4,4,5,5,7,7,7,9

هنا منوالان وهما 7,4 وتسمى مجموعة ذات منوالين

مثـال (22) اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض أقسام كلية الإدارة والاقتصاد ، وتم رصد درجات هؤلاء الطلاب في مادة مبادئ المحاسبة ، وكانت النتائج كالاتي:

67	58	70	65	77	77	77	75	77	80	قسم المحاسبة
90	95	85	77	65	93	75	60	68	88	قسم العلوم المالية
80	86	65	76	88	65	80	69	65	80	قسم الاقتصاد
85	72	73	69	69	73	85	69	73	85	قسم إدارة الاعمال

المطلوب : حساب منوال الدرجات لكل قسم من الأقسام :

الحـل : هذه البيانات غير مبوبة ، لذا فإن :

المنوال = القيمة الأكثر تكرارا

والجدول ادناه يبين منوال الدرجة لكل قسم من الأقسام .

القيمة المنوالية	**القيمة الأكثر تكرار**	**القسم**
المنوال = 77 درجة	الدرجة 77 تكررت 4 مرات	قسم المحاسبة
لا يوجد منوال	جميع القيم ليس لها تكرار	قسم العلوم المالية
يوجد منوالان هما : المنوال الأول = 65 المنوال الثاني = 80	الدرجة 65 تكررت 3 مرات الدرجة 80 تكررت 3 مرات	قسم الاقتصاد
يوجد ثلاث منوال هي : المنوال الأول = 69 المنوال الثاني = 73 المنوال الثالث = 85	الدرجة 69 تكررت 3 مرات الدرجة 73 تكررت 3 مرات الدرجة 85 تكررت 3 مرات	قسم إدارة الاعمال

ب- المنوال لبيانات مبوبة

يمكن ايجاد المنوال بعدة طرق بعد ايجاد الفئة المنوالية ، وتعرف الفئة المنوالية بانها : الفئة التي تحتوي على اكبر تكرار، وذلك لان المنوال حسب التعريف هو القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها . ومن هذه الطرائق :

- **طريقة بيرسون وتسمى ايضا طريقة الفروقات**

$$\boxed{Mod = A + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L} \qquad (١٣-٣)$$

حيث أن : A : الحد الأدنى لفئة المنوال (الفئة المناظرة لأكبر تكرار) .

d_1 : الفرق الأول = (تكرار فئة المنوال – تكرار سابق)

d_2 : الفرق الثاني = (تكرار فئة المنوال – تكرار لاحق)

L : طول فئة المنوال .

فئـــة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار

تكرار سابق

d_1 = (تكرار فئة المنوال – تكرار سابق)

تكرار فئة المنوال

d_2 = (تكرار فئة المنوال – تكرار سابق)

تكرار لاحق

ملخص هذه الطريقة (الخطوات)

1- نختار اكبر تكرار والفئة التي تقابله هي الفئة المنوالية طولها (L) .
2- نحدد التكرار الذي قبله .
3- نحدد التكرار الذي بعده .
4- نحدد الحد الادنى للفئة المنوالية ويرمز له (A) .
5- نجد d_1 و d_2 .
6- نحسب قيمة المنوال بتطبيق صيغة القانون الاتي

$$\boxed{Mod = A + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L} \qquad (١٣-٣)$$

مثال (23) ادناه جدول يبين توزيع 30 أسرة حسب الإنفاق الاستهلاكي الشهري لها بالألف دولار .

فئات الإنفاقC	2 - 4	5 -7	8 -10	11 -13	14 – 16
عدد الأسر fi	4	7	10	5	4

المطلوب : حساب منوال الإنفاق الشهري للأسرة، باستخدام طريقة بيرسون(الفروقات) .

الحل : لحساب المنوال لهذه البيانات يتم استخدام المعادلة رقم (3-12) ، ويتم إتباع الآتي :

- **تحديد الفئة المنوالية : الفئة المنوالية هي الفئة المناظرة لأكبر تكرار : (8-10)**

الفئات	التكرارات
2 -	4
5 -	7
8 -	10
11 -	5
14 - 17	4

فئة المنوال

$A = 8$

$d_1 = 10 - 7 = 3$

أكبر تكرار

$d_2 = 10 - 5 = 5$

- حساب الفروق d ، حيث أن :

$$d_1 = (10 - 7) = 3 \quad d_2 = (10 - 5) = 5$$

- **تحديد الحد الأدنى للفئة المنوالية $(A = 8)$ ، وكذلك طول الفئة $(L = 3)$**
- **وبتطبيق المعادلة الخاصة بحساب المنوال فى حالة البيانات المبوبة . نجد أن :**

$$Mod = A + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L$$

$$= 8 + \frac{3}{3+5} \times 3 = 8 + 1.125 = 9.125$$

مثال شامل (24) : قام مدير مراقبة الإنتاج بسحب عينة من 10 عبوات من المياه المعبأة للشرب ، ذات الحجم 5 لتر ، والمنتجة بواسطة إحدى شركات تعبئة المياه لفحص كمية الأملاح الذائبة، وكانت كالاتي : 123 119 124 123 119 123 115
121 123 121

<u>المطلوب</u> : حساب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال

الحل : حساب الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1211}{10} = 121.1$$

- **حساب الوسيط :**

رتبة الوسيط : $\frac{n+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$

ترتيب القيم تصاعديا

					قيمة الوسيط 122					
الطاقة	115	119	119	121	121	123	123	123	123	124
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					رتبة الوسيط 5.5					

عدد القيم = 10 ، وهو عدد زوجي.   الوسيط = الوسط الحسابي للقيمتين رقم (6 , 5)

$$Med = \frac{121 + 123}{2} = \frac{244}{2} = 122$$

- **حساب المنوال :**

المنوال يساوى القيمة الأكثر تكرارا: القيمة 123 تكررت أكثر من غيرها ، إذا

$$Mod = 123$$

تمرين شامل (واجب) (5) :الجدول التكراري أدناه يعرض توزيع 100 عامل في مزرعة حسب الأجر اليومي بالدولار .

الأجر	50 - 69	70 - 89	90 - 109	110 - 129	130 - 149	150 – 169	170 – 189
عدد العمال	8	15	28	20	15	8	6

المطلوب : حساب الوسط والوسيط والمنوال .

الأسبوع التاسع : مقاييس التشتت مفهومها واستخدامها ،المدى للبيانات المبوبة وغير المبوبة ، الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة

مقاييس التشتت Measures of Dispersion

مقاييس التشتت تشير إلى مدى تقارب أو تباعد أو تناثر أو اختلاف القيم عن بعضها البعض أو عن نقطة معينة كالمتوسط مثلا ا. فالتشتت يرجع إلى اختلاف قيم البيانات، لذلك فإن القيم المتشابهة لا يوجد لها تشتت، ولكن باختلاف قيم البيانات فلا بد من وجود تشتت بين هذه القيم، ويختلف مقدار التشتت من مجموعة إلى أخرى. وتبرز الحاجة إلى مقاييس التشتت لتقديم وصف دقيق حول التوزيعات التكرارية وخصوصاً عند إجراء المقارنات بين المجموعات أو بين الأفراد، فدلالات مقاييس النزعة المركزية كالمتوسط الحسابي قد تقود إلى اتخاذ قرارات غير صحيحة.

لقد ذكرنا في المحاضرات السابقة بعضًا من مقاييس النزعة المركزية والتي تمثل مقاييس عددية لموضع أو مكان تركز البيانات لظاهرة ما. وقد ذكرنا بأن هذه المقاييس تستخدم لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة. وفي الحقيقة فإن مقاييس النزعة المركزية غير كافية لإيجاد مقارنة شـــاملة بين مجموعات البيانات المختلفة. فقد تكون هناك مجموعات من البيانات لها نفس مقاييس النزعة المركزية (لها نفس الموضـع) ولكنها تختلف في بعض الصـفات الأخرى. فمثلاً المثال التالي يبين لنا مجموعتين من البيانات لهما نفس المتوســط ولكنهما مختلفتان في طبيعة تشتت البيانات.

مفهوم مقاييس التشـتت: هي مقاييس عددية تسـتخدم لقياس اختلاف أو تشـتت البيانات. والاختلاف أو التشـتت لمجموعة من البيانات هو مقدار تفرق أو تباعد أو انتشـار البيانات فيما بينها. فتشـتت البيانات يكون صـغيرًا إذا كانت البيانات متقاربة فيما بينها والعكس بالعكس. وأما البيانات المتسـاوية فلا اختلاف ولا تشـتت فيها. ومقاييس التشـــتت تســتخدم لوصـــف مجموعة البيانات وكذلك لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة إذ أن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي وحدها لوصـف مجموعة البيانات أو مقارنة مجموعات البيانات المختلفة. ومن أشـهر مقاييس التشتت نذكر:

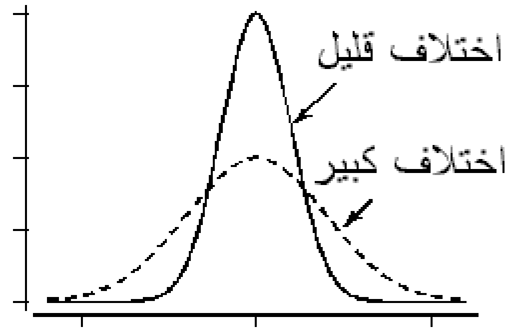
1. **المدى: Range**
2. **الانحراف الربيعي او نصف المدى الربيعي Semi-Inter-quartile Range**
3. **التباين: Variance**
4. **الانحراف المعياري: Standard Deviation**
5. **معامل الاختلاف (أو التغير): Coefficient of Variation**

مثال : الجدول ادناه يوضح مجموعتين لهما نفس المتوسط $\bar{x}=60$ ونفس الوسيط $Med=60$ ونفس المنوال $Mod=60$ ولكنهما مختلفتان في طبيعة التشتت.

المجموعة	البيانات	شكل انتشار البيانات
الأولى	59, 61, 62, 60, 58, 60	• – • – • – •– • – • – 60
الثانية	50, 60, 66, 54, 60, 70	• – • – – • – – – – •– – – – • – – • – 60

بالرغم من تساوي مقاييس النزعة المركزية للمجموعتين إلا أن التشتت (أو الاختلاف) بين القيم في كل مجموعة غير متساو. فمن الواضح أن بيانات المجموعة الأولى أكثر تقاربًا فيما بينها (أقل تشتتًا وتباعدًا فيما بينها) من بيانات المجموعة الثانية. لذلك دعت الحاجة لإيجاد مقاييس تقيس طبيعة تشتت (أو تفرق أو اختلاف أو تباعد) البيانات فيما بينها. هذه المقاييس تسمى مقاييس التشتت أو الاختلاف.

الشكل ادناه يوضح المضلعين التكراريين لمجموعتين من البيانات لهما نفس مقاييس النزعة المركزية ولكنهما مختلفتان في طبيعة التشتت.



شكل (1) المضلعان التكراريان لتوزيعين لهما نفس مقاييس النزعة المركزية ولكنهما مختلفين في التشتت

(2-4) المدى: Range

يعد المدى من أسهل مقاييس التشتت تعريفًا وحسابًا ويعطينا فكرة سريعة عن مدى تفرق البيانات.

