جامعة الفرات الاوسط التقنية

المعهد التقني كربلاء

ملزمة الميكانيك الهندسي

المرحلة الاولى

قسم التقنيات الميكانيكية

اعداد :م . حسين يونس رزاق

مدرس المادة

الاسبوع السادس عشر

الدايناميك : (Dynamics)

الداينميك (علم الحركة) وهو العلم الذي يتناول حركة الأجسام والقوة المؤثرة عليها .

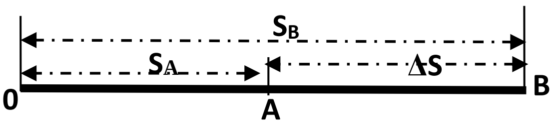
Dynamics

kinetics	**Kinematics**
هو العلم الذي يدرس العلاقة بين القوة المؤثرة على الجسم وحركة الجسم	**هو العلم الذي يدرس حركة الحبيبة والاجسام بدون اعتبار القوة المسببة للحركة (يعني يعالج العلاقة بين الازاحة ، السرعة ، التعجيل)**

1 – Kinematics

الحركة الخطية : (Rectilinear motion)

وهي حركة الجسيم على خط مستقيم



ملاحظة : هنا في هذا المسار الخطي فان التغيير في الازاحة ΔS يساوي عدديا ً المسافة بين AB

Displacement (الازاحة A) او موقع الحبيبة (الجسيم) في نقطة A بالنسبة للنقطة0 :S_A

Displacement (الازاحة B) موقع الحبيبة (في نقطة B مقاسة بالنسبة للنقطة 0 :S_B

التغيير في الازاحة $\Delta S = S_B - S_A$

السرعة الخطية : هي معدل تغيير الازاحة بالنسبة للزمن .

$$V_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

وعليه السرعة اللحظية (Instantaneous velocity)

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} it \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \text{..........................(1)}$$

التعجيل الخطي: يعرف على انه معدل التغيير في السرعة بالنسبة للزمن

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

وعليه فأن التعجيل اللحظي(a) يساوي

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} it \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \text{..........................(2)}$$

and

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

من معادلة رقم(1)

$$V = \frac{ds}{dt} \Rightarrow dt = \frac{ds}{V}$$

نعوض في المعادلة رقم (2) نحصل

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{\frac{ds}{v}}$$

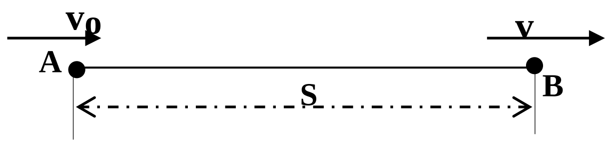
$$a = v\frac{dv}{ds} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

الاسبوع السابع عشر

(Rectilinear motion with constant acceleration) <u>الحركة الخطية بتعجيل ثابت</u>

V_0 : Initial velocity at t=0

V : final velocity at t= t



$$a = \frac{dv}{dt} \qquad dv = adt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_{0}^{t} dt \Rightarrow \ldots.[v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$$

$$v - v_0 = a(t-0)$$

$$v = v_0 + a*t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t v*dt = \int_0^t (v_0 + a*t)dt$$

$$[s]_{s_0}^{s} = [v_0 + \frac{1}{2}at^2]_0^t$$

$$\boxed{\therefore s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)}$$

From equation (1)

$$t = \frac{(v - v_0)}{a}$$

$$S = v_0(\frac{v - v_0}{a}) + \frac{1}{2}a(\frac{v - v_0}{a})^2 + S_0$$ **نعوض في المعادلة رقم 2 نحصل على**

$$2a.S = 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2v_0 v + v_0^2 + 2a.S_0$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) ....(3)}$$

او نحصل على نفس المعادلة من أجراء التكامل الاتي :

$$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{s_0}^{s} a.ds \Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2}{2} = a(s - s_0)$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) ....(3)}$$

الخلاصة :

المعادلات المستخدمة للحركة الخطية بتعجيل ثابت	المعادلات المستخدمة في حالة الحركات الخطية
$v = v_o + a*t$	**$v = ds/dt$**
$S = s_o + v_o t + 1/2\ at^2$	**$a = dv/dt = d^2s/dt^2$**
$v^2 = v_o^2 + 2\ a\ (S - S_o)$	**$vdv = ads$**

الأجسام التي تسقط سقوط حر (Freely falling Bodies)

$g = 9.81\ m/sec^2$ or $g = 32.2\ ft/sec^2$

وبالامكان كتابة المعادلات للحركة الخطية بتعجيل ثابت بالطريقة التالية

$v = v_o + g\ t$ …………..(1)

$S = S_o + V_o * t + (1/2) * g.t^2$ ……………….(2)

$V^2 = V_o^2 + 2g(\ s - s_o)$ ………………….(3)

هنالك جملة ملاحظات مهمة حول هذا الموضوع :

1-عندما يبدا الجسم بالحركة من السكون فان $t = o$ and $v_o = o$

2-عند توقف الجسم عن الحركة فان $v = o$ السرعة النهائية

3- للحركة المنتظمة Uniform motion فأن

ا-معدل السرعة v_{av} = السرعة بعد منتصف الوقت الكلي للحركة
ب-المسافة التي يقطعها الجسم عند اي ثانية = السرعة عند نصف تلك الثانية
4-اذا سقط الجسم من السكون ايضاً $v_o = o$
5-اذا قذف الجسم الى الاعلى فان السرعة عند اقصى ارتفاع يصله الجسم تساوي صفر

Ex1: A particle moves in Rectilinear motion according to the relation as $S=t^3-9t^2-2$. Determine the displacement(s), the velocity (v) and acceleration (a) when t= 5sec.

<u>Sol:</u>

$S=t^3-9t^2-2$

At t=5sec

$\therefore S=(5)^3-9(5)^2-2 = 102$ m

نجد مشتقة الإزاحة لنحصل على السرعة

$$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2-18t \qquad \text{at } t=5\text{sec}$$

$\therefore V = 3(5)^2-18(5) = -15$m/sec

نجد مشتقة السرعة لنحصل على التعجيل

a = dv/dt at t=5sec

$\therefore$ $a= 6(5)-18 = 12\text{m/sec}^2$

<u>Ex2</u>: A body move in Rectilinear motion with acceleration of ($a= -2\text{m/sec}^2$) if the velocity = 8m/sec and S=0 when t= 0. Determine V & S when t = 6 sec.

<u>Sol:</u>

a = dv/dt

$\therefore dv=a.dt$

بأخذ التكامل للطرفين

$\int dv = \int a dt$

V= $\int -2dt$

$V=-2t + C_1$ at $t=0 \rightarrow v=8$m/sec

$\therefore 8 = -2(0)+C_1$ $\therefore C_1 = 8$

$\boxed{V=-2t + 8}$

نجد السرعة عند الزمن 6sec

at t =6 sec $\therefore v= -2(6)+8)$

$\therefore v= -4$m /sec

$$v = \frac{ds}{dt}$$

ds=v.dt

.'. ds = (-2t +8) dt

بأخذ التكامل للطرفين نحصل على

$\int ds = \int(-2t+8)dt$

.'. $S = \int -2tdt + \int 8dt$

.'. $S = -2t^2/2 + 8t + C_2$

$S = -t^2 + 8t + C_2$

لكن هو معطي في السؤال S=0 at t=0 نعوض في العلاقة أعلاه

$0 = 0+0+C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = 0$

$S = -t^2 + 8t$

t=6sec نجد الازاحة عندما يكون

$S = -(6)^2+8(6) \quad = -36 + 48 = 12 \text{ m}$

<u>أمثلة خاصة بالحركة الخطية بتعجيل ثابت</u>

Ex₁: A body started from rest with constant acceleration of 4 m/sec².

1-Find the velocity and displacement of the body after 10sec from its motion .

2-Find the distance that the body was traveled when its velocity becomes 12 m/sec .

<u>Sol</u> :   نستخدم المعادلات الخاصة بحاله الحركة الخطية بتعجيل ثابت

$V = v_o + a.t \quad$ at $v_o=0$, $a= 4m/sec^2$

1- $V=0+4(10) \quad \rightarrow V=40m/sec$

$$\boxed{s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

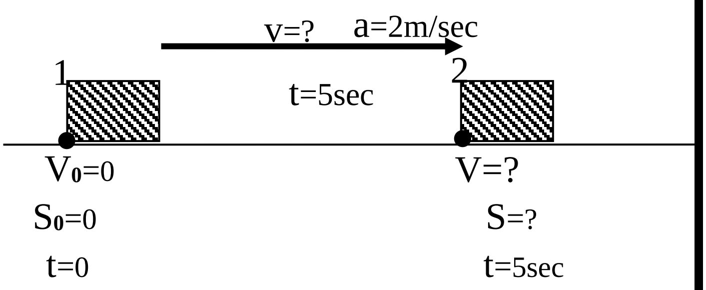
$$\therefore s = 0 + 0 + \frac{1}{2}(4)(10)^2 = 200m$$ المسافة التي يقطعها الجسم بعد 10 ثواني

2- $V^2 = Vo^2 + 2a(S-So)$

$(12)^2 = 0+2(4)(S-0) \quad \rightarrow \quad 144 = 8(S)$

$S = \frac{144}{8} = 18m$ 12m/s   المسافة التي يقطعها الجسم عندما السرعة

Ex2: The body in fig below has a constant acceleration 2m/sec if its start from rest , Determine its velocity and position when t = 5 sec .



Sol :

$V_o = 0$

$V = V_o + a.t$ at t=5sec

$V = 0+2*(5) = 10$ m/sec

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow S = 0 + 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 25m$$

مثال على السقوط الحر

Ex3: A stone is thrown vertically upward from the ground with a velocity of 19.6 m/sec.

1-Find the velocity of the stone after t= 1.5 sec from motion .

2-Find the time which stone needs to reach the highest elevation.

3-Find the time which the stone needs to reach the height of 18.37m.

Sol:

1- V_0=19.6m/sec & g=9.8m/sec^2

V=Vo-gt

V=19.6 -9.8 (1.5)=4.9m/sec

2-

V=Vo – g.t

$V_B = V_A - gt$,$V_B = 0$ (لأنه أعلى أرتفاع تصل فيه السرعةالى صفر)

0= 19.6 -9.8(t)

∴ 9.8(t) =19.6 $\Rightarrow t = \frac{19.6}{9.8} = 2\sec$

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$18.37 = 0 + 19.6(t) - \frac{1}{2}(9.8)t^2$$

$18.37 = 19.6\,t - 4.9t^2$ نعيد كتابة المعادلة بصورة اخرى لنحصل على

$4.9t^2 - 19.6t + 18.37 = 0$

نضرب المعادلة × 2 نحصل على

$9.8t^2 - 39.2t + 36.75 = 0$

نقسم المعادلة على 2.45 نحصل على

$4t^2 - 16t + 15 = 0$

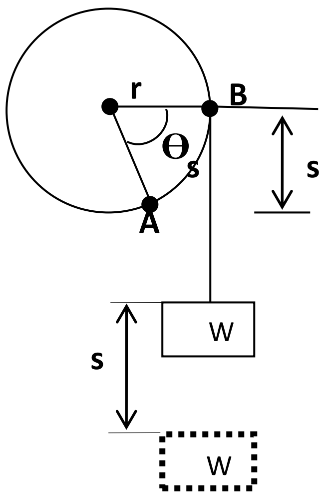
$(2t - 3)(2t - 5) = 0$

$\therefore t = 1.5$ ↑ عند الصعود and $t = 2.5$ sec ↓ عند النزول

الاسبوع الثامن عشر

الحركة الدورانية (Angular motion)

تعرف الحركة الدورانية بأنها حركة الجسم الصلب التي تتحرك جميع حبيباته في مسارات دائرية تقع مراكزها على خط مستقيم ثابت يدعى محور الدوران .



Θ = (rad) أزاحة الزاوية $\qquad$ **$S = r\,\Theta$ ....(1)**

S= طول القوس

r = نصف قطر الدوران

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \;.............(2)$$

السرعة الخطية = V m/sec

السرعة الزاوية = ω rad/sec

$$\boxed{v = r \times \omega}$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}}$$

التعجيل المماسي = a_t التعجيل المماسي لنقطة على حافة البكرة

$$\boxed{a_t = r \times \alpha}$$

m/sec²

التعجيل الزاوي α

rad /sec²

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = \frac{r^2\omega^2}{r}$$

التعجيل العمودي لاي نقطة على حافة البكرة

$$\boxed{a_n = r\omega^2}$$

وعليه يكون التعجيل الكلي عند أي نقطة يساوي

$$\boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

الحركة الدورانية بتعجيل ثابت

$$\omega = \omega_0 + \alpha.t,,,,,,,,,(1)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha.t^2,,,,,(2)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0),,,,,,(3)$$

ولعل اجراء مقارنة بين المعادلات التفاضلية للحركة الخطية والحركة الدورانية مفيدة في هذا المجال وهي كالاتي :

حركة مستقيمة خطية	حركة دورانية
V=ds/dt a=dv/dt = d^2s/dt^2 V.dv =a.ds	ω= dΘ/dt α = dω/dt = $d^2\Theta/dt^2$ ωdω = α .dΘ
كذلك يمكن اجراء مقارنة للحركة الدورانية بتعجيل ثابت والحركة المستقيمة الخطية بتعجيل ثابت كالاتي	
$V = v_0 + a*t$ $S = S_0 + v_o t + 1/2\ at^2$ $V^2 = V_0^2 + 2a(S - S_0)$	$\omega = \omega_0 + \alpha\ t$ $\Theta = \Theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha . (\Theta - \Theta_0)$

أمثلة خاصة بالحركة الدورانية

Ex1 :The magnitude of the angular velocity of the line varies according to the equation ($\omega = 6t^2 - 10t$), Where t= time in seconds, the line is turning (clockwise when t=2sec.

1-Determine the angular acceleration (α) of line when t =2sec.

2-Determine the angular displacement (Θ) at t=1sec and t =3sec.

Sol :

When t= 2 sec $\omega = 6(2)^2 - 10(2)$ $\omega = +4\ \frac{rad}{sec}$ clockwise

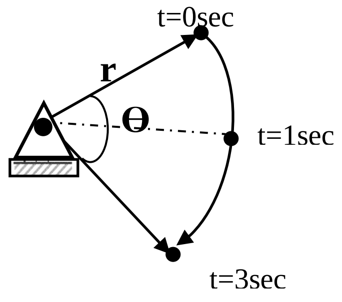
1-

$\omega = 6t^2 - 10t$

للحصول على التعجيل الزاوي نشتق معادلة السرعة الزاوية

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ = 12t-10 at t= 2 sec

$\frac{rad}{Sec^2}$



$\therefore\ \alpha = 12(2) - 10 = +14$

للحصول على الإزاحة الزاوية Ө يجب ان نكامل السرعة الزاوية

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow,,,,,,,,, d\theta = \omega dt \Rightarrow,,,, \theta = \int \omega .dt$$

$$\theta = \int (6t^2 - 10.t)dt = \int 6t^2.dt - \int 10.t.dt$$

at t=0,θ=0,

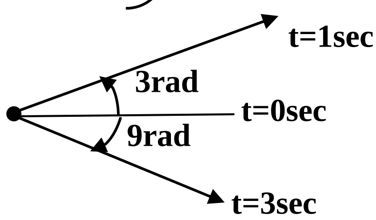
then $c_1 = 0$ $\quad \theta = \frac{6t^3}{3} - \frac{10t^2}{2} + c_1$

$$\theta = \frac{6t^3}{3} - \frac{10t^2}{2} + 0$$

$$\theta = 2t^3 - 5t^2$$

t=1sec نجد الازاحة عند الزمن

Ө=2(1)^3 -5(1)^2 = 2-5=- 3rad clockwise = 3rad counter clockwise



t=3 sec نجد الازاحة عند الزمن

Ө=2(3)^3 -5(3)^2 = 54-45 = + 9 rad clockwise

<u>Ex$_2$:</u> A line rotates in a vertical plane according to the equation (Ө=t^3-2t^2-2 **)**the line turning clockwise when t = 1 sec determine :

1-The angular acceleration when t = 2 sec $\Rightarrow \alpha = ?$

2-the value of t=?when the angular velocity ω **=**0 **.**

<u>Sol:</u>

Ө=t^3-2t^2**-2** at t=1sec $\quad \therefore \theta = 1 - 2 - 2 = -3rad$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 3t^2 - 4t$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 6t - 4$$

at t= 2 sec ………(1)

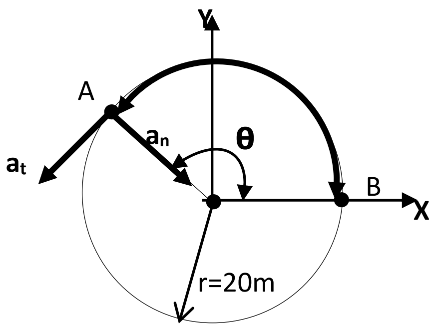
α = 6(2)- 4= + 8rad/sec^2 وهذا يعني عكس عقرب الساعة

2 : **0 =3(t)^2 -4t → 3t^2=4t ∴ t= 1.33sec**

Ex3: The particle A in fig. below moves in a circular path of 20m radius according to the equation(S= 6t^3 -4t) , where S in the meter and t in sec.

1. **Determine the tangential and normal acceleration after t = 2 sec.**
2. **Find the total acceleration.**

Sol:



(1); S= 6t^3 -4t

V=ds/dt

V=18t^2-4

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

∴ a_t=36t at t =2 sec

a_t = 36 (2) = 72 m/sec^2

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

at t=2sec→v=18t^2-4=18*(2)^2-4=68m/sec

$$\therefore a_n = \frac{(68)^2}{20} = 231.2 m/\sec$$

2: $$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{(72)^2 + (231.2)^2} = 242 m/\sec^2$$

الاسبوع التاسع عشر

2:Kinetics

قوانين نيوتن للحركة (Newton's laws of motions)

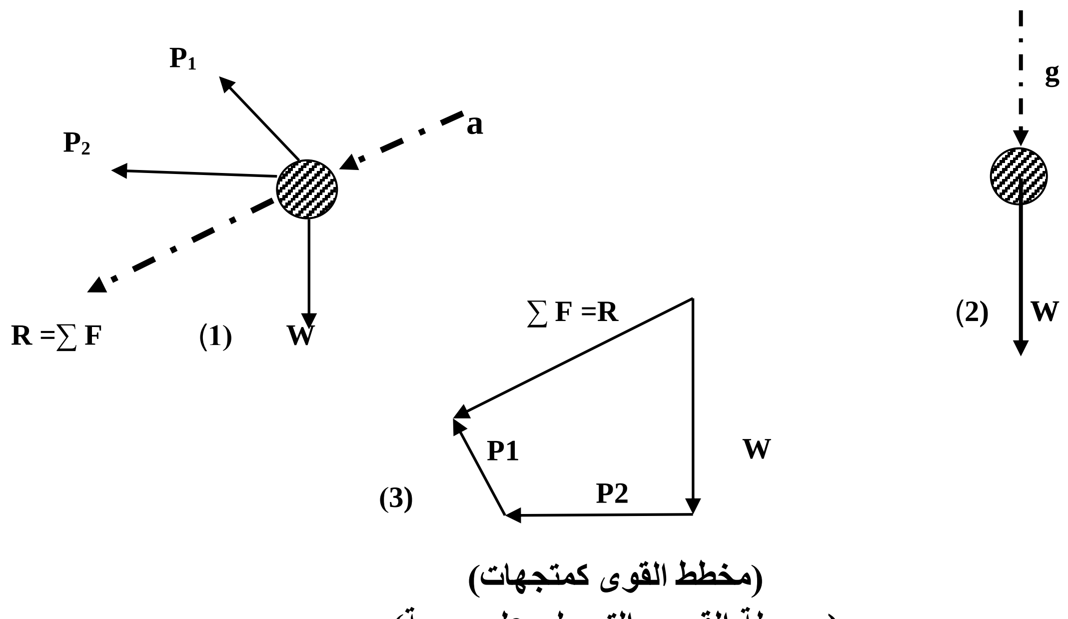
القانون الاول : يستمر الجسم في حالة السكون والحركة المنتظمة على خط مستقيم اذا لم تؤثر عليه قوة خارجية .

القانون الثاني : يتناسب تعجيل الجسم مع محصلة القوى المؤثرة عليه ويكون بأتجاه القوة

$\sum F \alpha\ a \longrightarrow \sum F = m.a$

القانون الثالث : لكل فعل رد فعل مساوي له بالمقدار ويعاكسه بالاتجاه

- **القانون الاول والثالث يستخدمان في علم السكون**
- **بالنسبة لعلم الحركة يتم اعتماد القانون الثاني الذي يربط بين الجسم والقوى المؤثرة عليه .**



(مخطط القوى كمتجهات)
(محصلة القوى والتعجيل على حبيبة)

From fig. (1) and by using 2nd law

$\sum F \alpha\ a \quad \rightarrow \sum F = k.a$,,,,,,,,,,,,,(1)   حيث k ثابت التناسب

From fig(2) and by using 2nd law

$\sum F \alpha \ a \ \rightarrow W \alpha \ g \Longrightarrow W = k\,g$,,,,,,,,,,,, (2)

From equation(2) k= w/g نعوض في المعادلة (1)

$\therefore \sum F = \frac{W}{g} * a \Longrightarrow \sum F = m.a$ حيث ان m كتلة الجسم

وهذا يعني لدراسة الحركة ببعدين X , Y تكون الحالة كالاتي :

$$\boxed{\sum F_x = m.a_x \quad \text{and} \quad \sum F_y = m.a_y}$$

وعليه بالاعتماد على قانون نيوتن الثاني استطعنا ان ندرس علم الكاينتك Kinetics والمعادلات اعلاه تربط العلاقة بين القوة المؤثرة على الجسم والتعجيل الناتج عن حركة الجسم .

<u>هنالك خطوات محددة لحل مسائل الكاينتيك يمكن اجمالها بالاتي</u> :

اولا : ارسم مخطط الجسم الطليق للجسم F .B .D اي لكل جزء من اجزاء الجسم ويوضع كل القوى عليه المعلومة والمجهوله واتجاهها ودائماً تكون قوة الاحتكاك بعكس اتجاه الحركة .

ثانياً : حدد اتجاه الحركة وذلك بوضع خط متقطع قريباً من F.B .D للجسم يمثل اتجاه الحركة .

ثالثاً : حدد العلاقات الكينامتيكية بين الاجسام الموجودة في المسألة .

رابعاً : اختر المحور X بأتجاه الحركة وهو موجب وعليه تكون $\sum Fy=0$ أي عدم وجود حركة بالاتجاه ال Y وعليه فان $a_y=0$ لذلك تكون العلاقة

$$\boxed{\sum F_x = \frac{W}{g}\, a_x} \qquad \boxed{\sum F_x = m.\, a_x}$$

خامساً : جد القيم المجهولة في المسألة بأستخدام المعادلات الكيناميتيكية الاضافية كما كنت تستخدمها للحصول على (t, V , S) وذلك حسب الحالة المعطاة .

....

<u>Ex$_1$</u>: A (80)kg block rest on a horizontal plane as shown in fig. (1): Find the magnitude of the force(P) required to give the block an acceleration of (2.5 m/sec^2) to the right it, the $\mu_k = 0.2$.

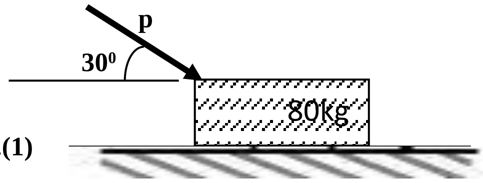


Fig.(1)

<u>Sol :</u>

W=m∗g = 80 ∗ 9.8 = 784 N

$\sum F_x = m.a_x$

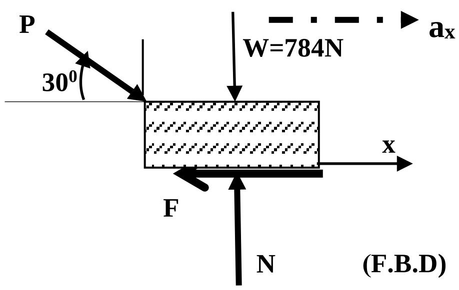
$P\cos 30 - F = m.a_x$

$\therefore P\cos 30 - \mu_k * N = 80(2.5)$

$P\cos 30 - 0.25(N) = 200$ ....(1)

$\sum F_y = m.a_y$

وبما أن $a_y=0$ لاوجود حركة بأتجاة y



$\therefore \sum F_y = 0$

N-W-Psin30 = 0

N-784-0.5P= 0 ………………(2)

.'. N=784+0.5P   (1)نعوض هذه المعادلة بالمعادلة رقم
نحصل على

Pcos30-0.25 [784+0.5 P] =200

0.866P-196 -0.125P= 200

0.741P = 200 +196 $\Longrightarrow$ P= 396/0.741

P= 534.41 N

Ex2: The 50 kg box as shown in fig.(2) rest on a horizontal plane and μ_k =0.3 if the box subjected to (400N) force as shown. Find :

1-The acceleration of the box (ax).