تعريف (1): نعرف المدى لمجموعة من البيانات على أنه الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة، أي أن المدى هو:

$$Range = X_{max} - X_{min} \qquad \textbf{(1)}$$

حيث نعرف X_{max} و X_{max} كما يلي:

(أ) للبيانات المفردة:

X_{max} = أكبر قيمة

X_{min} = أصغر قيمة

(ب) للبيانات المبوبة:

X_{max} = مركز الفئة العليا

X_{min} = مركز الفئة الدنيا

ملاحظة (1): تعرف بعض الكتب أكبر قيمة وأصغر قيمة للبيانات المبوبة كما يلي:

X_{max} = الحد الأعلى للفئة العليا

X_{min} = الحد الأدنى للفئة الدنيا

مثال : أوجد المدى للمشاهدات ادناه وهي عبارة عن أوزان (بالكيلوجرام) مجموعة مكونة من سبعة أشخاص:

25, 30, 40, 45, 35, 55, 50

الحل:

$X_{max} = 55$

$X_{min} = 25$

$Range = X_{max} - X_{min} = 55 - 25 = 30$ (كيلوجرامًا)

مثال :أوجد المدى للبيانات في الجدول ادناه :

الفئات c	التكرار f
12– 13	3
14– 15	5
16– 17	15
18– 19	17

الحل:

الفئات c	مركز الفئة x	التكرار f
12– 13	12.5	3
14– 15	14.5	5
16– 17	16.5	15
18– 19	18.5	17

X_{max} **= مركز الفئة العليا = 18.5**

X_{min} **= مركز الفئة الدنيا = 12.5**

$$Range = X_{max} - X_{min} = 18.5 - 12.5 = 6$$

بعض مميزات وعيوب المدى:

أ- يتميز المدى بسهولة التعريف والحساب

ب- يعيب المدى العيوب التالية:

1. يتأثر المدى بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
2. لا يأخذ المدى في الاعتبار جميع البيانات.

ملاحظة (2):

1. وحدة المدى هي نفس وحدة البيانات الأصلية.
2. نظرًا لأن المدى يعتمد فقط على أكبر وأصغر قيمة ولا يأخذ في الاعتبار القيم الأخرى فهو مقياس غير جيد لقياس التشتت.

الأسبوع العاشر : الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا

الانحراف الربيعي

رأينا أن المدى يتأثر كثيرًا بالقيم الشاذة أو المتطرفة. ولذلك دعت الحاجة لإيجاد مقاييس أخرى للتشتت لا تتأثر بالقيم المتطرفة. وأحد هذه المقاييس هو نصف المدى الربيعي. وحيث أن القيم المتطرفة هي تلك القيم الصغيرة جدًا أو الكبيرة جدًا فإنه عند حساب الانحراف الربيعي لا يؤخذ في الاعتبار ربع البيانات الصغيرة (25%) ولا ربع البيانات الكبيرة (25%). الشكل ادناه يوضح موضع القيم الشاذة والمتطرفة.

```
 ¼ n = 25%                                      ¼ n = 25%
-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-|----------------|----------------|-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-/-
ربع البيانات الصغيرة   Q1             Q2             Q3  ربع البيانات الكبيرة
```

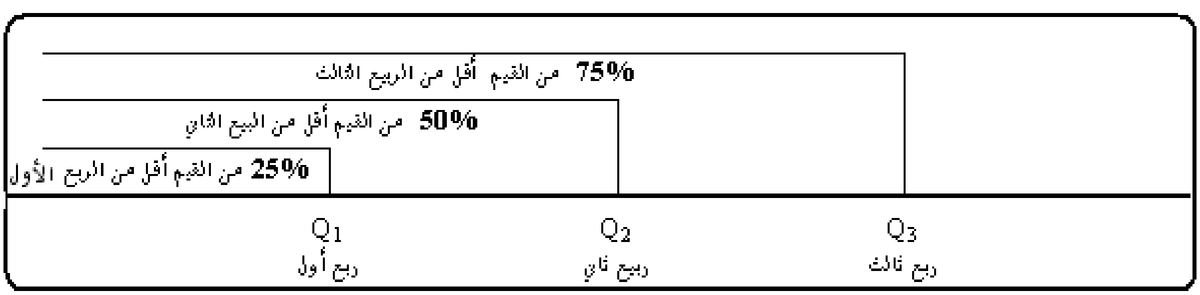
الرباعيات Quartiles

عند تقسيم القيم إلى أربع أجزاء متساوية، يوجد ثلاث إحصاءات ترتيبي تسمى بالرباعيات، وهي:

- الربيع الأول: وهو القيمة التي يقل عنها ربع عدد القيم، أي يقل عنها 25% من القيم، ويرمز له بالرمز Q_1.
- الربيع الثاني: وهو القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم، أي يقل عنها 50% من القيم، ويرمز له بالرمز Q_2، ومن ثم يعبر هذا الربيع عن الوسيط.
- الربيع الثالث: وهو القيمة التي يقل عنها ثلاث أرباع عدد القيم، أي يقل عنها 75% من القيم، ويرمز له بالرمز Q_3.

والشكل (3-3) يبين أماكن الرباعيات الثلاث.

شكل (1-10)
الرباعيات



يرمز لنصف المدى الربيعي بالرمز Q ويعرف بالصيغة التالية:

حيث أن Q_1 هو الربيع الأول و Q_3 هو الربيع الثالث

ويعرف الانحراف الربيعي بانه متوسط الفرق بين الربيع الثالث والربيع الاول لمجموعة من البيانات سواء كانت مبوبة او غير مبوبة . فإذا رمزنا للربيع الأول(الادنى) Q_1 وللربيع الثالث بالرمز Q_3 وللانحراف الربيعي Q

وعليه فان الانحراف الربيعي =الربيع الثالث -الربيع الاول
2

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \qquad (2)$$

وطريقة حساب الربيعين الادنى والاعلى هي تماما كطريقة حساب الوسيط

حساب الربيعين من بيانات غير مبوبة

لحساب قيمة الربيع الاعلى والربيع الادنى يجب تحديد ترتيب (موقع) كل منهما مسبقا مثلما فعلنا عند حساب قيمة الوسيط.

ترتيب موقع (الربيع الادنى)= عدد القيم / 4

وعليه فان : $Q1 = n /4$ حيث ان Q_1 تمثل ترتيب الربيع الاول وان n هي عدد القيم

وترتيب الربيع الثالث (الأعلى) = (عدد القيم / 4)* 3

$Q3 = 3 * (n/4)$ (اي على بعد 75% من بداية البيانات ويجب هنا ايضا ان يعاد ترتيب مجموعة القيم تصاعديا او تنازليا قبل حساب موقع او ترتيب الربيعين

مثال : احسب الربيعين الاعلى والادنى والانحراف الربيعي لمجموعة البيانات الاتية:

15 , 10 , 12 , 8 , 2 , 5 , ,7 , 3

الحل: 1 -نرتب القيم ترتيبا تصاعديا او ترتيبا تنازليا

ترتيب تصاعدي

2,3,5,7,8,<u>10</u>,12,15

2 نجد ترتيب الربيع الادنى (الاول)

$$Q_1 = \frac{n}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

أي ان ترتيب الربيع الاول هو الترتيب الثاني من بين البيانات ويساوي(3 اي ان Q1=3

3 -نحدد ترتيب الربيع الاعلى (الثالث)

$$Q_3 = 3 * \frac{n}{4} = 3 * \frac{8}{4} = 6$$

بمعنى ان موقع الربيع الثالث هو الترتيب Q3 السادس من البيانات ويساوي 10 اي ان Q3 =10

4 -نجد الانحراف الربيعي والذي يمثل متوسط الفرق بين الربيع الاعلى والربيع الأدنى

$$Q = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

$$Q = \frac{10 - 3}{2}$$

$$= 3.5$$

الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا

طريقة حساب الربيع الاعلى والادنى من بيانات مبوبة (جدول تكراري) تماثل تماما طريقة حساب الوسيط السابق شرحها.

خطوات ايجاد الربيعين لبيانات مبوبة كالاتي:

1 -اعداد جدول تكراري تجمعي صاعد او نازل

2 -تحديد ترتيب الربيع الادنى وذلك بتطبيق الصيغة الاتية:

$Q\ 1 = \Sigma fi / 4$ Σfi هي مجموع التكرارات

3 -تحديد ترتيب الربيع الاعلى بالصيغة الاتية:

$Q3 = 3\times(\Sigma fi / 4)$

4 -حساب قيمة كل من الربيعين من جدول تكراري متجمع صاعد او متجمع نازل وباستخدام الصيغة الاتية:

$$Q_1 = A + \left(\frac{R - F_1}{F_2 - F_1}\right)\times L$$

بداية فئة الربيع الادنى A

ترتيب الربيع الادنى R ويساوي $Q\ 1 = \Sigma fi / 4$

التكرار المتجمع السابق الادنى F1

الفرق بين التكرارين الصاعد السابق F1 واللاحق F2 وهو نفسه التكرار الاصلي لفئة الربيع الأدنى

طول فئة الربيع الأدنى L

لاستخراج الربيع الأعلى Q3 نطبق المعادلة الثالثة

$$Q_3 = A^* + \left(\frac{R^* - F_1^*}{F_2^* - F_1^*}\right)\times L^*$$

بداية فئة الربيع الادنى A

ترتيب الربيع الاعلى *R ويساوي $Q\ 1 = 3\times\Sigma fi / 4$

التكرار المتجمع السابق الأعلى *F1

الفرق بين التكرارين الصاعد السابق *F1 واللاحق *F2 وهو نفسه التكرار الاصلي لفئة الربيع الاعلى

طول فئة الربيع الاعلى L

مثال : أوجد الانحراف الربيعي لمستوى الهيموجلوبين في الدم لعينة مكونة من خمسين شخصا تم تلخيص مستوى الهيموجلوبين (كما في مثال 27) لهم باستخدام: الطريقة الحسابية. (ب) الطريقة البيانية.