2-assume the box is moving with a constant acceleration (ax) and find the velocity after 5 sec of moving

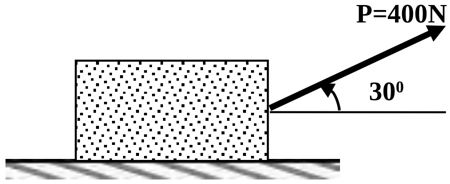
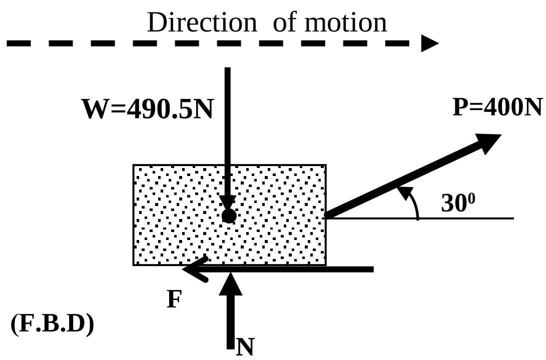


Fig.(2)



(F.B.D)

Sol: W= m.g = 50*9.81 = 490.5 N

F= μ_K *N =0.3N

$\sum Fx = m.a_x$

400cos30-F =50a_x

400(0.866)-0.3 N =50a_x

346.4 -0.3 N=50.a_x …………..(1)

$\sum Fy = m.a_y$

y وبما ان $0=a_y$ لا وجود للحركة باتجاه

$\sum \mathbf{F_y=0}$

N-W+400Sin30 =0

N-490.5+200=0

N=290.5N   نعوض في المعادلة رقم 1 نحصل على

346.4-0.3(290.5)=50a_x

346.4-87.1 =50 a_x $\Longrightarrow$ 259.25 =50.a_x

.'. a_x = 259.5/50= 5.19 m/sec^2

(5.19m/sec^2) طالما التعجيل ثابت ويساوي a_x وقيمتة هي

$V= v_o + a_x.t$

$V=0+5.19*(5)$

∴ $V = 25.95$ m/sec. السرعة بعد خمس ثواني من بداية الحركة

=26 m/sec

<u>Ex₃:</u> A(10 kg) projectile is fired vertically upward from the ground ,with an initial velocity of 50m/s as shown in Fig (3) .
Determine the maximum height to which is travel if atmosphere resistance is neglected.

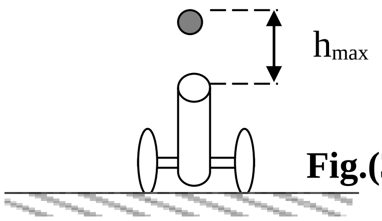


Fig.(3)

<u>Sol</u> :دائماً نفرض اتجاه الحركة موجب

$W= m.g =10 * 9.81 = 98.1N$

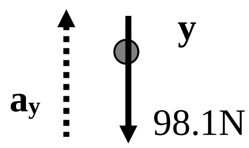
$\uparrow \sum Fy = m.a_y$

$- 98.1 = 10a_y \Longrightarrow a_y = - 9.81 \text{ m/sec}^2$

وهذا تناقصي اي ان القذيفة سوق تتعرض الى تعجيل ثابت الى الاسفل مقداره 9.81

at $S_0=0 \Longrightarrow V_0=50$ m/sec

and the max. height S=h then V= 0



$V^2 = V_o^2+2.a_y(S-S_o)$

$0=(50)^2 +2(-9.81)(h-o)$

$0=2500 -19.62)*h$

$19.62 h = 2500 \Longrightarrow h=2500 /19.62$

∴ $h_{max} = 127.42$ m

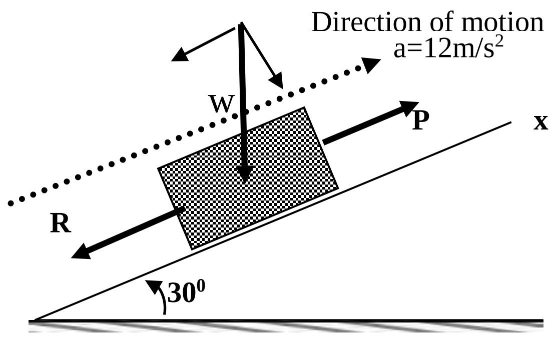
Ex₄ : A car with mass of(6000kg**) moving upward of inclined plane with constant acceleration of (**12m/sec^2**) if resistance equal [**R= 0.06 (w)]
Find the engine force of the car.

<u>Sol :</u>

$W = m.g =6000 * 9.81 =58800N$

$+\nearrow \sum Fx =m.a_x$

$P-R - W\sin30 =6000 *(12)$



P-0.06(W)– W.sin30 = 72000

P-0.06(58800)- 58800 * 0.5 = 72000

P – 352872- 29400 = 72000

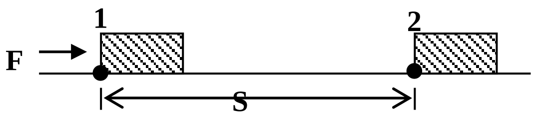
P= 104928 N

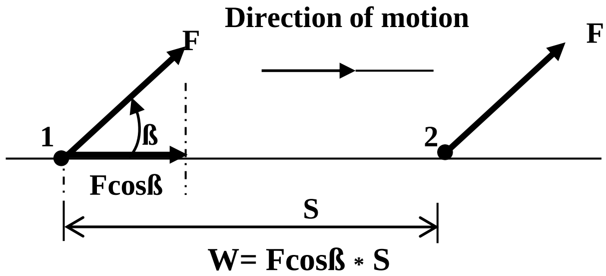
وهذه هي قوة المحرك اللازمة لصعود السطح المائل

(Work-Power-Energy) (الشغل والقدرة والطاقة)

<u>شغل القوة :</u> (The work of the force)

يمكن ان يعرف الشغل على انه حاصل ضرب مركبة القوة بأتجاه الازاحة في الازاحة





Work = W

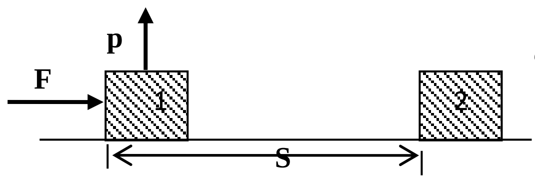
Force =F

Displacement : S

W= F ×S

وحدات الشغل هي عبارة عن وحدات قوة مضروبة بوحدات ازاحة (نيوتن × متر)
ويدعى الجول

Jole= N.M



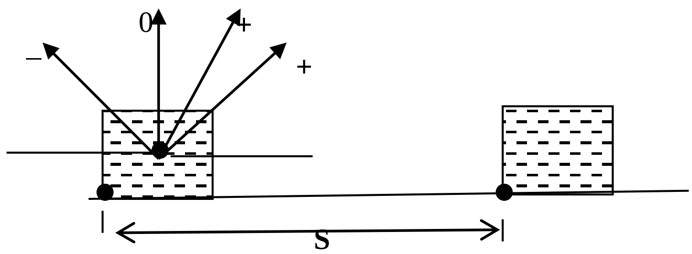
<u>ملاحظة 1 :</u> اذا كانت القوة عمودية على اتجاه الازاحة فان

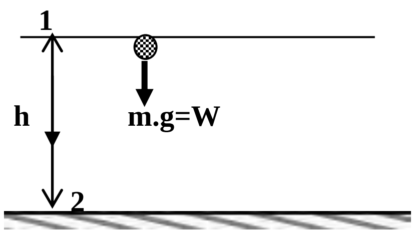
الشغل المبذول من قبلها يساوي صفر وهذا يعني ان

$ß= 90^0$

$W_F = F\times S$ & $W_p = 0$

<u>ملاحظة 2</u>: إذا كانت الزاوية بين القوة واتجاه الحركة (الإزاحة) اكبر من 90^0 فأن هذه القوة تبذل شغلاً سالباً





$W = F \times S$

$W = w \times S$

$W = m.g.h$

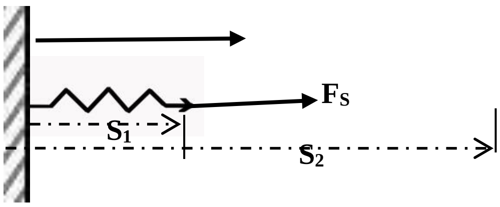
ملاحظة : نلاحظ في الحالة أعلاه إن الشغل هو قيمة موجبة وذلك لان الإزاحة هي باتجاه القوة ويكون الشغل سالباً اذا كانت القوة هي عكس اتجاه الإزاحة

الإسبوع العشرون

الشغل في حالة النوابض :

أ- في حالة تعرض النابض الى قوة سحب او قوة الضغط عند ذلك يكون موجباً لان القوة بأتجاه الازاحة S

ويكون الشغل سالبا إذا كانت القوة عكس اتجاه الازاحة. **Fs**



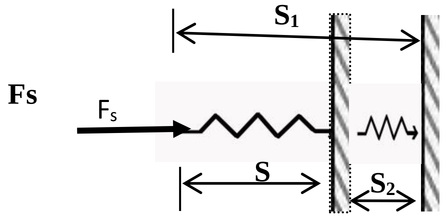
أ: شد

Fs =K.S

Fs : **القوة الداخلية النابضة**

K : **معامل النابض**

S : **الازاحة**



ب :ضغط

وعليه يكون الشغل المبذول من قبل النابض في هذه الحالة.

$$W_{12} = \frac{1}{2}\kappa.S^2 = \frac{1}{2}\kappa(S_2^2 - S_1^2)$$

ب-في حالة كون النابض مضغوطا في البداية وسوف نرفع الضغط تدريجيا

عليه تكون الازاحة بعكس القوة ويكون الشغل في هذه الحالة سالباً

$$W_{12} = -\frac{1}{2}\kappa.S^2 = -W_{12}$$

الطاقة : (Energy)

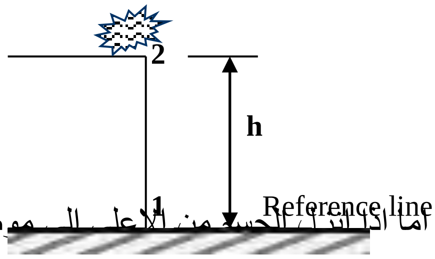
تعرف الطاقة على انها خاصية الجسم التي تساعده على التغلب على مقاومة الحركة او القدرة على انجاز الشغل .وهي تاخذ عده اشكال (ميكانيكية او كيماوية او كهربائية او حرارية .. الخ).

سوف نتعامل هنا مع الطاقة الميكانيكية فقط التي تؤثر على موضع الجسم او سرعته ويمكن ان تقسم الطاقة الميكانيكية الى :

1-الطاقة الكامنة : (Potential energy)

وهي الطاقة التي تخزن او تفقد من الجسم نتيجة لتغيير في موضعه ومثال على ذلك الجسم الذي يرفع الى ارتفاع معين عن سطح الارض فانه اختزن طاقة ويستطيع ان ينجز شغلاً عند سقوطه الى سطح الارض وان الطاقة الكامنة تكون .

$$\boxed{E_p = \mathbf{W} \times h = m.\,g.\,h}$$



حيث W هو وزن الجسم ، E_P الطاقة الكامنة أو طاقة الوضع،

h : هو ارتفاع الجسم

اما اذا انتقل الجسم من الاعلى الى موضع أسفل فانه يبذل شغلاً بينما تتناقص طاقة الوضع (الطاقة الكامنة).