مستوى الهيموجلوبين	التكرار F
12.95 – 13.95	3
13.9 5– 14.95	5
14. 95– 15.95	15
15. 95– 16.95	16
16. 95– 17.95	10
17. 95– 18.95	1

الحل: (أ) الطريقة الحسابية:

	مستوى الهيموجلوبين		التكرار المتجمع الصاعد	
	12.95	أقل من	0	
	13.9 5	أقل من	3	
	14. 95= A	أقل من	8 = F_1	$R = \frac{n}{4} = 12.5$
$Q_1 \Rightarrow$	15. 95= A^*	أقل من	23 = F_2 = F^*_1	$R^* = \frac{3n}{4} = 37.5$
$Q_3 \Rightarrow$	16. 95	أقل من	39 = F^*_2	
	17. 95	أقل من	49	
	18.95	أقل من	50	

حساب الربيع الأول Q_1:

$$R = \frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

$$A = 14.95, \quad L = 1.00, \quad F_1 = 8 \ , \ F_2 = 23$$

$$Q_1 = A + \left(\frac{R - F_1}{F_2 - F_1}\right) \times L = 14.95 + \left(\frac{12.5 - 8}{23 - 8}\right) \times 1.00 = 15.25$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

$$R^* = \frac{3n}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37.5$$

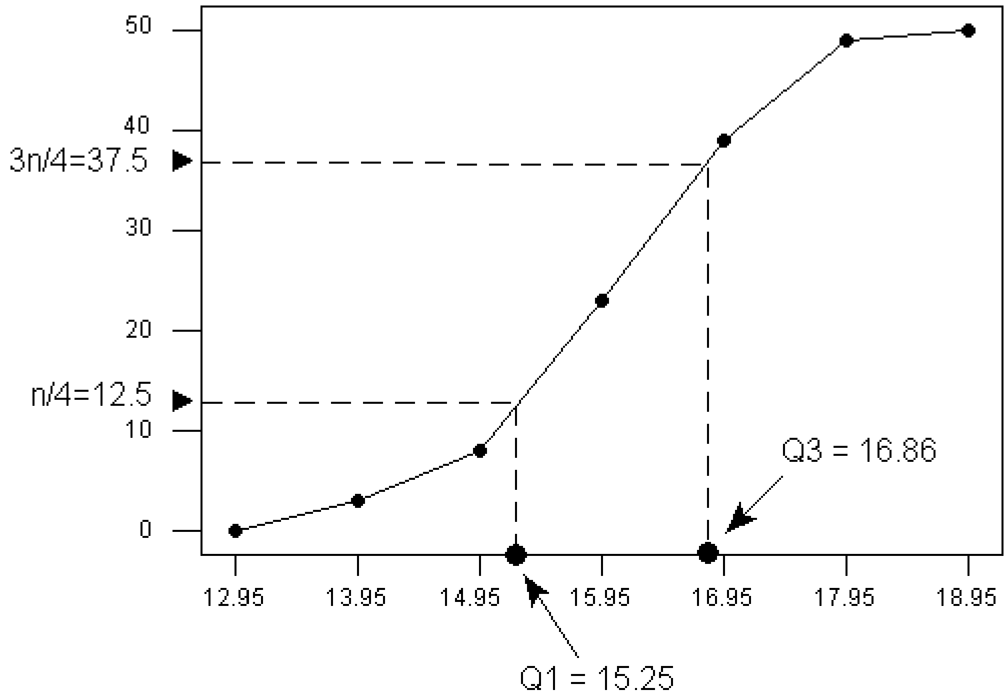
$$A^* = 15.95, \quad L^* = 1.00, \quad F_1^* = 23 \ , \ F_2^* = 39$$

$$Q_3 = A^* + \left(\frac{R^* - F_1^*}{F_2^* - F_1^*}\right) \times L^* = 15.95 + \left(\frac{37.5 - 23}{39 - 23}\right) \times 1.00 = 16.86$$

وباستخدام الصيغة فإن نصف المدى الربيعي هو:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{16.86 - 15.25}{2} = \frac{1.61}{2} = 0.805$$

(ب) الطريقة البيانية:



بعض مميزات وعيوب الانحراف الربيعي:

1. من المميزات أنه لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
2. من العيوب أنه لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات.

ملاحظة (3): وحدة نصف الانحراف الربيعي هي نفس وحدة البيانات الأصلية.

الأسبوع الحادي عشر والثاني عشر : الانحراف المعياري ،مفهومه واهميته ،طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة(الطريقة المطولة ،الطريقة المختصرة)

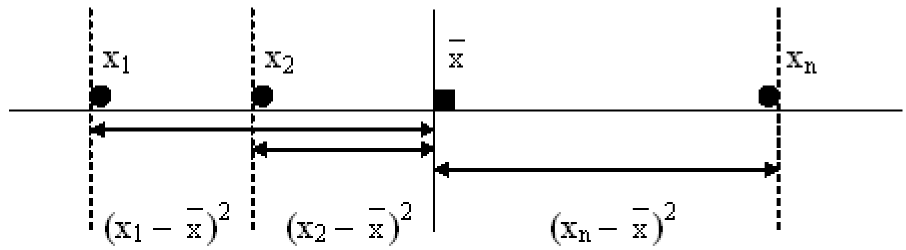
التباين (Variance) والانحراف المعياري (Standard Deviation):

يعد التباين والانحراف المعياري من أهم وأفضل مقاييس التشتت ومن أكثرها شيوعًا واستخدامًا في التحليل الإحصائي وذلك لما يتمتعان به من خصائص وصفات إحصائية جيدة.

التباين: Variance

فكرة التباين تعتمد على تشتت أو تباعد البيانات عن متوسطها. فالتباين يكون كبيرًا إذا كانت البيانات متباعدة عن متوسطها والعكس صحيح.

ويعرف التباين بأنه متوسط مربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ويرمز له بالرمز S^2. الشكل التالي يبين مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي.



والجدول ادناه يلخص طريقة حساب انحرافات ومربعات انحرافات القيم عن المتوسط.

القيم (البيانات)	x_n	…	x_2	x_1
انحرافات القيم عن المتوسط	$x_n-\bar{x}$	…	$x_2-\bar{x}$	$x_1-\bar{x}$
مربع انحرافات القيم عن المتوسط	$(x_n-\bar{x})^2$	…	$(x_2-\bar{x})^2$	$(x_1-\bar{x})^2$

تستخدم مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي لحساب التباين. فمن الواضح أن تشتت البيانات يزداد بزيادة مربعات الانحرافات والعكس صحيح. والسؤال الذي يتبادر للأذهان هو أي واحد من هذه المربعات ينبغي أن يستخدم لقياس التشتت؟ إن من المنطقي أن نبحث عن قيمة نموذجية تمثل هذه المربعات لاستخدامها لقياس التباين. وبناءً على دراستنا السابقة لمقاييس النزعة المركزية فإن المتوسط من أفضل المقاييس التي تمثل مجموعة البيانات. وعليه فإن متوسط مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يعتبر أحد المقاييس التي يمكن استخدامها لقياس التباين.

الانحراف المعياري: Standard Deviation

إن التباين من أهم وأفضل مقاييس التشتت ولكنه يقاس بوحدة البيانات الأصلية المربعة. وفي كثير من الأحيان نرغب في استخدام مقياس للتشتت يقاس بوحدة البيانات الأصلية ويتمتع بخصائص إحصائية جيدة مثل التباين. وأحد هذه المقاييس هو الانحراف المعياري. ويعرف الانحراف المعياري على أنه الجذر التربيعي الموجب للتباين ويرمز له بالرمز s.

حساب التباين والانحراف المعياري:

سنستعرض طرق حساب التباين والانحراف المعياري في حالة البيانات المفردة وفي حالة البيانات المبوبة.

أولاً: التباين والانحراف المعياري للبيانات المفردة (غير المبوبة):

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينه حجمها n وكان متوسطها هو $\bar{x}$ فإن تباين العينة يعرف كما يلي:

$$s^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \cdots + (x_n-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1} \qquad (3)$$

لاحظ أننا قسمنا على المقدار $(n-1)$، وهو ما يسمى بدرجات الحرية، بدلاً من القسمة على عدد البيانات n في الصيغة السابقة وذلك لكي نحصل على مقياس يتمتع بصفات إحصائية جيدة.

وأما الانحراف المعياري فإنه يعرف بالصيغة:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (4)$$

ملاحظة (4):

1. $s^2 \geq 0$ (دائمًا) وكذلك $s \geq 0$ (دائمًا).
2. $s^2 = 0 \Leftrightarrow s = 0 \Leftrightarrow$ جميع قيم العينة متساوية (لا يوجد اختلاف بين القيم).
3. وحدة التباين، s^2، هي وحدة البيانات الأصلية المربعة.
4. وحدة الانحراف المعياري، s، هي نفس وحدة البيانات الأصلية.

مثال : أوجد تباين العينة والانحراف المعياري لمجموعة الأوزان (بالكيلوجرام):

7.1, 2.5, 2.5, 5.4, 8.3

الحل: نحتاج عمل جدول:

x_i	الانحراف $(x_i-\bar{x})$ **=(x_i –5.16)**	مربع الانحراف $(x_i-\bar{x})^2$
7.1	1.94	3.7636
2.5	–2.66	7.0756
2.5	–2.66	7.0756
5.4	0.24	0.0576
8.3	3.14	9.8596
$\sum_{i=1}^{n} x_i = 25.8$	**0.00**	$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 27.832$

من هذا الجدول نوجد ما يأتي :

$n = 5$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 25.8$, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 160.96$, $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 27.832$,

إن متوسط العينة هو:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{25.8}{5} = 5.16$$ **(كيلوجرامًا)**

حساب تباين العينة:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{27.832}{5-1} = 6.958$$ **(كيلوجرامًا مربعًا)**

الانحراف المعياري هو:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = s = \sqrt{6.958} = 2.6378$$ **(كيلوجرامًا)**

<u>ثانياً: التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة:</u>

الطريقة المطولة : (حساب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي) باستخدام الصيغة الاتية

$$\sqrt{\frac{\Sigma_{\langle x-\bar{x}\rangle 2\, fi}}{\sum fi-1}}$$

$\sum fi$ **تمثل مجموع التكرارات اما** $\langle x - \bar{x}\rangle$ **تمثل انحرافات القيم عن الوسط الحسابي**

خطوات الحل:

1. **-نجد مراكز الفئات** Xi
2. **-نجد الوسط الحسابي باستخدام الصيغة** $x = \frac{\Sigma\, x\text{ifi}}{\Sigma\text{fi}}$
3. **-نجد انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي** $\langle x - \bar{x}\rangle$
4. **- نربع انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي**
5. **-نضرب التكرارات في مربعات الانحراف**
6. **-نجمع حاصل الضرب**
7. **-نطبق الصيغة القانون**

$$\sqrt{\frac{\Sigma_{\langle x-\bar{x}\rangle}2}{\sum fi-1}}\, fi$$

مثال : الاتي جدول توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الطلبة في امتحان فصلي

المطلوب : إيجاد الانحراف المعياري بالطريقة المطولة

الفئات	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
التكرارات	5	10	20	10	5	50

خطوات الحل:

الحل :　　　　　　　　الخطـــــــــــوات

(٦)　(٥)　(٤)　(٢)　(١)

الفئات	fi	Xi	Fi Xi	(Xi -Ẍ)	$(Xi - \ddot{X})^2$	$Fi(Xi - \ddot{X})^2$
0 -2	5	1	5*1=5	1 -5=-4	4^2=16	5*16=80
2 -4	10	3	30	-2	4	40
4 -6	20	5	100	0	0	0
6 -8	10	7	70	2	4	40
8 -10	5	9	45	4	16	80
∑	50		250		40	240

الخطوة(3)نجد الوسط الحسابي ويساوي

$$x = \frac{\Sigma\, \text{xifi}}{\Sigma \text{fi}} = \frac{250}{50} = 5$$

الخطوة (7)

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma_{\langle x-\bar{x}\rangle} 2\, fi}{\Sigma fi - 1}} =$$

$$s = \sqrt{\frac{240}{50-1}} = 2.13$$

معامل الاختلاف (التغير): Coefficient of Variation:

ذكرنا سابقًا أن التباين والانحراف المعياري من المقاييس المفيدة لقياس التشتت لتوزيع متغير ما. ولكن في كثير من الأحيان نكون مهتمين بمقارنة التشتت والاختلاف لتوزيعي متغيرين مختلفين. وبما أن التباين والانحراف المعياري مقياسان يعتمدان على وحدة البيانات فإنه يصعب استخدامهما لمقارنة تجانس المجموعات المختلفة من البيانات وذلك لاختلاف الوحدة المستخدمة. وبشكل عام فإن مقاييس التشتت التي ذكرناها آنفًا تكون غير مناسبة لمقارنة تجانس مجموعات البيانات المختلفة في الحالتين التاليتين:

1. إذا كانت وحدتا المتغيرين مختلفتين حيث لا نستطيع مقارنة الوحدات المختلفة ببعض.
2. إذا كان متوسطا المتغيرين مختلفين وذلك لأن تباين توزيع المتغير ذي المتوسط الصغير ينزع لأن يكون صغيرًا والعكس بالعكس.

لذلك دعت الحاجة إلى مقياس لا يعتمد على وحدة المتغير ويقيس ما يسمى بالتشتت النسبي. وأحد هذه المقاييس هو ما يسمى بمعامل الاختلاف أو معامل التغير. فمعامل الاختلاف هو أحد مقاييس التشتت النسبي وهو مقياس عديم الوحدة ويستخدم لمقارنة التشتت النسبي أو التجانس لمجموعات البيانات المختلفة. فمجموعة البيانات ذات معامل الاختلاف الأكبر يكون تشتتها النسبي أكبر أي أنها تكون أقل تجانسًا والعكس بالعكس. ويعرف معامل الاختلاف للعينة التي متوسطها $\bar{x}$ وانحرافها المعياري s بالصيغة التالية:

$$C.V. = \frac{s}{\bar{x}} \qquad \textbf{(10)}$$

مثال : الجدول أدناه يتضمن بيانات إحدى الدراسات التي طبقت على خمسة أشخاص لقياس الوزن (بالكيلوجرام) والطول (بالسنتيمتر). أي البيانات أكثر تشتتًا نسبًا (أقل تجانسًا)؛ بيانات الأوزان أم بيانات الأطوال؟

رقم الشخص	1	2	3	4	5
الوزن	69	59	65	67	65
الطول	164	162	155	165	158

الحل: أولاً نوجد المتوسط $\bar{x}$ والانحراف المعياري s لكل من بيانات الأوزان وبيانات الأطوال كما مر معنا سابقاً. نلخص الحسابات في الجدول التالي:

البيانات	المتوسط $\bar{x}$	الانحراف المعياري s	معامل الاختلاف $C.V.=\frac{s}{\bar{x}}$
الأوزان	65.0 kg	3.7417 kg	0.0576
الأطوال	160.8 cm	4.2071 cm	0.026

الدرجات (القيم) المعيارية : Standard Scores (Values)

نستطيع بكل يسر وسهولة استخدام قيمتي مشاهدتين في نفس المجموعة لمقارنتهما ببعض. فمثلاً، نستطيع أن نقول بأن أداء الطالب الحائز على الدرجة 85 في اختبار مقرر ما أفضل من أداء الطالب الحائز على الدرجة 80 في نفس الاختبار إذا كان الطالبان في نفس الشعبة. وفي المقابل، لا نستطيع القول بأن أداء الطالب الحائز على الدرجة 85 في اختبار مقرر ما في الشعبة التي يدرسها المدرس (أ) أفضل من أداء طالب آخر حائز على الدرجة 80 في نفس الاختبار ولكنه في شعبة أخرى يدرسها المدرس (ب). من هنا، نرى أنه من الضروري إيجاد قيم لا تعتمد على الوحدات ويمكن استخدامها لمقارنة البيانات في المجموعات المختلفة. هذه القيم التي لا تعتمد على الوحدات نسميها بالقيم (أو الدرجات) المعيارية.

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينه من البيانات حجمها n ومتوسطها $\bar{x}$ وانحرافها المعياري s. نعرف الدرجة (القيمة) المعيارية للمشاهدة x_i بالصيغة التالية:

$$z_i=\frac{x_i-\bar{x}}{s}\,;\, i=1,2,\ldots,n \qquad \textbf{(11)}$$

أي أن الدرجات المعيارية للبيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هي:

$$z_1=\frac{x_1-\bar{x}}{s},\; z_2=\frac{x_2-\bar{x}}{s},\ldots,\; z_n=\frac{x_n-\bar{x}}{s}$$

ملاحظة :

1. القيمة $z_i=\frac{x_i-\bar{x}}{s}$ هي الدرجة المعيارية للمشاهدة الأصلية x_i.
2. المشاهدة الأصلية للدرجة المعيارية z_i هي $x_i=\bar{x}+S\,z_i$.
3. الدرجات المعيارية هي قيم عديمة الوحدة ولذلك فإنها تستخدم للمقارنة بين المشاهدات المختلفة في المجموعات المختلفة للبيانات.
4. متوسط الدرجات المعيارية =0.
5. الانحراف المعياري للدرجات المعيارية يساوي =1.

مثال : إذا كان لدينا مجموعة من البيانات متوسطها $\bar{x}=7$ وانحرافها المعياري $s=5$ فأوجد:

الدرجة المعيارية للقيمة $x=9$.

الحل:

1. الدرجة المعيارية للقيمة $x = 9$ هي:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{9-7}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

تمرين واجب : إذا كانت درجات الطالب جاسم جعفر في مقرري الإحصاء والرياضيات وفق الاتي :

البيانات	درجات الطالب x	المتوسط $\bar{x}$	الانحراف المعياري s
مقرر الإحصاء	82	75	10
مقرر الرياضيات	89	81	16

المطلوب : حدد أي المقررين كان أداء الطالب جاسم جعفر أفضل؟

الاسبوع الثالث عشر والرابع عشر

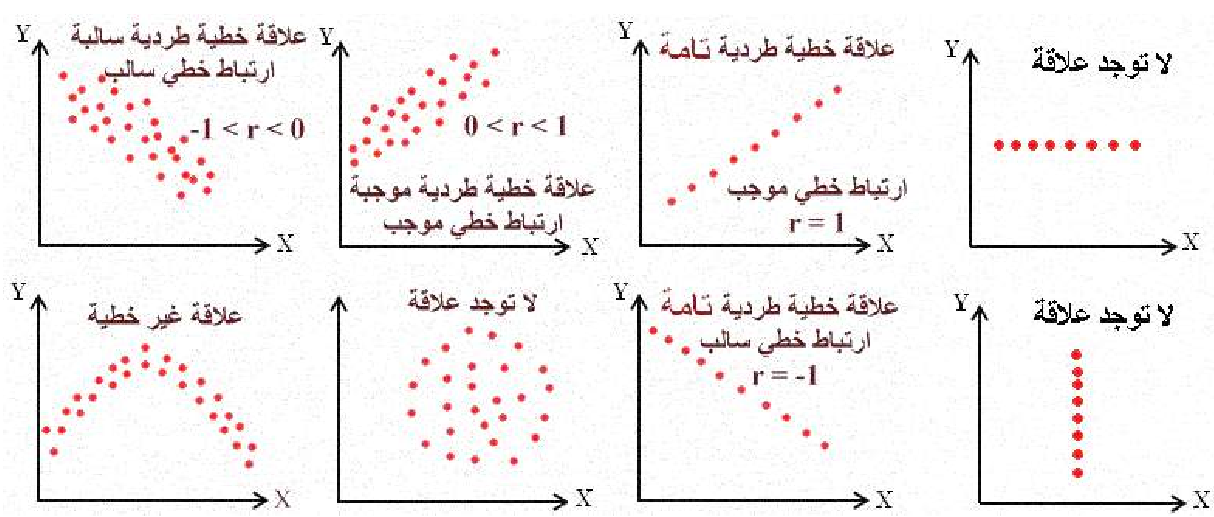
الارتباط البسيط ،مفهومه ،طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (الطريقة المطولة والطريقة المختصرة)

الارتباط:Correlation

الارتباط : هو العلاقة بين ظاهرتين مثل العلاقة بين طول الشخص (سم) ووزنه (كغم) او العلاقة بين نسبة الشفاء من مرض معين وكمية الجرعة من الدواء المخصص للمريض وعمر المريض ،او العلاقة بين الدخل والاستهلاك والعلاقة بين درجات الطلبة وعدد ساعات الدراسة .

معامل الارتباط الخطي البسيط :هو المقياس الذي نقيس به درجة الارتباط.

شكل الانتشار يربط العلاقة بين المتغيرين وتستطيع من النقط أن تتعرف على العلاقة بين المتغيرين:



معامل الارتباط هو مؤشر هذه العلاقة

أول خطوه في تحديد طبيعة العلاقة هي رسم شكل الانتشار

إذا كان لدينا متغيران فقط . المتغير X وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى بالمتغير المستقل Independent variable
يرافق المتغير X متغير آخر Y ويسمى بالمتغير التابع dependent variable وهو متغير عشوائي لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل

<u>معامل الارتباط :</u> يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين , حيث تتراوح قيمته بين (+1) و (-1) .

اذا كان الارتباط = صفر يعني لا يوجد ارتباط واذا كان الارتباط = (1)موجب او سالب (يعني ارتباط تام .
ويرمز للارتباط بالرمز r x y

<u>خصائص معامل الارتباط</u>

1- معامل الارتباط مقياس وصفي
2- تتراوح قيمة معامل الارتباط بين -1 و +1.
3- معامل الارتباط يتأثر بالقيم الشاذة.
4- إذا كانت قيمة معامل الارتباط قريبة من الصفر فهذا دليل على عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين. أما إذا كانت قيمة المعامل واحد صحيح فهذا دليل على أن العلاقة عكسية تامة ، أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط عند الواحد الصحيح الموجب فهذا يدل على العلاقة الموجبة الطردية التامة، وفيما عدا ذلك فإن العلاقة توصف قوية أو متوسطة أو ضعيفة حسب الجدول التالي:

ضعيفة جدا	**صفر – أقل من 0.20**
ضعيفة	**0.20 – أقل من 0.40**
متوسطة	**0.40 – أقل من 0.60**
قوية	**0.60 – أقل من 0.80**
قوية جدا	**0.80 – أقل من 1.00**
تام	**1.00**

<u>عيوب معامل الارتباط</u>

1- مقياس وصفي يقف عند حدود وصف العلاقة بين الظاهرتين ولا يسمح بالتنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعلومية الآخر.
2- لا يوضح العلاقة السببية بين المتغيرين أي أنه لا يميز بين المتغير المستقل والمتغير التابع
3- لا يفرق بين العلاقة الحقيقة والعلاقة الناشئة من الصدفة.
مثلا العلاقة بين درجة الاختبار ورقم السجل المدني تساوي 0.55

<u>الارتباط لبيانات غير مبوبة معامل ارتباط بيرسون</u>

1 -الطريقة المختصرة (طريقة انحرافات القيم عن الوسط الحسابي) وذلك باستخدام الصيغة الاتية:

$$rxy = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2\sum(y-\bar{y})^2}}$$

حيث ان r x y تعني الارتباط بين X و y

Xi قيم مشاهدات المجموعة الاولى و yi قيم مشاهدات المجموعة الثانية

حيث ان r x y تعني الارتباط بين X و y

Xi قيم مشاهدات المجموعة الاولى و yi قيم مشاهدات المجموعة الثانية

Ẍ الوسط الحسابي للمجموعة الاولى وان ÿ الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

مثال : احسب معامل الارتباط بين المتغيرين (x) و(y)

قيم, X: 2, 2 , 5 , 4 , 5 , 6 , 3 , 5 , 4

قيم, y : 3, 5 , 7 , 8 , 9 , 11 , 6 , 8 , 6

الحل : 1-نجد الوسط الحسابي لقيم X – والوسط الحسابي لقيمY

2نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ل Ẍ – و لY

3نربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ل X – ولY الوسط الحسابي للمجموعة الاولى وان ÿ الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{.N} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\sum yi}{.N} = \frac{63}{9} = 7$$