ب- الطاقة الحركية : (Kinetic energy)

وهي قدرة الجسم على انجاز شغل كنتيجة لسرعته وتحسب من القانون الاتي

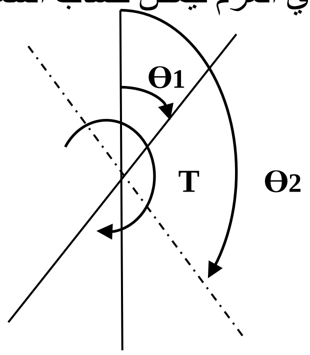
$$E_K = \frac{1}{2} m.V^2 = \frac{1}{2} mV_2^2 - \frac{1}{2} m.V_1^2$$

حيث m كتلة الجسم ، E_k هي الطاقة **الحركية** ، V_1 سرعة الجسم الاولى، $\mathbf{V_2}$ السرعة النهائية**.**

شغل الازدواج: The work done by couple

في حالة تسليط عزم الازدواج على جسم لتحريكه حركة (زاوية مقدارها Θ) حول محور عمودي على مستوي العزم فيمكن حساب الشغل كألاتي :

$W = T.\Theta$ or $W = T(\Theta_2 - \Theta_1)$



حيث T عزم الأزدواج ،θ ازاحة الزاوية ب(rad)

القدرة : (Power) **هي الشغل المبذول في وحدة الزمن .**

Power = Work done/Time

$$Power = \frac{F * S}{t} = F * \frac{S}{t} = F * V$$

Power = F∗V , when F: force V: Velocity in any time

Watt = N.m/sec= Jule/sec الوحدات

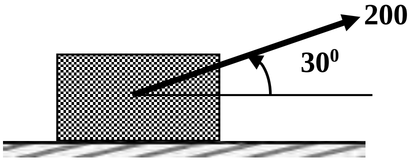
امثلة على الشغل والقدرة والطاقة :

Ex1 : **A force of (200N) acts on the block as shown in fig.( ) and move it (20cm). Determine the work done by the force on the block.**

$W_F = F*S$

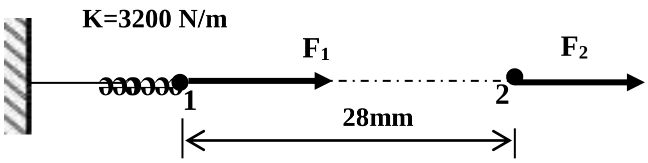
$W_F = 200 \cos(30) * \frac{20}{100}$

$W_F = 34.6$ N.m



Ex2: **The spring as shown in fig ( ) initially in equilibrium during the force (F_1) of (40N) exerted on it and when the value of the force increasing so that the end of the spring elongated and reach to the position (2). Determine the change in the potential energy when the spring elongated from position (1) to the position (2)**

Sol :



$F_1 = K * S_1$

The displacement of the position (1) $\Rightarrow S_1 = \frac{F_1}{K} = \frac{40N}{3200N/m} = 0.0125m$

The displacement of the position (2) = $S_2 = S_1 + 28$mm

$S_2 = 0.0125 + \frac{28}{100} = 0.0405$m

The change in P.E between 1 and 2.

$$W_{12} = \frac{1}{2}K.S_2^2 - \frac{1}{2}K.S_1^2 = \frac{1}{2}K(S_2^2 - S_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}(3200)[(0.0405)^2 - (0.0125)^2 \;] = 2.375N.m$$

Ex3 : Air plane has amass of (1000kg) and its fly velocity of 15m/sec and height of 2500m find the energy of the airplane .

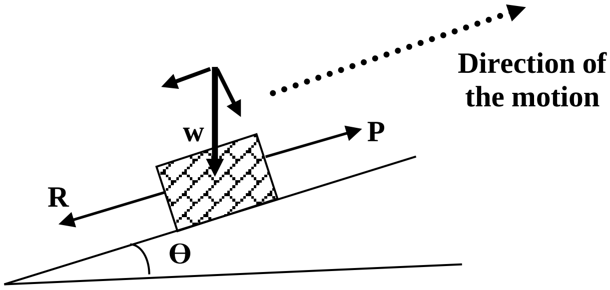
Sol :

E_p = W∗h = m.g.h =1000 ∗ 9.8 ∗2500 = 24500000N.m

$E_k = \frac{1}{2} * m.v^2 = \frac{1}{2} * (1000)(15)^2$ =112500 N.m

Total Energy(E_t)= E_p + E_k = 24500000+112500 = 24612500N.m

Ex4 : **A (2250 Kg) car in contact with a plane inclined angle (ϴ= 2.3^0) the driver driving the car up the plane with a maximum velocity of (45 Km /hr) , if the wind resistance force (R) is equal to (220 .5N) . Determine the power which must be developed by the car engine.**



Sol :

∑**F=** m.a

When v= v_{max} then a = 0

.'. ∑ F = 0

.'. P-W sinϴ – R = 0

P=2250 ∗ 9.8 ∗Sin (2.3) – 220.5 =0

P= 884.9+220.5 =1105.4 N

V= 45 Km/hr ∗ 1000m /Km ∗ 1hr/3600 sec

=12.5 m /sec

Power = P∗ v = 1105.4 ∗ 12.5 =13817.5watt

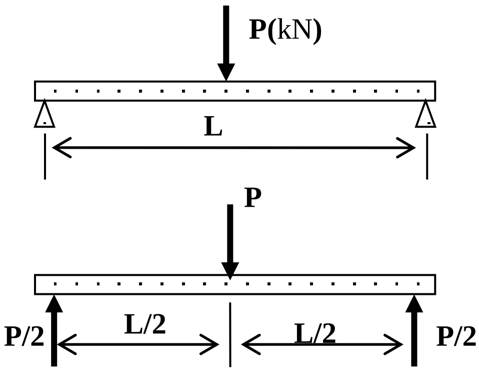
الاسبوع الواحد والعشرون والثاني والعشرون

مقاومة المواد (Strength of the materials)

إن علم مقاومة المواد هو يدرس تأثير الأحمال المسلطة على الأجسام وبالتالي حساب الاجهادات والانفعالات والتشوهات الحاصلة فيها وذلك يمكن تصميم المقاطع الهندسية دون حدوث فشل فيها وبعمر تشغيل أطول.

أنواع الحمل :(Types of load)

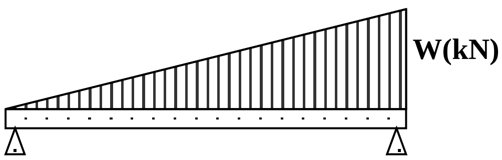
1-الحمل المركز: (Concentrated Load)

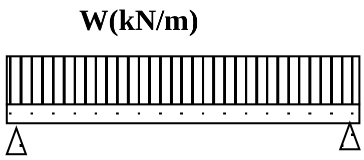


2-الحمل الموزع : (Distributed Load)

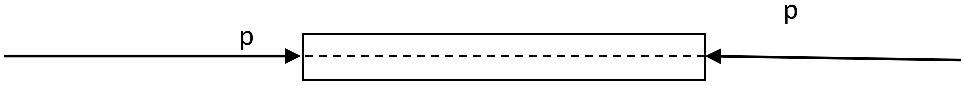
Distributed Load

Not uniformly distributed load | **uniformly distributed load**



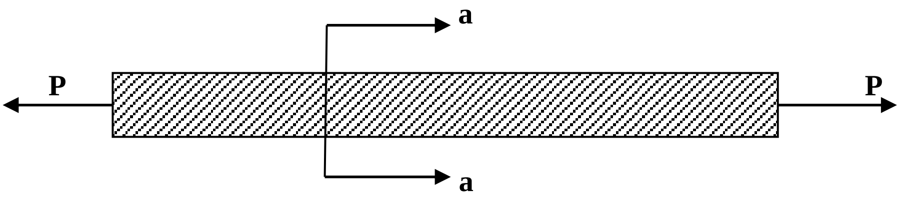


3-الحمل المحوري : Axial load هو الحمل الذي يكون فيه اتجاه القوة بأتجاه محور العتب



(Stress) الإجهاد

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad N/m^2$$



σ : **stress** الاجهاد
P: normal force القوة العمودية
A: cross section area المساحة المعرضة للحمل

الوحدات للإجهاد هي :

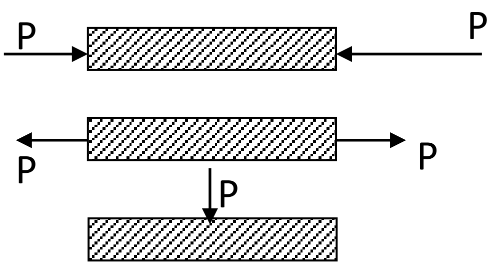
$$\sigma = \frac{P}{A} \quad N/m^2 \quad \text{or } Kg/cm^2$$

P_a= **N/m^2**الباسكال

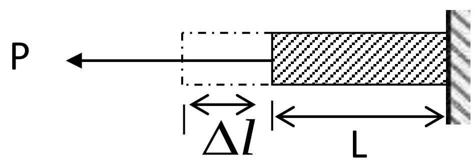
$1kp_a = 10^3\ p_a = 10^3\ (N/m^2)$ الكيلو باسكال
$1Mp_a = 10^6\ p_a = 10^6\ (N/m^2)$ الميكا باسكا ل
$1Gp_a = 10^9\ p_a = 10^9\ (N/m^2)$ الكيكا باسكال GP_a

(Types of stress) : أنواع الإجهاد

1- اجهاد الضغط (Compressive stress)
2- إجهاد الشد (Tensile stress)
3- إجهاد القص (Shear stress)

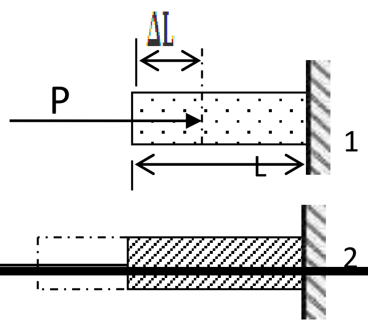


(Strain) الانفعال



$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\delta}{L}$$

δ =Change in length (التغيير في الطول)
L=original length الطول الأصلي
ε = Strain الانفعال

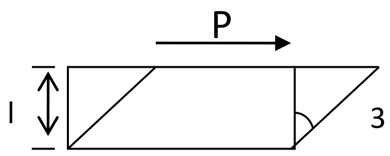


(Types of strain) أنواع الانفعال

1- انفعال الضغط Compressive strain

2- انفعال الشد Tensile strain

3-انفعال القص Shear strain

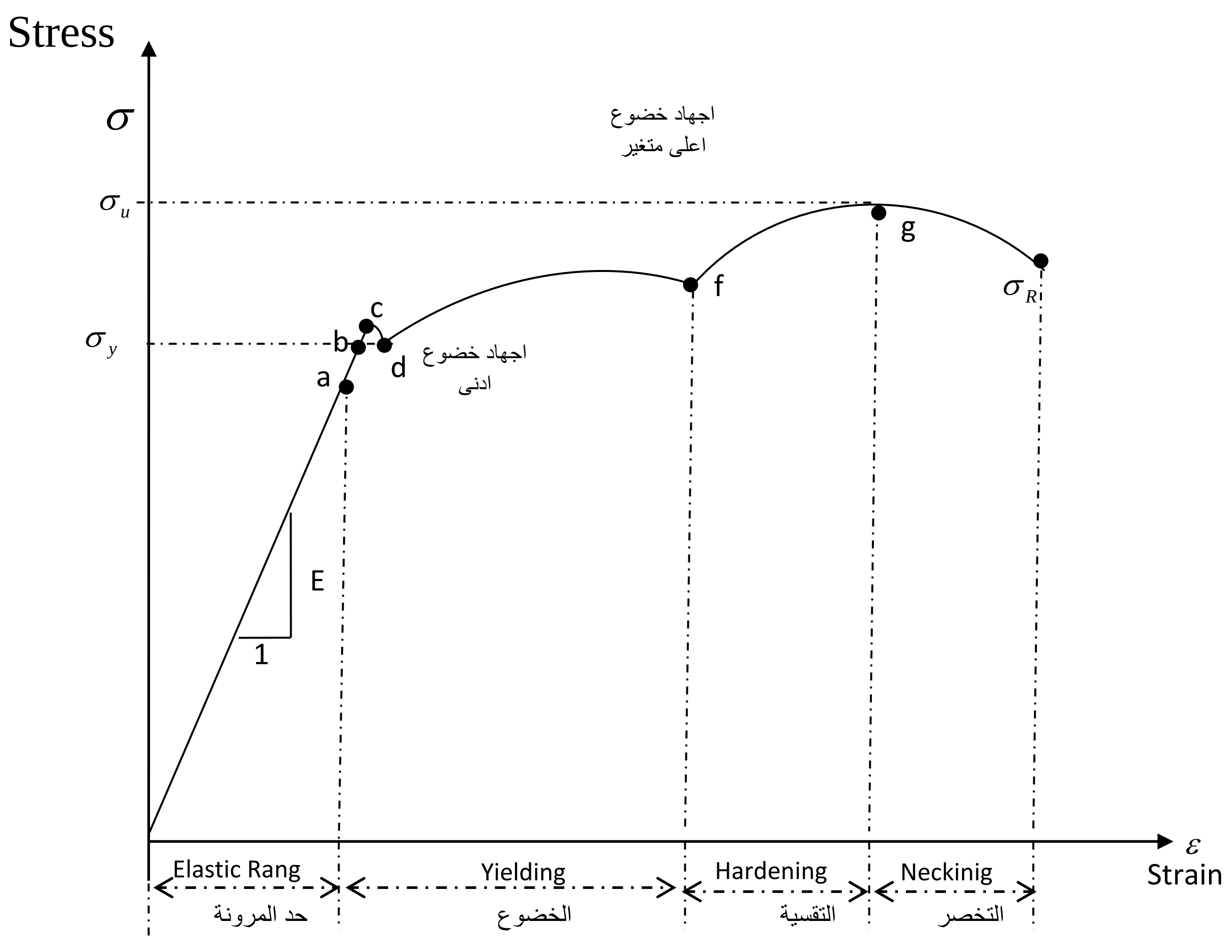


(Elasticity And plasticity) المرونة واللدونة

المرونـة : (Elasticity) هـي خاصـية المـادة التـي تمكنهـا مـن اسـترجاع وضـعها الاصـلي (ابعادهـا الاصلية) بعد رفع الحمل المؤثر عليها .