Yi	Xi	(Yi - ÿ)	(Xi - Ẍ)	$(Yi - ÿ)^2$	$(Xi - Ẍ)^2$	(Yi - ÿ) (X - Ẍ)
3	2	-4	2-4 =-2	16	4	8
5	2	-2	-2	4	4	4
7	5	0	1	0	1	0
8	4	1	0	1	0	0
9	5	2	1	4	1	2
11	6	4	2	16	4	8
6	3	-1	-1	1	1	1
8	5	1	1	1	1	1
6	4	-1	0	1	0	0
∑63	∑36		0	∑44	∑16	∑24

$$rxy = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2\sum(y-\bar{y})^2}}$$

$$rxy = \frac{24}{\sqrt{\sum(16)(44)}} = 0.905$$

الارتباط موجب (قوي جداً)

2 -الطريقة المطولة باستخدام القيم الاصلية وحسب الصيغة الاتية:

$$r = \frac{n\sum xiyi - \Sigma xi\sum yi}{\sqrt{\{n\sum xi^2 - (\sum xi)^2\}\{n\Sigma\bar{y}i^2 - (\Sigma\bar{y}\imath)^2\}}}$$

مثال : البيانات الاتية تمثل الدخل (X) والاستهلاك (y) بالدولار الامريكي

المطلوب : حساب العلاقة بين الدخل والاستهلاك

X :200 , 300 , 400 , 600 , 900

Y: 180 , 270 , 320 , 480 , 700

الحل : 1 نجد مجموع - X 2 نجد مجموع - y 3 نضرب - X في y 4 نجد مجموع - x2 ومجموع y2

xi	Yi	xiyi	Xi^2	yi^2
200	180	36000	40000	32400
300	270	81000	90000	72900
400	320	128000	160000	102400
600	480	288000	360000	230400
900	700	630000	810000	49000
Σ 2400	Σ1950	Σ1163000	Σ1460000	Σ928100

$$r = \frac{n\sum xiyi - \Sigma xi\sum yi}{\sqrt{\{n\sum xi^2 - (\sum xi)^2\}\{n\Sigma\bar{y}i^2 - (\Sigma\bar{y}\imath)^2\}}}$$

$$r = \frac{5(1163000) - (2400)(1950)}{\sqrt{\{5\sum 1460000 - (2400)^2\}\{5 \times 928100 - (1950)^2\}}}$$

$$r = \frac{5815000 - 4680000}{\sqrt{\{7300000 - 5760000\}\{4640500 - 3802500\}}}$$

$$\boldsymbol{r = \frac{1135000}{\sqrt{\{1540000\}\{838000\}}} = \frac{1135000}{1136010.5} = 0.999}$$

العلاقة بين الدخل والاستهلاك طردية عالية جدا وقوية موجبة وقريبة من الواحد

مثال : أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين (درجات الحرارة xi) و(مستوى الأداء في الامتحان yi) بالطريقتين (المختصرة والمطولة)

$\boldsymbol{x}$i	$\boldsymbol{y}$i
0	**3**
2	**2**
3	**4**
4	**0**
6	**6**
15	**15**

الحل / بالطريقة المختصرة

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}})$	$(\boldsymbol{y}-\bar{\boldsymbol{y}})$	$(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}})^2$	$(\boldsymbol{y}-\bar{\boldsymbol{y}})^2$	$(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}})\ (\boldsymbol{y}-\bar{\boldsymbol{y}})$
0	3	-3	0	9	0	0
2	2	-1	-1	1	1	1
3	4	0	1	0	1	0
4	0	1	-3	1	9	-3
6	6	3	3	9	9	9
15	15	0	0	20	20	7

$\boldsymbol{\bar{x} = 3}$ $\boldsymbol{\bar{y} = 3}$

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \sum (y-\bar{y})^2}} = \frac{7}{\sqrt{20 \times 20}} = \ = \frac{7}{20} = .35$$

الطريقة المطولة

xi	yi	$xiyi$	xi^2	yi^2
0	3	0	0	9
2	2	4	4	4
3	4	12	9	16
4	0	0	16	0
6	6	36	36	36
15	15	52	65	65

$$rp=\frac{n\sum xiyi-\Sigma xi\sum yi}{\sqrt{\{n\sum xi^2-(\sum xi)^2\}\{n\Sigma\bar{y}i^2-(\Sigma\bar{y}\imath)^2\}}}$$

$$r=\frac{5(52)-(15)(15)}{\sqrt{\{5\sum 65-(15)^2\}\{5\times 65-(15)^2\}}}=\frac{260-225}{\sqrt{(325)(225)}}=\frac{35}{\sqrt{(100)(100)}}=\frac{35}{\sqrt{100}}=0.35$$

الارتباط طردي ضعيف

تمرين واجب :احسب معامل الارتباط بيرسون للمتغربين y و x باستخدام الطريقتين المختصرة والمطولة

x 2 , 2 , 5 , 4 , 5 , 6 , 3 , 5 , 4 ,

y 3 , 5 , 7 , 8 , 9 , 11 , 6 , 8 , 6

الاسبوع الخامس عشر والسادس عشر :ارتباط الرتب (سبيرمان)

ان الصيغ السابقة الخاصة لحساب معامل الارتباط البسيط تستند بالحقيقة على ان المتغيرات المعتمدة في الحساب هي متغيرات من النوع الكمي . الا انه من الناحية العملية هناك الكثير من الحالات التي تكون فيها المتغيرات من النوع الوصفي) اي متغيرات غير قابلة للقياس كالمهنة ، الحالة الاجتماعية ، تقديرات درجات وغيرها(. وبهدف حساب الارتباط بين متغيرات من هذا النوع فانه لا يمكن استخدام الصيغ السابقة مباشرة لهذا الغرض بل اجراء بعض التعديلات عليها بالشكل الذي يجعلها ممكنة الاستخدام . ان المعامل الذي يقيس درجة الترابط ما بين صفتين يدعى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

معامل ارتباط الرتب : هو الذي يمثل درجات الارتباط بين المتغيرات من النوع الوصفي (متغيرات وصفية)

$$r_s=1-\frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ان di= Xi-yi اي انحراف قيم الرتب Xi عن قيم الرتب yi ويعني هذا ان معامل الارتباط البسيط يساوي

$$r_s=1-\frac{6\sum(xi-yi)^2}{n(n^2-1)}$$

مثال : ادناه تقديرات 6 طلبة في امتحان الاقتصاد والاحصاء
المطلوب : حساب العلاقة بين تقديرات المادتين

تقديرات (الاقتصاد X):	ضعيف ، امتياز ، جيد ، متوسط ، مقبول ، جيد جدا
تقديرات:(الاحصاء y):	مقبول ، جيد جدا ، جيد ، ضعيف ، متوسط ، امتياز

خطوات الحل :

1- تحويل التقديرات الى ارقام نعطي لهذه التقديرات ارقام متسلسلة ونرتبها اما تصاعديا او تنازليا وكالاتي:

ضعيف	مقبول	متوسط	جيد	جيد جدا	امتياز
1	2	3	4	5	6

2 -نرتب تقديرات X وتقديرات y ترتيبا تصاعديا او ترتيبا تنازليا
3 -نجد di الفرق بين التراتيب المتناظرة من العلاقة(Xi – yi)
4 -نجد تربيع di ثم نجمع di^2
5 -نطبق صيغة القانون

$$r_s = 1 - \frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}$$

ترتيب التقديرات	تسلسل الرتب	ترتيب X	ترتيب y	di=(Xi –yi)	di^2
ضعيف	1	1	2	-1	1
مقبول	2	6	5	1	1
متوسط	3	4	4	0	0
جيد	4	3	1	2	4
جيد جدا	5	2	3	-1	1
امتياز	6	5	6	-1	1
					∑=8

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$r_s = 1 - \frac{6(8)}{6(36-1)} = 1 - \frac{48}{210} = 1 - 0.228 = 0.775$ **الارتباط طردي قوي**

مثال : أوجد معامل ارتباط سبيرمان بين درجات الطلاب في مادتي الاحصاء و الادارة:

امتياز	جيد جدا	مقبول	ضعيف	متوسط	جيد	الاحصاء
جيد جدا	امتياز	ضعيف	مقبول	جيد	متوسط	الادارة

X	y	رتبx	رتبy	الفرق بين الرتبتين d	d^2
جيد	متوسط	4	3	1	1
متوسط	جيد	3	4	-1	1
ضعيف	مقبول	1	2	-1	1
مقبول	ضعيف	2	1	1	1
جيد جدا	امتياز	5	6	-1	1
امتياز	جيد جدا	6	5	1	1
					$6\sum d^2 =$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(6)}{6(36-1)} = 1 - \frac{36}{210} = 1 - \ 0.11 = \ 0.829$$

ارتباط قوي طردي

	ضعيف	مقبول	متوسط	جيد	جيد جدا	امتياز
بالنسبة لرتب x -y	1	2	3	4	5	6

تمرين واجب : الاتي تقديرات 10 طلبة في مادتي القراءات المحاسبية و مبادئ المحاسبة

المطلوب : ايجاد معامل الارتباط بين تقديرات الطلبة

القراءات المحاسبية X : متوسط - جيد - مقبول – ضعيف – امتياز - جيد - جيد–مقبول – ضعيف- ضعيف- متوسط

مبادئ المحاسبة y :جيد -متوسط- ضعيف- مقبول -جيد جدا - امتياز - جيد جداً – متوسط – مقبول- جيد

ارتباط سبيرمان المعدل (للاطلاع)

في حالة تكرار بعض قيم احد المتغيرين او كليهما عندئذ لا يمكن استخدام صيغة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بل يستوجب اجراء بعض التعديلات عليها وعلى النحو الاتي:

بعد ترتيب قيم المتغير(الصفات) بشكل تصاعدي او تنازلي يتم تخصيص قيم سلسلة الاعداد الطبيعية كرتب لهذه الصفات ، ومن ثم يتم حساب معدل القيم المخصصة واعادة تخصيصه لتلك الصفات المكررة ، بعد ذلك يتم التعديل من خلال اضافة الكمية $\frac{m(m^2-1)}{12}$ الى $\sum d^2$

،حيث m تمثل عدد مرات تكرار الصفة ،هذه الكمية تضاف الى $\sum d^2$ مقابل كل صفة مكررة .هذا الاجراء يتم لكلا المتغيرين X و y .

مثال : الاتي تقديرات لمشروع تخرج عشرة من طلبة قسم المحاسبة وقسم السياحة من حيث كتابتهم ومناقشتهم لمشروع البحث .

تقديرات طلبة المحاسبة X : جيد ، متوسط ، جيد جدا ، متوسط ، امتياز ، ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد.

تقديرات طلبة السياحة y : متوسط ، جيد ، جيد ، مقبول ، جيد جدا ، مقبول ، ضعيف ، متوسط ، متوسط ، امتياز.