اللدونة : (plasticity) هي خاصية المادة والتي لا تتمكن فيها المادة من استرجاع وضعها الاصلي بعد رفع الحمل المؤثر عنها .

(Stress – strain diagram) منحنى الإجهاد -الانفعال



(منحني الاجهاد والانفعال لمادة الفولاذ الانشائي)

$\sigma_u = F_u$ =ultimate stress **اقصى اجهاد**

$\sigma_y = F_y$ =Yielding **stress** اجهاد الخضوع

$\sigma_R = F_R$ =Rubture stress اجهاد الكسر

الاسبوع الثاني والعشرون

(Hook's Law) <u>قانون هوك :</u>

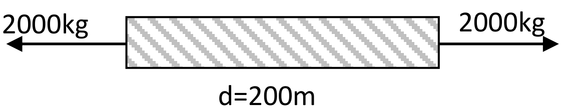
$\sigma \alpha \varepsilon \Rightarrow \sigma = \text{E}.\varepsilon$ E : modules of elasticity N/m^2 ,kg/cm^2

$\frac{P}{A} = \text{E}\frac{\delta}{L},,,,,,\Rightarrow \delta = \frac{P.L}{A.E}$ $\boxed{\therefore \delta = \frac{P.L}{A.E} = \sigma * \frac{l}{E}}$ التغيير في الطول

<u>Ex1</u>: Abeam of 200mm in diameter and 500cm in length is effected by an axial tensile force equal (200kg) as shown in fig. (   ). Find :1- stress,2- strain 3-change in length of beam use E= 2.1 $*10^6$ kg/cm^2 .

<u>Solution :</u>

A= $\frac{\pi}{4}d^2$ = $\frac{\pi}{4}(\frac{200}{10})^2$ =$314.16cm^2$



1- $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{2000\ kg}{314.1\ cm^2}$ = $6.366\ kg/cm^2$

2 $\sigma = \text{E}.\varepsilon$

$\therefore \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{6.366kg/cm^2}{2.1*10^6 kg/cm^2}$ = 0.000003

3- $\delta = \frac{P.L}{A.E} = \frac{6.366kg/cm^2}{2.1*10^6 kg/cm^2} * 500cm$ = 0.0015cm

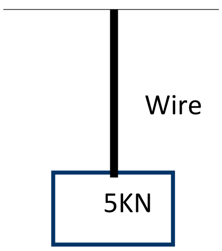
<u>Or</u> $\delta = \varepsilon \times L = 0.000003 * 500 = 0.0015cm$

<u>Ex2</u> :A load of 5KN is raised by a steel wire , find the minimum diameter of wire , if stress not exceed $(100 \times 10^6\ N/m^2)$

<u>Sol :</u>

F=$5*10^3$N, $\sigma = 100 \times 10^6\ N/m^2$

$\sigma = \frac{P}{A} \Rightarrow 100 * 10^6 = \frac{5 \times (10)^3}{\frac{\pi}{4}d^2}$



$$\therefore d^2 = \frac{5*10^3}{100*10^6*\frac{\pi}{4}} = 0.0000636$$

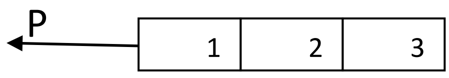
$$\therefore d = 0.00797m = 7.97mm \cong 8mm$$

الاسبوع الثالث والعشرون والرابع والعشرون

الاجهادات العمودية نتيجة حمل محوري على عتب ذو مقطع ثابت

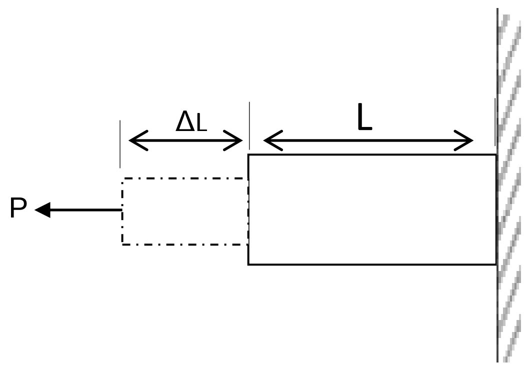
Principle of super position مبدأ التراكب او التطابق

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$



$$\delta = \frac{p*L}{A*E} = \frac{1}{A*E}(P_1L_1 + P_2L_2 + P_3L_3)$$

P_1= Force acting on section (1)
P_2= Force acting on section (2)
P_3= Force acting on section (3)
L_1= Length of the section (1)
L_2= Length of the section (2)
L_3= Length of the section (3)



$$\sigma = \frac{P}{A}$$

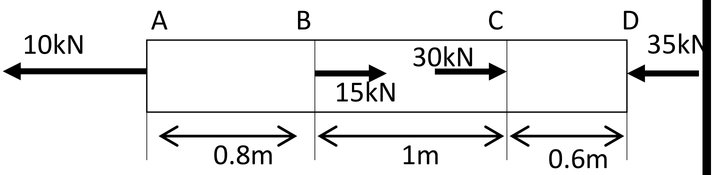
$$\sigma = \mathrm{E}*\varepsilon$$

$$\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{A}} = \mathrm{E}*\frac{\delta}{L}$$

$$\therefore \delta = \frac{P*L}{A*E} = \frac{\sigma*L}{E}$$

Ex: An Aluminum bar , cross sectional area is 160 mm^2 is subjected to axial force as shown in fig ( ) below ,

Find the total change in length of the bar , Use E = 70 * 10^9 N/m^2.



Sol :

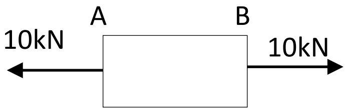
A= 160 mm^2 = 160 $*10^{-6}$ m^2

E = 70 $*$ 10^9 N/m^2

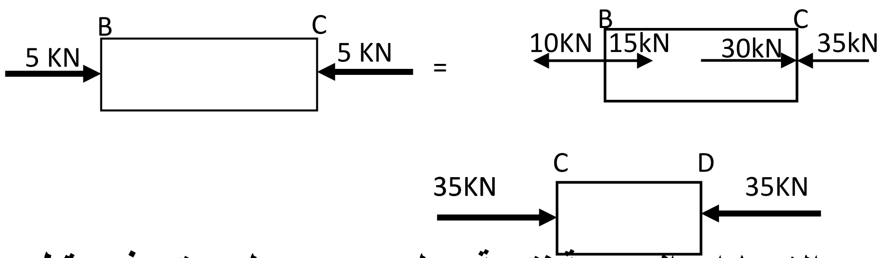
$$\delta = \frac{p*L}{A*E} = \frac{1}{A*E}(P_1L_1 + P_2L_2 + P_3L_3)$$

$$\delta = \frac{1}{160*10^{-6}*70*10^{9}}\left[10*10^3*0.8 - 5*10^3*1 - 35*10^3*0.6\right]$$

$$\delta = -0.0016m = 1.6mm$$



التغيير في الطول



الاجهادات العمودية نتيجة حمل محوري على عتب ذو مقطع متغير :

هنا ايضاً نطبق مبدأ التطابق (Super position principle)

Ex:

For fig. shown below find:

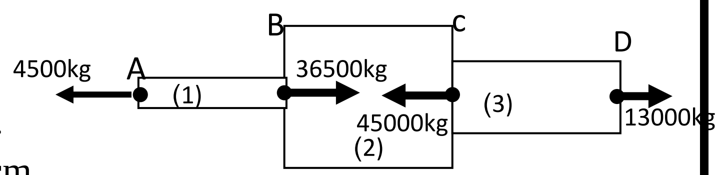
1-the stress in each part of the beam.

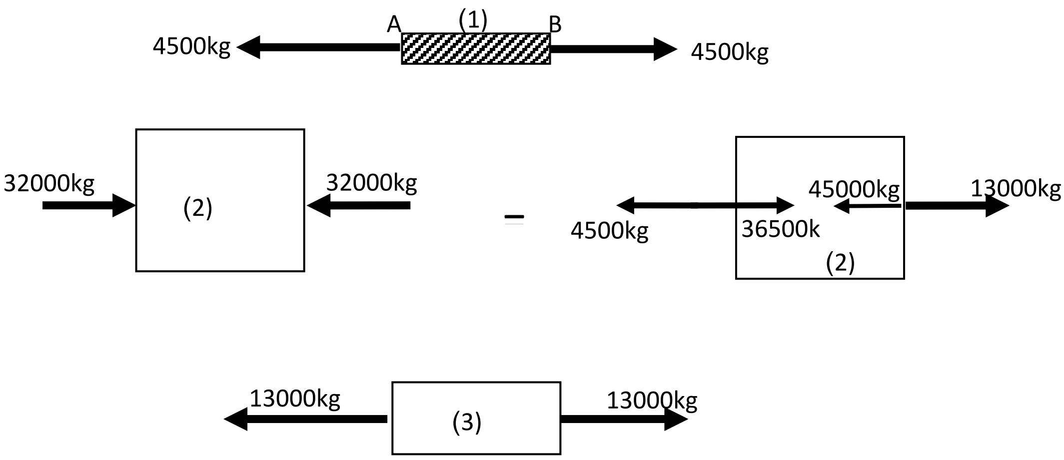
2-the total change in length of the beam.