المطلوب : حساب معامل الارتباط البسيط

الحل:

1. -نرتب تقديرات المتغير X تصاعديا او تنازليا ، ثم نضع لها ارقام متسلسلة
2. -نجد معدل الرتب (رتب x)
3. -نرتب تقديرات المتغير الاخر y اما تصاعديا او تنازليا ونضع لها ارقام متسلسلة
4. -نجد معدل رتب y
5. -نجد di من العلاقة(Xi – yi)
6. -نربع di ثم نجد مجموع di^2
7. -نحسب عدد التكرارت للتقديرات المتكررة لكل متغير X و y عن طريق احتساب التعديلات وذلك بإضافة الكمية $\frac{m(m^2-1)}{12}$
8. -نجمع التعديلات الكلية للمتغيرين معا
9. -نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل من الصيغة الاتية:

$$\boldsymbol{r_{xy} = 1 - \frac{6(\sum d^2 + m)}{n(n^2-1)}}$$

تقديرات X	ترتيب X تصاعديا	معدل رتب X	تقديرات y	ترتيب y تصاعديا	معدل رتب y	di Xi-yi	di^2
جيد	ضعيف 1	7	متوسط	ضعيف 1	5	2	4
متوسط	مقبول 2	4	جيد	مقبول 2	7.5	- 3.5	12.25
جيد جدا	متوسط 3	9	جيد	مقبول 3	7.5	1.5	2.25
متوسط	متوسط 4	4	مقبول	متوسط 4	2.5	1.5	2.25
امتياز	متوسط 5	10	جيد جدا	متوسط 5	9	1	1
ضعيف	جيد 6	1	مقبول	متوسط 6	2.5	-1.5	2.25
مقبول	جيد 7	2	ضعيف	جيد 7	1	1	1
متوسط	جيد 8	4	متوسط	جيد 8	5	-1	1
جيد	جيدجدا 9	7	متوسط	جيدجدا 9	5	2	4
جيد	امتياز 10	7	امتياز	امتياز 10	10	-3	9
							$\sum=39$

نحسب عدد التكرارت وكالاتي :

تكرارات المتغير X :

لقد تكرر التقدير المتوسط 3 مرات فيعني ان m= 3 - $\frac{m(m^2-1)}{12} = \frac{3(3^2-1)}{12} = \frac{24}{12} = \mathbf{2}$

عدد تكرارات التقدير جيد هو 3 فأذن - $\frac{m(m^2-1)}{12} = \frac{3(3^2-1)}{12} = \frac{24}{12} = 2$

تكرارات المتغير y :

التقدير مقبول تكر مرتين وعليه فان m=2 - $\frac{m(m^2-1)}{12} = \frac{3(2^2-1)}{12} = \frac{6}{12} = 0.5$

المتوسط تكرر 3 مرات فأذن m=3 - $\frac{m(m^2-1)}{12} = \frac{3(3^2-1)}{12} = \frac{24}{12} = 2$

التقدير جيد تكرر مرتين فان m= 2 - $\frac{m(m^2-1)}{12} = \frac{3(2^2-1)}{12} = \frac{6}{12} = 0.5$

وعليه فان التعديل الكلي 2+2+0.5+2+0.5 = 7

وبذلك معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل يكون

$$r_{xy} = 1 - \frac{6(\sum d^2 + m)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(39+7)}{10(10^2-1)} = 1 - \frac{6(46)}{990}$$

$$= 1 - \frac{267}{990} = 1 - 0.2787 = 0.721$$

الارتباط طردي موجب

الاسبوع السابع عشر والثامن عشر : ارتباط البيانات المبوبة (للصفات)

لقياس ارتباط الصفات توجد عدة مقاييس 1

معامل الاقتران r_A : تسمى العلاقة بين ظاهرتين تتصف كل منهما بصفتين فقط بالاقتران , فمثلا ظاهرة الجنس

- (ذكر , انثى), الحرفة (زراعة , صناعة) الخ ...

الصفة الأولى x_i / الصفة الثانية y_i	**x1**	**x2**
y1	**a**	**B**
y1	**c**	**D**

عندئذ يكون معامل الاقتران بين الظاهرتين هو

معامل الاقتران $r_A = \frac{ad-bc}{ad+bc}$

وقيمة معامل الاقتران كما هي الحال في معامل الارتباط البسيط بين الواحد السالب او الموجب.

مثال : من بيانات الجدول الاتي ، أوجد معامل الاقتران بين التعليم والعمل :

حالة التعليم x_i / العمل y_i	**متعلم**	**غير متعلم**
يعمل	**8**	**6**
لا يعمل	**3**	**7**

الحل//

$$r_A = \frac{ad-bc}{ad+bc}$$

$$r_A = \frac{(8*7)-(6*3)}{(8*7)+(6*3)}$$

$$= \frac{56-18}{56+18}$$

$$= \frac{38}{72}$$

$$= \quad 0.514$$

ارتباط طردي متوسط

مثال : من بيانات الجدول الاتي ، اوجد معامل الاقتران بين عادة التدخين والحالة الصحية للفرد :

عادة التدخين x_i / الحالة الصحية y_i	مدخن	غير مدخن
جيدة	**40**	**50**
غير جيدة	**50**	**60**

الحل //

$$r_A = \frac{(40)(60)-(50)(50)}{(40)(60)+(50)(50)} = \frac{2400-2500}{2400+2500} = -0.02$$

الاقتران عكسي

الأسبوع التاسع عشر

معامل التوافق Coefficient of Contingency :

معامل التوافق :

يستخدم معامل التوافق لحساب قيمة معامل الارتباط عندما يكون المتغيران المراد قياس الارتباط بينهم صفات أيضاً ،ويكون أحد المتغيرين أو كلاهما يتكونان من أكثر من عنصرين .

خطوات هذه الطريقة :

1) **نجد قيمة G وتُحسب من العلاقة التالية : مجـ** $\left(\frac{\text{مربع كل خلية}}{(\text{مجموع صف الخلية})(\text{مجموع عمود الخلية})} \right)$

2) **نجد قيمة المعامل من الصيغة التالية:** $R = \sqrt{\frac{G-1}{G}}$

مثال : قام أحد الباحثين بعمل بحث عن المدخنين والمستوى التعليمي فحصل على البيانات في الجدول ادناه :

التعليم / التدخين	امي	متوسط	جامعي	المجموع
لايدخن	9	6	5	02
يدخن	11	4	15	30
مجموع	20	10	20	50

Sol// 1) $G = \sum\left(\frac{9^2}{20*20} + \frac{6^2}{20*10} + \frac{5^2}{20*20} + \frac{11^2}{30*20} + \frac{4^2}{30*10} + \frac{15^2}{30*20} \right)$

$G = \sum\left(\frac{81}{400} + \frac{36}{200} + \frac{25}{400} + \frac{121}{600} + \frac{16}{300} + \frac{225}{600} \right)$

$= \sum(0.2 + .18 + 0.1 + 0.2 + 0.05 + 0.4) = 1.13$

$r = \sqrt{\frac{G-1}{G}} = \sqrt{\frac{1.13-1}{1.13}} = \sqrt{\frac{0.13}{1.13}} = \sqrt{0.12} = 0.35$ 2)

معناه أن العلاقة ضعيفة بين المستوى التعليمي والتدخين.

الاسبوع (20-21-22) (السلاسل الزمنية ، مفهومها واستخداماتها)

النظرة الشاملة :

- **الفئة المستهدفة :** لطلبة المرحلة الاولى / قسم تقنيات ا المحاسبة / معهد التقني كربلاء
- **المبررات :** صمم هذا الفصل لتمكن الطالب من التعرف على مفهوم السلاسل الزمنية واستخدامها اضافة الى تحليل السلسلة الى مركباتها الاربعة.
- **الفكرة المركزية**
  - ✓ مفهوم السلسلة الزمنية.
  - ✓ تحليل السلسلة الزمنية الى مركباتها.
  - ✓ طريقة ايجاد خط الاتجاه العام.
  - ✓ طريقة متوسطي نصفي السلسلة.
  - ✓ طريقة المعدلات (الاوساط المتحركة.)
  - ✓ طريقة المربعات الصغرى.

الاهداف الادائية- : سيكون الطالب بعد انتهائه من دراسة هذا الفصل قادرا على

- يعرف السلسلة الزمنية.
- يعرف مركبات السلسلة الزمنية.
- يميز بين الطرق المختلفة لتقدير معادلة خط الاتجاه العام.

السلاسل الزمنية Time Senes

السلسلة الزمنية هي مجموعة القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة حسب زمن وقوعها.

او هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن (عدة سنوات) في فترات زمنية متساوية . من الأمور الطبيعية والواجبة للحكومات والمؤسسات والشركات التجارية منها والصناعية والتعليمية وغيرها بالتخطيط لمستقبلها لتحقيق الأهداف الخاصة والعامة وتقديم كافة الخدمات والوصول لحالة العدل والاستقرار للمجتمع والعمل على أتحاذ قرارات التنبؤ بوقوع الأحداث قبل وقوعها في كافة أوجه النشاط التي تخص المجتمع، وتعتبر السلاسل الزمنية من أهم أساليب التنبؤ حول المستقبل من خلال وقائع الأمس واليوم. من أهم السلاسل الزمنية تلك الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية والمبيعات السنوية للشركات بكافة أوجه نشاطاتها والتعليم وحجم السكان وما شابه ذلك. والتغير الذي يحدث في قيم متغير السلسلة الزمنية أو قيم متغيراتها يعتبر دالة في الزمن يمكن تمثيلها بيانياً باتخاذ المحور الأفقي للزمن والرأسي لقيم المتغير

ومن الامثلة عليها:

- المبيعات اليومية لمحل تجاري لمدة شهر- .
- قراءة درجة حرارة المريض كل ساعة خلال يوم واحد- .
- صادرات العراق من النفط الخام ولعدة سنوات- .
- اعداد الطلبة المقبولين في معهد الادارة التقني لعدة سنوات- .
- كمية الامطار الهاطلة خلال اشهر السنة- .

كل هذه القراءات وتتابعها الزمني يمثل سلسلة زمنية , ويمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة دالية بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن$y= f(x)$ حيث y يشير الى قيمة الظاهرة
Xيشير الى الفترة الزمنية

وتهتم كثير من الدراسات ولاسيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة وذلك لان كثير من الظواهر الاقتصادية كالصادرات والواردات اذا استعرضت لعدة سنوات تمكننا من معرفة التغيرات التي تطرأ على قيمة الظاهرة في المستقبل على ضوء ما حدث في الماضي ويمكن تمثيل السلسلة الزمنية بيانيا لان كل قراءة تمثل زوجا من النقاط

عندما نحصل على قيم مشاهدات السلسلة الزمنية لابد من دراسة المؤثرات التي تؤثر على هذه القراءات وهذه

المؤثرات تسمى بمركبات السلسلة الزمنية . والتي ناتج حاصل ضربها يعطي قيم المشاهدة الاصلية حيث Y هي قيمة المشاهدة الاصلية $Y=G\times S\times P\times E$

G مركبة الاتجاه العام

S التغيرات الموسمية

P التغيرات الدورية

E التغيرات العرضية

مركبة الاتجاه العام : وهي المركبة التي توضح مسيرة السلسلة بشكل عام وعلى مدى بعيد ويمكن استخراجها عن طريق معادلة انحدار Y/X والمتمثل بالعلاقة. $Y= a+bx$

ومن الواضح ان قيمة y تزداد او تتناقص من خلال قيمة a,b وقد تحافظ على قيمتها وهناك عدة طرق لإيجاد هذه المركبة :

1- طريقة الانتشار .
2- طريقة متوسطي نصفي السلسلة .
3- طريقة الاوساط المتحركة .

1طريقة الانتشار : يتم تمثيل قيم المشاهدات في سلسلة زمنية وايجاد مركبة الاتجاه العام عن طريق رسم انتشاري -وايجاد معادلة خط الاتجاه العام . وهذه الطريقة تختلف من شخص الى اخر.

2طريقة متوسطي نصف السلسلة- :

تعد هذه الطريقة اكثر دقة من طريقة الانتشار وتتلخص خطواتها بالاتي:

- تقسم السلسلة الى قسمين متساويين- .
- نجد المتوسط الحسابي لكل قسم- .
- نصل بين النقطتين) المتوسطين (بعد تعيينهما على المستوى الاحداثي فتكون لدينا خط الاتجاه العام .

مثال (44): فيما يلي انتاج مصنع الالبسة الصوفية لعشرة سنوات بالألاف الاطنان المطلوب ايجاد معادلة خط الاتجاه العام بطريقة خط الاتجاه العام بطريقة متوسطي نصفي السلسلة

(السنة x)	عدد القطع المنتجة(y)	
2010	53	
2011	64	
2012	67	
2013	60	
2014	69	
2015	74	
2016	67	
2017	79	
2018	85	
2019	90	

الوسط الحسابي لنصف السلسلة الاول $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{53+64+67+60+69}{5} = 62.6$

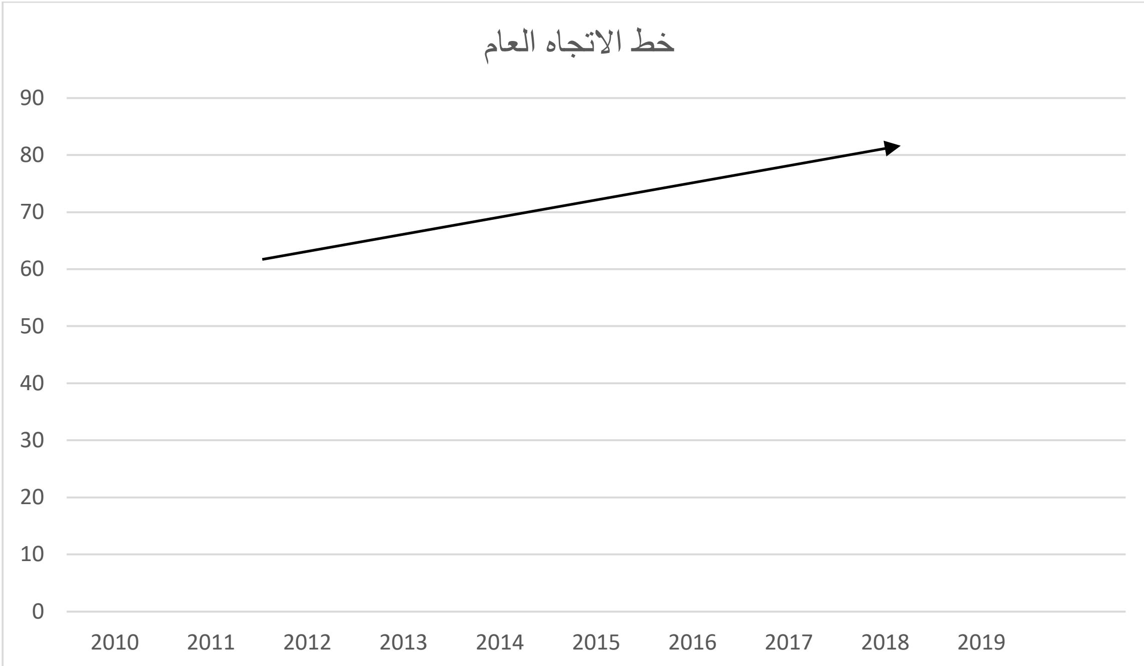
$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{74+67+79+85+90}{5} = 79$ الوسط الحسابي لنصف السلسة الثاني

اذن النقطتين هما A(3,62.6)

ان الرقم الذي بجانب الوسط الحسابي 62.6 لنقطة A وهو رقم 3 (على المحور الافقي) يمثل نصف المجموعة المقسمة 5 من السلسلة 10.

B(8,79) : ان الرقم الذي بجانب الوسط الحسابي 79 لنقطة B وهو رقم 8 (المحور الافقي) يمثل نصف المجموعة المقسمة الثانية من السلسلة 10.

نرسم (المحور الافقي) ويمثل السنوات و(المحور العمودي) ويمثل الكميات بالألاف (ونحدد النقطتين)الوسط الحسابي لكل قسم(ثم نرسم خط مستقيم يصل بين النقطتين فنحصل على خط الاتجاه العام



تمرين (واجب)(9) : اوجد خط التجاه العام للسلسلة الزمنية الاتية باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة

السنوات : 2009 , 2008 , 2007 , 2006 , 2005 , 2004 , 2003 , 2001,2002 , 2000

الإنتاج (بالملايين): 7.88 , 7.62 , 7.37 , 7.13 , 6.89 , 6.67 , 6.45 , 6.26 ,6.09 , 5.93

طريقة الاوساط المتحركة: method of moving averages

بموجب هذه الطريقة نختار عدد من السنين ولتكن ثلاثة سنوات او خمس سنوات ونحسب متوسط قيم الظاهرة لهذه السنين ثم نترك القيمة الاولى من القيم التي اخذناها ونأخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة السابق اخذها فنحصل على قيم بنفس عدد القيم السابقة ونأخذ متوسطها ثم نترك القيمة الاولى من المجموعة الجديدة ونأخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة ثم نستخرج متوسطها وهكذا نحصل على المتوسطات المتحركة لقيم الظاهرة ثم نضع المتوسط لكل مجموعة امام القيمة الوسطى من قيمها ان كان عددها فرديا وامام احدى القيمتين الوسطيتين ان كان عددا زوجيا ثم نثبت هذا المتوسط على شكل نقاط ونصل بينها بخط مستقيم فيكون خط الاتجاه العام.

مثال (45) : الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية yi لاحد مصانع السمنت وللسنوات من 1990 1998

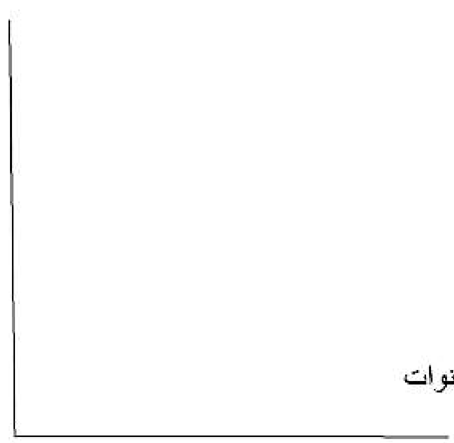
المطلوب : رسم خط الاتجاه العام باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة

السنوات : 1990 , 1991 , 1992 , 1993 , 1994 , 1995 , 1996 , 1998,1997

المبيعات بالملايين : 210 , 240 , 230 , 220 , 260 , 250 , 230 , 220 ,280

الحل :نفرض ان عدد السنين المناسب هو ثلاث سنوات

السنوات	المبيعات yi بالملايين	مجموع ثلاث سنوات	متوسط ثلاث سنوات (المتوسطات المتحركة)
1990	210		
1991	240	680	226.67
1992	230	690	230
1993	220	710	236.67
1994	260	730	243.33
1995	250	740	246.67
1996	230	700	233.33
1997	220	730	243.33
1998	280		



الاسبوع الثالث والعشرين الارقام القياسية /مفهومها ،واستخدامها

النظرة الشاملة

الفئة المستهدفة / طلبة المرحلة الاولى / قسم تقنيات قسم المحاسبة

المبررات : صممت هذا الفصل لتمكين الطالب من التعرف على مفهوم الارقام القياسية واستخداماتها اضافة الى التعرف على الانواع المختلفة للأرقام القياسية وكيفية قياسها.

الفكرة المركزية

1 . مفهوم الارقام القياسية

2 .استخدامات الأرقام القياسية

3 . انواع الارقام القياسية

-الارقام القياسية البسيطة

-الارقام القياسية المرجحة

- **رقم لاسبيرز القياسي**
- **رقم باش القياسي**
- **رقم فيشر القياسي**

الاهداف الادائية : سيكون الطالب بعد دراسته هذه الوحدة النمطية قادرا على ان

-يعرف الارقام القياسية

-يذكر استخدامات الارقام القياسية

-يحسب الارقام القياسية البسيطة

-يحسب الارقام القياسية المرجحة

مفهوم الرقم القياسي : الرقم القياسي هو اداة احصائية مصممة لبيان التغير في قيمة الظاهرة او مجموعة ظواهر مرتبطة مع بعضها بالنسبة الى قيمتها في زمن اخر او موقع جغرافي اخر.

او هو اداة لقياس التغير النسبي المئوي في ظاهرة ما او عدة ظواهر نظرا لاختلاف الزمان والمكان .

فترة الاساس : هي الفترة الزمنية التي نقيس فيها التغير في الظاهرة . وهذه الفترة قد تكون شهرا او سنة او غيرها ولكن الشائع ان تكون سنة واحدة وتسمى (سنة الاساس) كما يشترط ان تكون سنة طبيعية خالية من الشذوذ كالحروب والازمات او الكوارث.

فترة المقارنة : هي الفترة الزمنية التي حصل خلالها التغير في الظاهرة . او هي الفترة التي تنسب اسعارها او كمياتها الى اسعار او كميات فترة الاساس.

اما اذا اردنا مقارنة التغير في مكانين مختلفين فان المكان الذي نقيس فيه التغير يسمى مكان الاساس والمكان الذي حصل خلاله التغير يسمى مكان المقارنة.

استخدامات الارقام القياسية

1 -مقارنة اسعار السلع المختلفة.

2 -التنبؤ بأحوال الاعمال والاقتصاد.

3 -مقارنة المستوى التعليمي في بلد ما مع مستواه في نفس البلد في سنة أخرى.

4 -مقارنة عدد السكان في بلد وسنة ما مع عدد السكان في سنة أخرى.

خصائص سنة الاساس

1 -تحديد سنة الاساس بحيث لا تكون بعيدة عن سنة المقارنة.

2 -ان تكون سنة الاساس سنة طبيعية وذات هدوء نسبي من حيث انعكاساتها على الظاهرة المدروسة.

انواع الأرقام القياسية

هناك عدة انواع من الارقام القياسية

1 -الارقام القياسية البسيطة والتجميعية Simple index number

2 -الارقام القياسية المرجحة Weighted index number

<u>الاسبوع الرابع والعشرين</u>

اولا : **الارقام القياسية البسيطةSimple index number**

<u>الارقام القياسية البسيطة</u>

يحسب الرقم القياسي البسيط للأسعار بموجب هذه الطريقة بإيجاد الوسط الحسابي للأسعار خلال سنتي الاساس والمقارنة ثم ننسب الوسط الحسابي للأسعار لسنة المقارنة الى الوسط الحسابي لسنة الاساس ونضرب الناتج * 100 للحصول على نسبة مئوية.