L_1 =120 cm , L_2 = 60cm , L_3= 90cm

A_1 =6.250 cm^2, A_2 = 25cm^2, A_3= 12.5cm^2

Use E = 2.1 * 10^6 kg/cm^2 ,





<u>Sol</u> :

$\sigma_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{4500kg}{6.25} = +720$ **kg/cm²** شد

$\sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{-32000}{25} = -1280$ **kg/cm²** ضغط

$\sigma_3 = \frac{P_3}{A_3} = \frac{13000}{12.5} = +1040$ **kg/cm²** شد

2): $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$

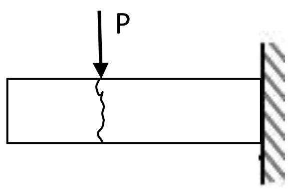
$$\delta = \frac{P_L}{A_E} = \frac{1}{E}\left(\frac{P_1 L_1}{A_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2} + \frac{P_3 L_3}{A_3}\right)$$

$$\delta = \left] \frac{13000 * 90}{12.5} + \frac{32000 * 60}{25} - \frac{4500 * 120}{6.25} \right[\frac{1}{2.1 * 110^{6}}$$

δ **= 0.049 cm = 0.49 mm** التغير في الطول في كل العتب

الإسبوع الخامس و العشرون

(Shear Stress) <u>إجهاد القص</u>

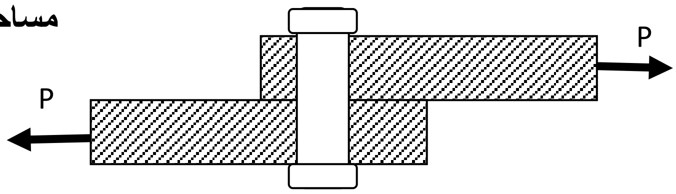


τ **= shear stress**

$$\tau = \frac{P}{A}$$

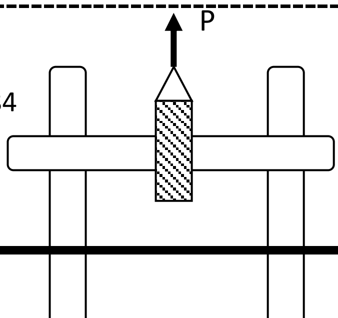
P= force parallel to section المساحة الموازية للمقطع

A= Area of the shear مساحة القص



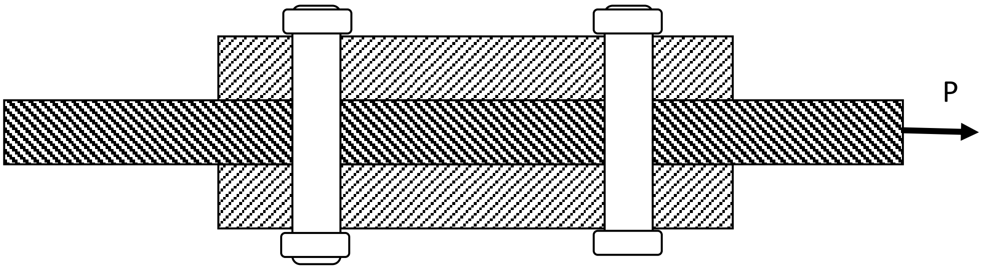
A= $\frac{\pi}{4}$ **(d)²**

قص منفرد **Single shear**



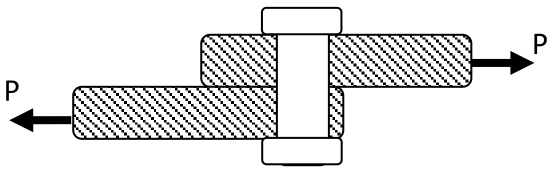
$$A = 2\left(\frac{\pi}{4}\right)(d)^2$$

$$A = 2\left(\frac{\pi}{4}\right)(d)^2$$



Double shear

Ex: For the fig ( ) shown below , the plate thickness is 10 mm and the rivet diameter is (20 mm) if the shear stress(τ) equal 9000 kg/cm^2 find the shear stress force (P) on the rivet .



$$\tau = \frac{P}{A} \rightarrow \quad p = \tau * A$$

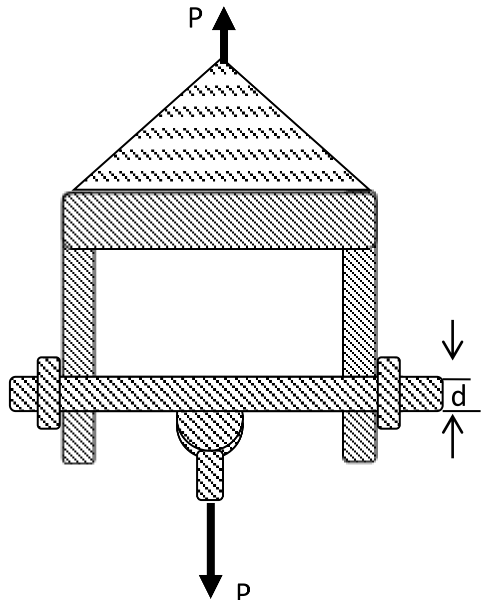
$$\therefore P = 9000 * \left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{20}{10}\right)^2$$

P=28274.33kg

Ex2: Tow pieces connected with a pin as shown in Fig ( ) below if the value of the force is 9900kg and the shear stress (τ) is 700 kg/cm^2 find the diameter of this pin .

Sol :

$$\tau = \frac{P}{A}$$



(double shear)

$$700\ \text{kg/cm}^2 = \frac{9900\text{kg}}{2 * \frac{\pi}{4}(d)^2}$$

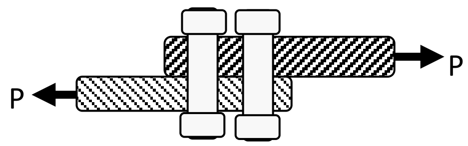
$$700 * \frac{\pi}{2}\ (d)^2 = 9900$$

$$\therefore (d)^2 = \frac{9000\text{kg}}{\frac{700*\pi}{2}} = 9\ \text{cm}^2 \qquad \therefore d = 3\text{cm} \quad \textbf{Ans.}$$

EX3**:**Find the shear stress (τ) for fig shown below when the value of shear force (P) is 10800kg) and the diameter of the rivet is (25 mm)

Sol :

$$\tau = \frac{P}{A}$$



$$\tau = \frac{10800\text{kg}}{2 * \frac{\pi}{4}\left(\frac{25}{10}\right)^2} \rightarrow \tau = 1100\ \text{kg/cm}^2 \quad \textbf{Ans.}$$

الاسبوع السادس والعشرون والسابع والعشرون

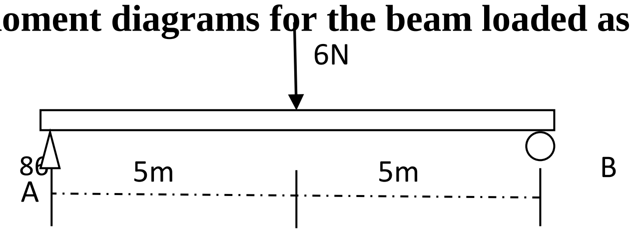
(Shear and Bending – moment diagram) مخططات قوة القص وعزم الانحناء

1-S.F an B. M diagrams due to concentrated load on a simply supported beam .

مخططات قوة القص والعزم نتيجة حمل مركز على عتبة مسندة اسناداً بسيطاً

Ex: Draw the shear and bending – moment diagrams for the beam loaded as shown in fig (   )

تطبيق معادلات الاتزان



$\curvearrowleft + \sum M_A = 0$

$B_y*(10) - 6*(5) = 0$

$B_y(10) = 30$

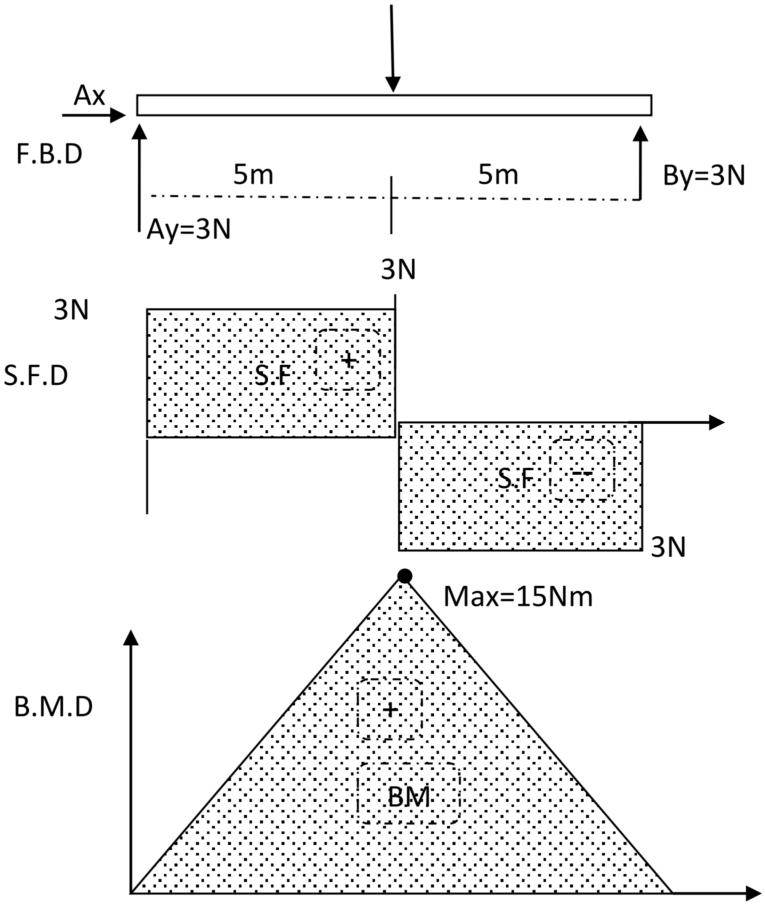
$B_y = \frac{30}{10} = 3N \uparrow$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$A_y + B_y = 6$

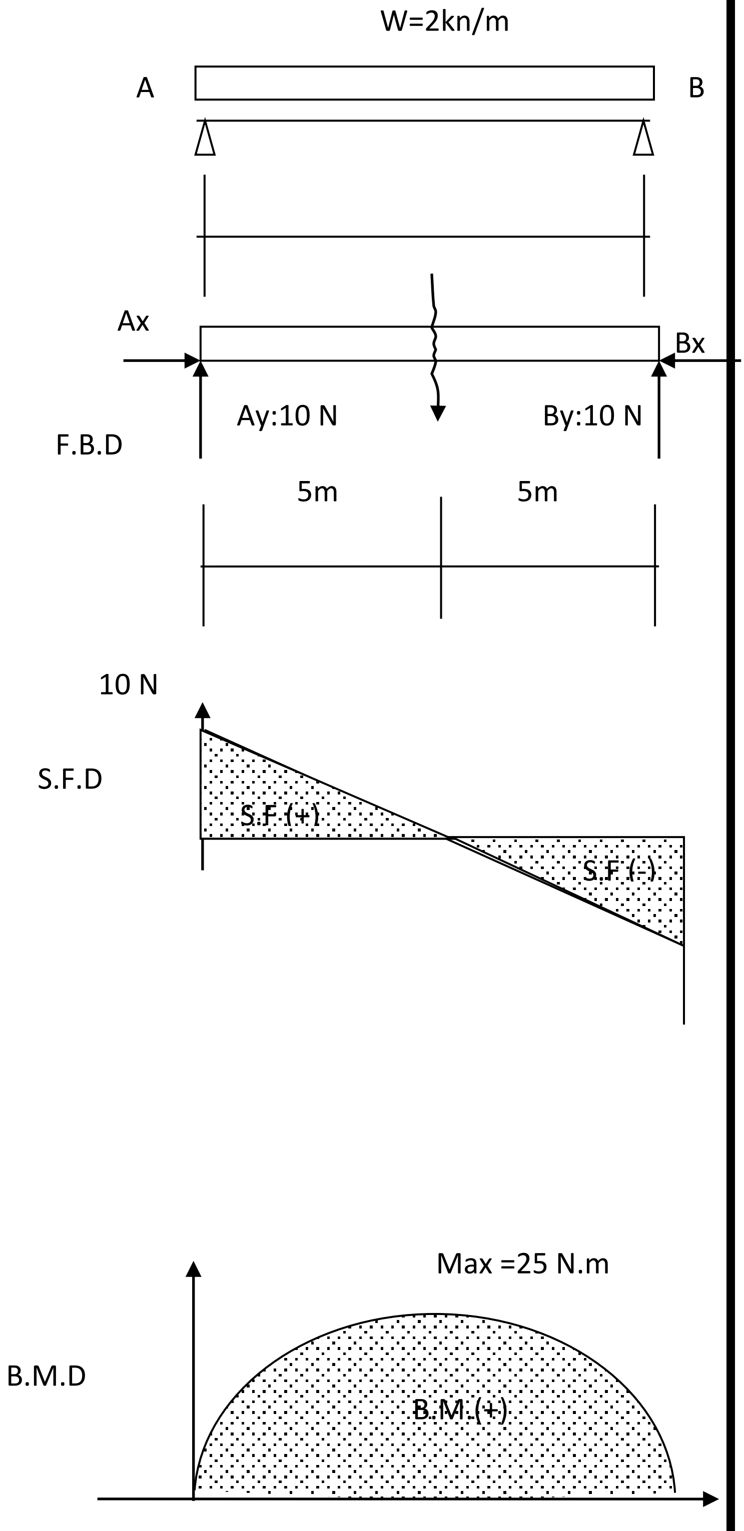
$A_y + 3 = 6$

$A_y = 3N \uparrow$



2-Shear and bending –moment diagrams due to uniform load on a simply supported beam

نطبق معادلات الاتزان



$+ \sum M_A = 0$

$B_y * (10) - 20 * (5) = 0$

$B_y * 10 = 100$

$\therefore B_y = \frac{100}{10} = 10 \text{ N} \uparrow$

$+ \sum F_y = 0$

$A_y + B_y - 20 = 0$

$A_y + 10 - 20 = 0$

$A_y = 10 \text{ N} \uparrow$

ملاحظة : يعتبر الحمل
المنتظم بأفتراضة حمل
مركز مكافئ لغرض
استخدام قوى رد الفعل

3-Shear force and bending moment diagrams due to concentrated load on a contiliver beam