مجموع الاسعار في سنة المقارنة

الوسط الحسابي للأسعار في سنة المقارنة --------------------------------

عدد الأسعار

$$\bar{pi} = \frac{\sum pi}{n}$$

pi تمثل أسعار سنة المقارنة

مجموع الاسعار في سنة الاساس

الوسط الحسابي للأسعار في سنة الاساس --------------------------------

عدد الأسعار

$$\bar{po} = \frac{\sum po}{n}$$

po تمثل أسعار سنة الاساس

وعليه فأن الرقم القياسي يساوي = $\frac{\text{الوسط الحسابي للأسعار في سنة المقارنة}}{\text{الوسط الحسابي للأسعار في سنة الاساس}} \times 100$

$$p.i = \frac{\frac{\sum pi}{n}}{\frac{\sum po}{n}} \times 100$$

وعليه فان الرقم القياسي للأسعار يأخذ الصيغة الاتية : بعد اختصار n من البسط والمقام

$$p.i = \frac{\sum pi}{\sum po} \times 100$$

مثال (46): الجدول الاتي يبين اسعار بعض السلع في سنتي (2018)(2022)
المطلوب : ايجاد الرقم القياسي البسيط للأسعار لسنة 2022 علما بان 2018 هي سنة الاساس

السلعة	السعر بالدينار	
	2018	2022
القمح	300	500
السكر	700	1000
اللحم	10000	14000
	11000	15500

$$\boldsymbol{p.i} = \frac{\sum pi}{\sum po} \times 100$$

$$\boldsymbol{p.i} = \frac{15500}{11000} \times 100 = 141\%$$

اي ان الاسعار ارتفعت بمقدار 1.41 مرة عما كانت عليه في سنة الاساس 2018

الاسبوع الخامس والعشرين والسادس والعشرين

حساب الارقام القياسية المرجحة ، رقم لاسبير ، رقم باش ، رقم فيشر)الامثل)

الارقام القياسية المرجحة:

ان ما يعاب على الارقام القياسية البسيطة كونها تعطي اهمية متساوية للسلع المختلفة لدى استخراج ارقامها القياسية .اي انها تعطي صورة غير دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الاسعار او الكميات وغيرها.

لذلك نلجأ الى استخدام الارقام القياسية المرجحة اي التي تعطي لكل سلعة الوزن الحقيقي الخاص باهميتها وذلك من خلال ترجيح الاسعار وحيث يوجد لدينا نوعية من الاسعار) أسعار سنة الاساس واسعار سنة المقارنة (كذلك نوعين من الكميات) كميات سنة الاساس وكميات سنة المقارنة (لذلك يمكن ان نحصل على ثلاثة انواع من الارقام القياسية المرجحة تعرف بأسماء العلماء الذين توصلوا ليها وهي :

1 -**رقم لاسبير Laspeyres**

$$\boldsymbol{p.i(las)} = \frac{\sum pi\ qo}{\sum po\ qo} \times 100$$

2 -**رقم باش Paasche**

$$\boldsymbol{p.i(paa)} = \frac{\sum pi\ qi}{\sum po\ qi} \times 100$$

3 -**رقم فيشر (Fisher الامثل)**

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{\Sigma^{p} i Q_0}{\varepsilon p_0 q_0}\right]\left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 a_i}\right]} \times 100$$

1 -**رقم لاسبير**: يعتمد على الترجيح بكميات سنة الاساس

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة} \times \text{كميات سنة الاساس}}{\text{مجموع اسعار سنة الاساس} \times \text{كميات سنة الاساس}} \times 100$$

$$p.i(las) = \frac{\sum pi\ qo}{\sum po\ qo} \times 100$$

مثال (47) الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 2002 ، 2022 في احد المتاجر

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للأسعار في سنة 2022 باعتبار ان سنة 2002 هي سنة الأساس (بطريقة لاسبير)

السلعة	الاسعار بالدينار		الكميات	
	2002	2022	2002	2022
القمح	200	600	20	10
باقلاء	750	2250	25	5
ذرة	500	1250	10	20
رز	1000	800	20	8

الحل : نضرب أسعار سنة المقارنة 2022 × كميات سنة الأساس 2002 ثم نجمع حاصل الضرب
نضرب اسعار سنة الأساس 2002 ×كميات سنة الأساس 2002 ثم نجمع حاصل الضرب

Pi 2022 qo 2002	Pi 2002 qo 2002
600× 20 =12000	200× 20 =4000
2250× 25=56250	750× 25=18750
1250 × 10= 12500	500 × 10= 5000
800 × 20 =16000	1000 × 20 =20000
المجموع 96750	المجموع 47750

$$p.i(las) = \frac{\sum pi\ qo}{\sum po\ qo} \times 100 = \frac{96750}{47750} \times 100 = 203\ \%$$

يلاحظ ان هذا الرقم القياسي يمكن استخراجه في حالة عدم توفر البيانات الخاصة بكميات سنة المقارنة)لأنه يعتمد على كميات سنة الاساس)

2- رقم باش (الترجيح بكميات سنة المقارنة)

$$\text{الرقم القياسي لباش} = \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة × كميات سنة المقارنة}}{\text{مجموع اسعار سنة الاساس × كميات سنة المقارنة}} \times 100$$

ويأخذ الرقم القياسي لباش الصيغة الاتية:

$$p.i(paa) = \frac{\sum pi\ qi}{\sum po\ qi} \times 100$$

مثال (48): الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 2002 ، 2022 في احد المتاجر

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للأسعار في سنة 2022 باعتبار ان سنة 2002 هي سنة الأساس (بطريقة باش)

السلعة	الاسعار بالدينار		الكميات	
	2002	2022	2002	2022
القمح	200	600	20	10
باقلاء	750	2250	25	5
ذرة	500	1250	10	20
رز	1000	800	20	8

الحل : نضرب أسعار سنة المقارنة 2022 × كميات سنة المقارنة 2022 ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الأساس 2002 × كميات سنة المقارنة 2022 ثم نجمع حاصل الضرب

Pi 2022 qi 2022	**Poi 2002 qi 2022**
600× 10 =6000	200× 10 =2000
2250× 5=11250	750× 5=3750
1250 × 20= 25000	500 × 20= 10000
800 × 8 =6400	1000 × 8 =8000
المجموع 48650	المجموع 23750

$$\boldsymbol{p.i(paa)} = \frac{\sum pi\ qi}{\sum po\ qi} \times 100 = \frac{48650}{23750} \times 100 = 205\%$$

الرقم القياسي الأمثل -:.fis

ويسمى بمعادلة فيشر وبموجب هذه المعادلة يمكن احتساب الرقم القياسي للأسعار من الجذر التربيعي لحاصل ضرب الناتج من معادلة باش × الرقم القياسي الناتج من معادلة لاسبير وعليه فان الرقم القياسي الأمثل =

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{\Sigma^{p}iQ_0}{\varepsilon p_0 q_0}\right]\left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 a_i}\right]} \times 100$$

مثال (49): الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 2002 ، 2022 في احد المتاجر
المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للأسعار في سنة 2022 باعتبار ان سنة 2002 هي سنة الأساس (بطريقة فيشر) الرقم القياسي الامثل

السلعة	الاسعار بالدينار		الكميات	
	2002	2022	2002	2022
القمح	200	600	20	10
باقلاء	750	2250	25	5
ذرة	500	1250	10	20
رز	1000	800	20	8

الحل : نضرب أسعار سنة المقارنة 2022 × كميات سنة الأساس 2002 ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الأساس 2002 ×كميات سنة الأساس 2002 ثم نجمع حاصل الضرب

Pi 2002 qo 2002	Pi 2022 qo 2002
200× 20 =4000	600× 20 =12000
×25=18750750	×25=562502250
× 10= 5000500	× 10= 125001250
× 20 1000 =20000	× 20 =16000800
47750 المجموع	96750 المجموع

$$p.i(las) = \frac{\sum pi\ qo}{\sum po\ qo} \times 100 = \frac{96750}{47750} \times 100 = 203\ \%$$

نضرب أسعار سنة المقارنة 2022 × كميات سنة المقارنة 2022 ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الأساس 2002 × كميات سنة المقارنة 2022 ثم نجمع حاصل الضرب

Po 2002 qi 2022	Pi 2022 qi 2022
200× 10 =2000	600× 10 =6000
750× 5=3750	2250× 5=11250
500 × 20= 10000	1250 × 20= 25000
1000 × 8 =8000	800 × 8 =6400

المجموع 48650	المجموع 23750

$$\boldsymbol{p.i(paa)} = \frac{\sum pi\ qi}{\sum po\ qi} \times 100 = \frac{48650}{23750} \times 100 = 205\%$$

بالنسبة لطريقة فيشر (الحل الأمثل)

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{\Sigma^{p} i Q_0}{\varepsilon p_0 q_0}\right]\left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 a_i}\right]} \times 100$$

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{96750}{47750}\right]\left[\frac{48650}{23750}\right]} \times 100 = 204\%$$

تمرين شامل واجب (10) : الجدول الاتي يمثل اسعار السلع بالفلس وكميات المستهلكة (بالكغم) للعائلة الواحدة شهريا)

السلعة	الاسعار		الكميات	
	2004	2017	2004	2017
السكر	500	750	7	8
الرز	100	250	10	12
الشاي	50	100	2	2
اللحوم	5000	10000	6	7
	5650	11100		

أحسب:

1- الرقم القياسي البسيط للأسعار.
2- رقم لاسبيرز القياسي باعتبار - 2004 كسنة أساس.
3- رقم باش القياسي- .
4- رقم فيشر القياسي.

piتمثل أسعار سنة المقارنة

poتمثل أسعار سنة الأساس

qoتمثل كميات سنة الأساس

السلعة	الأسعار		الكميات		$pi\ qo$	$po\ qo$	$pi\ qi$	$po\ qi$
	2004 po	pi 2017	2004 qo	2017 qi				
السكر	500	750	7	8	5250	3500	6000	4000

الرز	100	250	10	12	2500	1000	3000	1200
الشاي	50	100	2	2	200	100	200	100
اللحوم	5000	10000	6	7	60000	30000	70000	35000
	5650	11100			67950	34600	79200	40300

$$\boldsymbol{p.i} = \frac{\sum pi}{\sum po} \times 100$$

$$\boldsymbol{p.i} = \frac{11100}{5650} \times 100 = \%\mathbf{146.46}$$

$$\boldsymbol{p.i(las)} = \frac{\sum pi\ qo}{\sum po\ qo} \times 100$$

$$\boldsymbol{p.i(las)} = \frac{67950}{34600} \times 100 = \%\ 196.387$$

2 -رقم باش **Paasche**

$$\boldsymbol{p.i(paa)} = \frac{\sum pi\ qi}{\sum po\ qi} \times 100$$

$$\boldsymbol{p.i(paa)} = \frac{79200}{40300} \times 100 = \%196.526$$

3 -**رقم فيشر (Fisher الأمثل)**

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{\Sigma\ \ pi\ q_0}{\varepsilon p_0 q_0}\right]\left[\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i}\right]} \times 100$$

$$\mathrm{P.I(fis)} = \sqrt{\left[\frac{67950}{34600}\right]\left[\frac{79200}{40300}\right]} \times 100 = \%\mathbf{196.456}$$

الاسبوع السابع والعشرين والثامن والعشرين والتاسع والعشرين والثلاثين

بعض المواضيع التطبيقية

- **السيطرة النوعية**
- **جودة الإنتاج**
- **التعداد السكاني**
- **دراسات الجدوى الاقتصادية**

j