$+\uparrow \sum F_A = 0$

$A_y - 10 = 0$

$A_y = 10$ N

$+ \sum M_A = 0$

$M_A = 80$ N.m

4-Shear force and bending moment diagram due to uniform load on a on a cantilever beam

نطبق معادلات الاتزان

$+\sum F_A = 0$

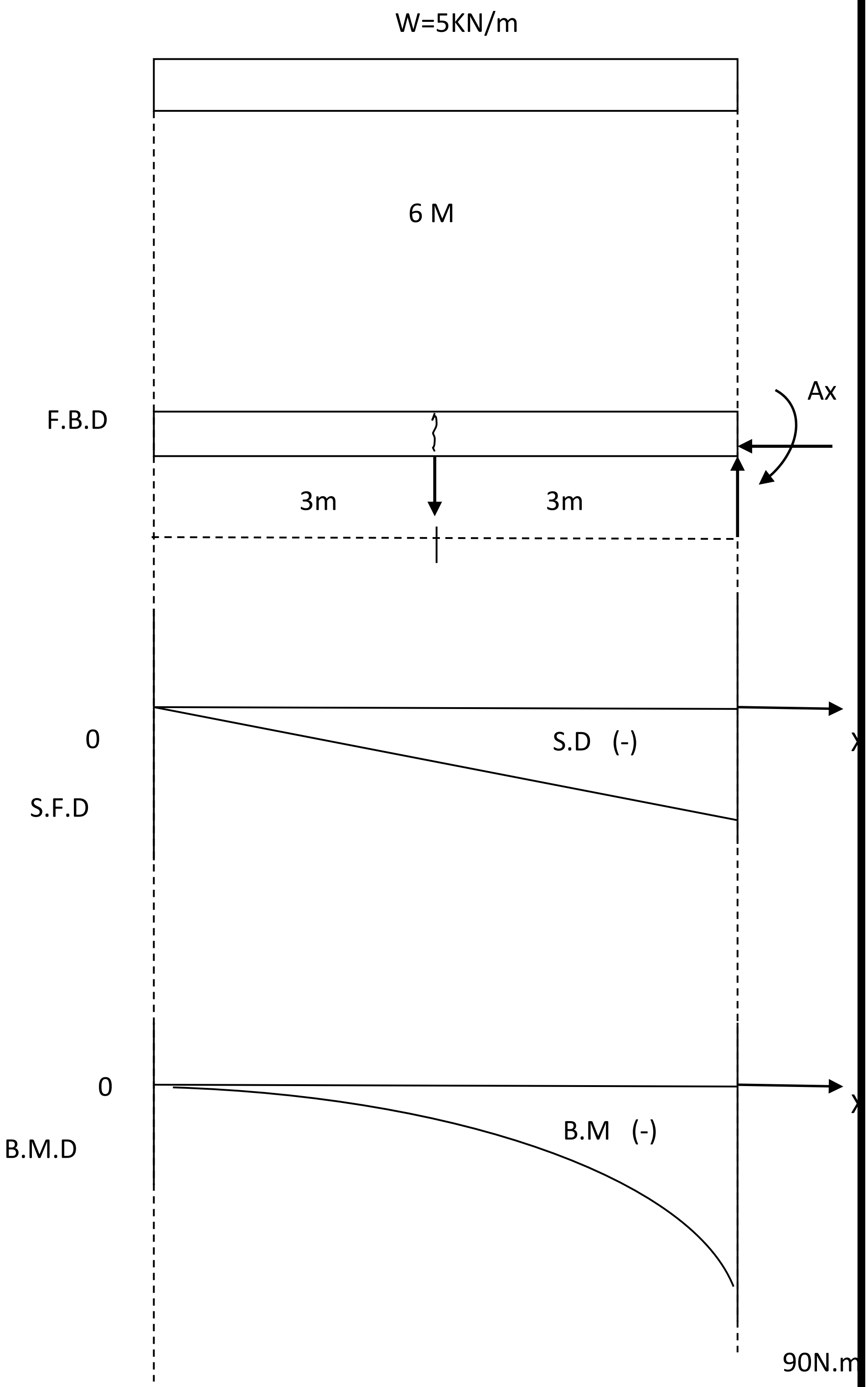
$A_y - 30 = 0$

$\therefore A_y = 30\ N \uparrow$

$+\sum M_A = 0$

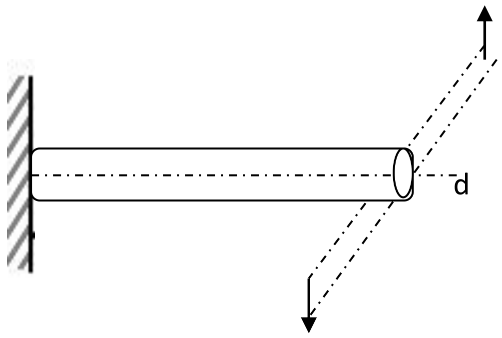
$30(3) - M_A = 0$

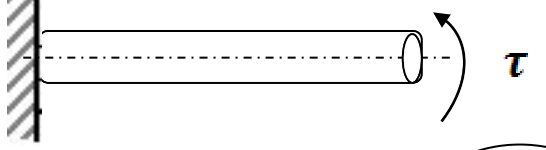
$\therefore M_A = 90\ N.m$



الاسبوع الثامن والعشرون

(Torsional shearing stress) **محاذاة اللى :**

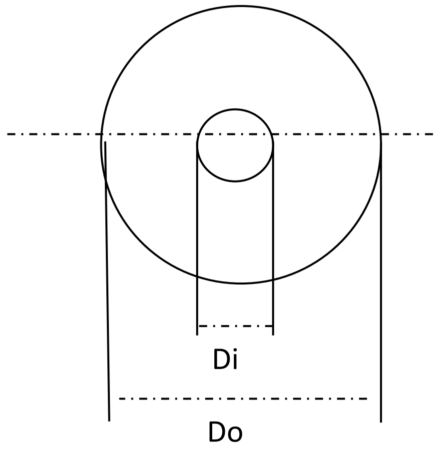




τ = Twisting moment عزم الالتواء

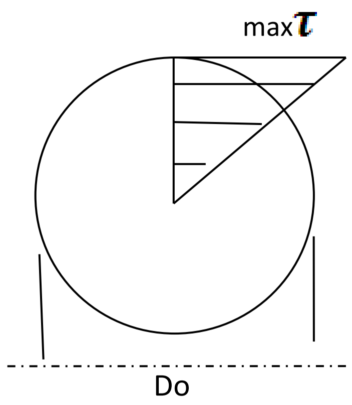
τ= F∗d = Nm

Do = Outside diameter of shaft
Di = inside diameter of shaft



$J = \frac{\pi}{32}\ (D_0^4 - D_i^4)$

J = Polar moment of the inertia عزم القصور الذاتي



In case of Solid shaft the Di= 0 then

$J = \frac{\pi}{32}\ (D_0^4)$

$$\tau = \frac{\tau . r}{J}$$

Where J= Torsional shearing stress
At any distance (r) from the center of the Shaft

τ_{max} : اقصى اجهاد لي عند سطح الشفت

Ɵ = the angle of the Twist زاوية الالتواء

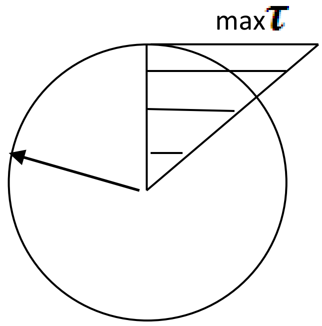
$\Theta = \frac{\tau . L}{G J}$ (in rad)

Where G= modules of the rigidity معامل الجساء N/mm^2

$J = mm^4$, τ = n.mm , L = mm

Ex: If a twisting moment of 1kn.m is pressed upon a 50mm diameter steel shaft G= 85 GN/ m2 :

1- What is the maximum shearing stress developed
2- What is the angle of the twist in a 1 m length of the shaft



Sol :

$J = \frac{\pi}{32} (D_0^4) = \frac{\pi}{32} (50)^4 = 0.61 * 10^6 \ mm^4$

$\tau = \frac{\tau . r}{J}$

τ_{max} developed at the outer fibers and there r = 25 mm

$$\tau_{max} = \frac{[(10)^3 \ n \ (10)^3 \ mm \ (25)mm]}{0.61 * 10^6 \ mm^4} = 41 \ Nmm^2/ mm^4 \quad = 41 \ N/mm2$$

$\tau_{max} = 41 \ N / mm^2 * m^2 / 10^{-6} = 41 * 10^6 \ n/m^2$

2- $\Theta = \frac{\tau . L}{G J} = \dfrac{10^3 N * 10^3 mm * 10^3 mm}{25*10^9 \ N \ \frac{}{Mm2*10^{-6} \ mm^2/ m^2} * 0.61 * 10^6 \ mm^4}$

$10^3 N * 10^3 mm * 10^3 mm * 10^6$

$$\Theta = \frac{\quad}{25*10^{9}\ N/mm^{2} * 061 * 10^{6}\ mm^{4}}$$

$$\Theta = 0.019\ (\text{rad})$$

وزارة التعليم العلي والبحث العلمي

جامعة الفرات الاوسط التقنية

المعهد التقني كربلاء

قسم التقنيات الميكانيكية/فرع الإنتاج

اسم المادة	السنة الدراسية	الساعات الاسبوعية		
		نظري	عملي	المجموع
الميكانيك	الأولى	2	3	4

أ- الفئة المستهدفة (Target Population):-

طلبة المرحلة الأولى في قسم التقنيات الميكانيكية في جامعة الفرات الاوسط التقنية / المعهد التقني كربلاء.

ب- مبررات المادة (Rationale):-

تعتبر مادة الميكانيك لغة عالمية يحتاجها المهندسون والفنيون وكافة العاملين في المجالات الهندسية وذلك لترجمة ونقل الافكار العلمية والتقنية الى لغة المعادلات وبالتالي نحصل على نتيجة رقمية وليست وصفية .

ت- الفكرة المركزية (Central Ideas):-

أولاً: التعرف على بعض العناوين الرئيسية لمادة الميكانيك التي يحتاجها هذا الصنف من الطلبة.

ثانياً: إتقان المهارات الأساسية في حل المسائل وتطبيقاتها.

ثالثاً: ربط الطالب بين الحالة الوصفية لأي فكرة علمية مع لغة المعدلات.

ث- أهداف المادة(Objectives):-

سيكون الطالب بعد دراستهِ لهذه الوحدة قادراً على أن:

1. سيكون الطالب قادرا على ان يتعرف على علم الميكانيك وتحديد انواعه .
2. سيكون الطالب قادرا على ان يتعرف على انواع القوى المؤثرة على الاجسام .
3. سيكون الطالب قادرا على ان يتعرف على انواع العزوم .
4. سيكون الطالب قادرا على ان يتعرف على انواع الاتزان وتحديد مراكز الثقل للأجسام.
5. سيكون الطالب قادرا على ان يتعرف على انواع الاجهادات والانفعالات التي تحدث نتيجة الاحمال .

المخرجات المهار آتية المخصصة من المادة

سيكـون الـطالب بعـد دراستـهِ لهـذه الـوحـدة قـادراً عـلى :

1. سيكون الطالب قادرا على ان يشغل مختلف اجهزة مختبر الميكانيك .
2. سيكون الطالب قادرا على تنفيذ المخرجات المعرفية في جميع مجالات المعرفة .
3. حل المعادلات الخطية بطريقة المحددات لإيجاد قيم مجاهيل تلك المعادلات.

المخرجات الوجدانية والقيمة

1- ان يتابع الطالب علم الميكانيك بشكل عام وانواعه بشكل خاص .

2- ان يناقش الطالب جميع علوم الميكانيك بشكل جيد .

3- ان يصغي الطالب للتعرف على مفردات المادة بشكل جيد .

4- ان يجمع الطالب اكبر قدر من المعلومات عن المادة .

5- جميع المخرجات سوف تتحقق .

قائمة مختصرة عن المواد التى سوف تغطى مفردات المادة

Theoretical syllabus
Static ,Force ,vectors ,units ,Analysis of force ,Resultant ,moment ,Equilibrium ,friction ,center of gravity ,centroid ,moment of inertia ,curvilinear motion ,Angular motion ,work ,Energy ,Power ,Strength of Material ,Hook law ,Shear stress ,Torsional stress ,Thermal stress ,Beams ,Shear force and bending moment.

جامعة الفرات الاوسط التقنية

المعهد التقني كربلاء

ملزمة الميكانيك الهندسي

المرحلة الاولى

قسم التقنيات الميكانيكية

اعداد : م . حسين يونس رزاق

مدرس المادة

الاسبوع الاول

الميكانيك: هو علم يدرس تأثير القوى على الأجسام ويشتمل قسمين رئيسيين:-

1- علم السكون الاستاتيك (Statics): يهتم بدراسة الأجسام الساكنة أو التي تتحرك بسرعة ثابتة أي إن :

V (Velocity) = 0 or V = Constant value
a (acceleration) = 0 or a = 0

2 – علم الحركة الدايناميك (Dynamics): يهتم بدراسة حركة الأجسام تحت تأثير القوى أي أن:

V = any value & a = any value

((الوحدات والرموز الشائعة))

الوحدات الرئيسية في الميكانيك هي (**الطول، الزمن، القوة، الكتلة**) وهناك نظامين للوحدات:

1. النظام العالمي للوحدات (SI): وهو يستخدم وحدات (الكتلة، الطول، الزمن)

M . L . T $\longrightarrow$ kg . m . s

2. نظام الوحدات التثاقلية (**USCS**): وهو يستخدم وحدات (القوة، الطول، الزمن)

F . L . T $\longrightarrow$ lb . ft . s

ملاحظة / سوف نعتمد في دراستنا النظام العالمي للوحدات (SI).

Units of Measurement

The four quantities (length ,time ,mass and force) are not independent from one another ;in fact ,they are related Newton ,s second law of motion ,(F=m.a).Hence ,the units used to defined force .mass ,length ,and time cannot all be selected arbitrarily .The equality F=m.a is maintained only if three of the four units ,called ***base units***, are arbitrarily defined and the fourth unit is ***derived*** from the equation.

Conversion of units

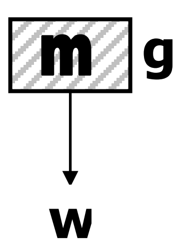
Quantity	Unit of measurement (F.P.S)	Equals	Unit of measurement (S.I)
Force	Ib	=	4.4482 N
Mass	Slug	=	14.5938 N
Length	ft	=	0.3048 m

1ft =12 in (inches)
1 mi (mile) = 5280 ft, 1 kip (kilo-pound) =1000 Ib

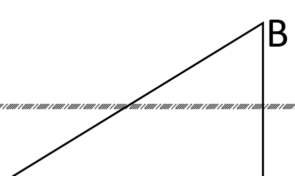
جدول يوضح الرموز والمصطلحات

ت	الكمية الطبيعية	الرمز	الوحدات الهندسية حسب نظام (S I)
1	الطول (Length)	L	المتر (m) وأجزاءه
2	الزمن (Time)	t	الثانية (S)
3	الكتلة (mass)	m	الكيلو غرام gm or kg
4	القوة (Force)	F	النيوتن (KN) or (N)
5	المساحة (Area)	A	m^2، (وحدة الطول)^2
6	الحجم (Volume)	V	m^3، (وحدة الطول)^3
7	الزاوية (Angle)	θ	Radius (نصف قطرية) أو درجة
8	السرعة (Velocity)	v	m/s
9	السرعة الزاوية (Angular Velocity)	w	Rad/s
10	التعجيل (Acceleration)	a	m/sec^2
11	التعجيل الزاوي (Angular Acceleration)	α	Rad/sec^2
12	عزم القوة (moment)	M	N.m
13	الشغل (Work)	W	J or N.m
14	القدرة (power)	p	N.m/s or (w) watt
15	الكثافة الكتلية (mass density)	ρ	Kg/m^3
16	الكثافة الوزنية (weight density)	γ	KN/m^3

قانون نيوتن الثاني.



$F = m \cdot a$
$W = m \cdot g$
$m = w/g$



قوانين المثلثات

مثلث قائم الزاوية OAB

نظرية فيثاغورس

$$\overline{(OB)}^2 = \overline{(OA)}^2 + \overline{(AB)}^2$$

$$\overline{(OB)} = \sqrt{\overline{(OA)}^2 + \overline{(AB)}^2}$$

$$Sin\theta = \frac{AB}{OB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$Cos\theta = \frac{OA}{OB} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$Tan\theta = \frac{AB}{OA} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$ or

$$Tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$$

للحصول على الزاوية θ

$$\theta = arcSin\frac{AB}{OB} = Sin^{-1}\frac{AB}{OB}$$

$$\theta = arcCos\frac{OA}{OB} = Cos^{-1}\frac{OA}{OB}$$

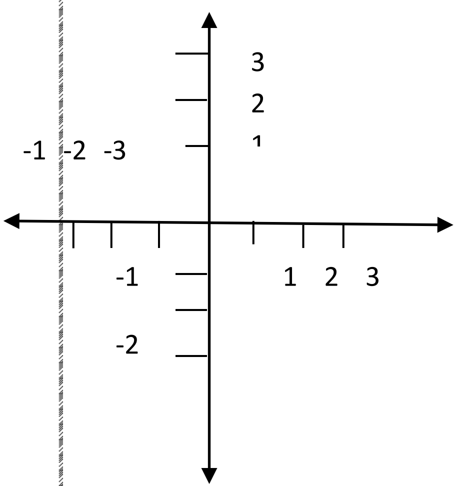
$$\theta = arcTan\frac{AB}{OA} = Tan^{-1}\frac{AB}{OA}$$

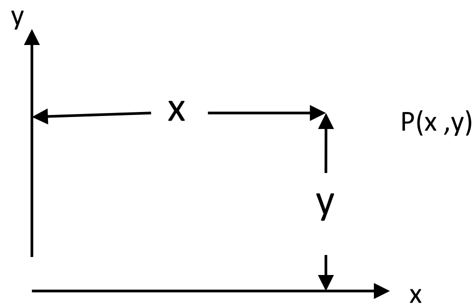
$$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$$

الاسبوع الثاني

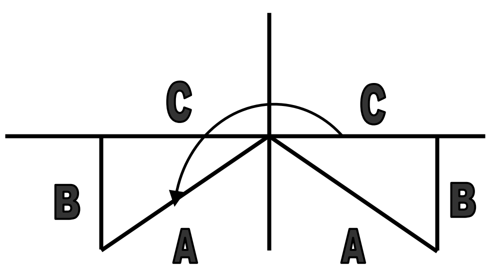
CARTESIAN COMPONENTS OF VECTER

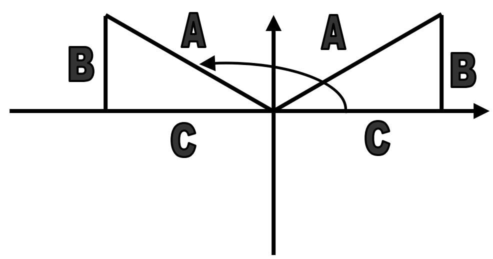
TWO –dimensional Coordinate frames





Any point p in the plane of figure can be defined interim of its x and y coordinates .





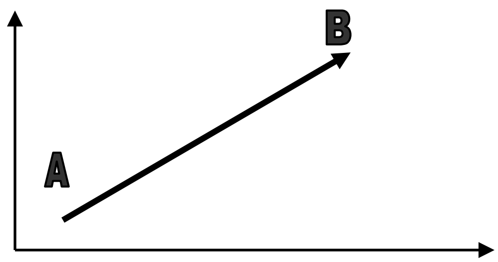
الربع	Sin	cos
I	+	+
II	+	-
III	-	-
IV	-	+

Scalar and vector quantities الكميات المتجهة والكميات غير المتجه

Scalar quantities : are the quantities which have only magnitude , such as Time , size , sound , density , light , volume

Vector quantities : are the quantities which have magnitude and direction .such as: Force , weight , distance , speed , displacement , acceleration ,velocity..

المتجه AB تمثل A بدايته ، B نهايته
والتي يشير لها رأس السهم.

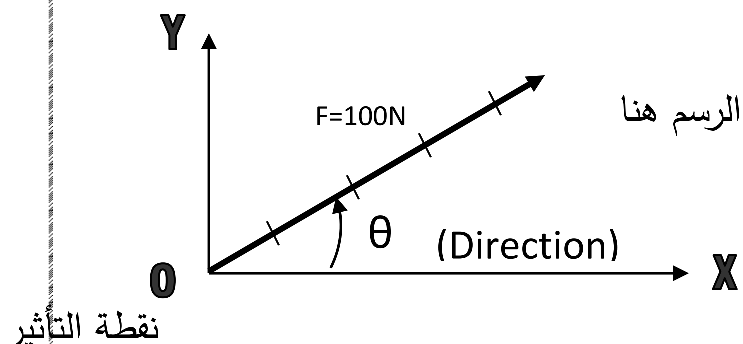


الاسبوع الثالث

<u>Force</u>: A force may be defined as the action of one body on another body which changes or tends to change the motion of body acted on.

The characteristics of a force :1- magnitude 2-Point of action
3- Direction (sense, slope)

<u>القوة (Force)</u> : تعرف بأنها المؤثر الذي يغير أو يحاول أن يغير موضع جسم في حالة الحركة أو السكون وتحدد القوة بمعرفة القيمة العددية والاتجاه ونقطة التأثير.



مقياس الرسم هنا 1N = 1mm

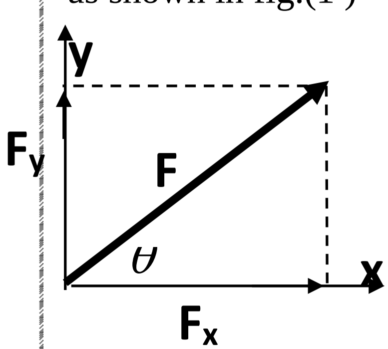
_عند تمثيل القوة ككمية متجهة تمثل بيانياً ، يرسم خطاً بالاتجاه المحدد وبطول ذي مقياس محدد يمثل مقدار القوة .

<u>ملاحظـة</u> : إن أهم ما يميز القوة

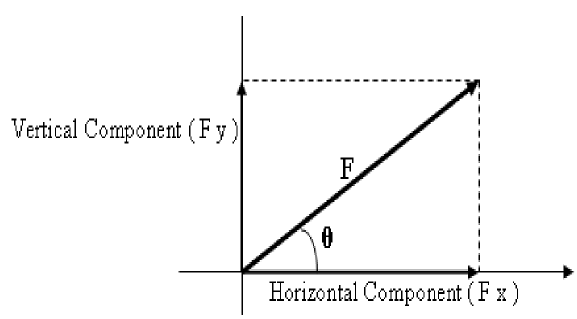
1. magnitude (القيمة العددية)
2. Point of action (نقطة التأثير)
3. Direction (الإتجـاه) → **(a)Sense** اتجاه خط التأثير
   → **(b)Slope** الميل او زاوية الانحراف عن محور محدد

<u>Resolution & Composition of a force</u>

Let the force (F) shown in fig.(1) with the direction (θ)
We can resolve this force into two components :
1- horizontal component (F_x) which lies on x- axis.
2- vertical component (F_y) which lies on y- axis.
as shown in fig.(1)



Fig(1)



<u>Example</u> (1) :- Determine the X and Y components of 4 kN force as shown in fig (**1**) .

Solution :-

نجد المركبة الأفقية للقوة (F)

$F_x = F \cos 30$

$\therefore\ F_x = 4 \cos 30 = +\ 3.46\ kN \longrightarrow$

نجد المركبة العمودية للقوة (F)

$F_y = F \sin 30$

$\therefore\ F_y = 4 \sin 30 = +\ 2kN\ +\uparrow$

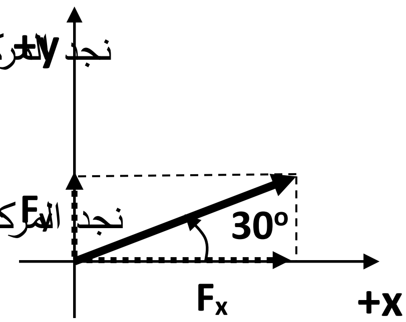


Fig . (1)

<u>Example</u> (2):- Determine the X and Y components of (100) N force as in fig (2) .

<u>Sol.</u>

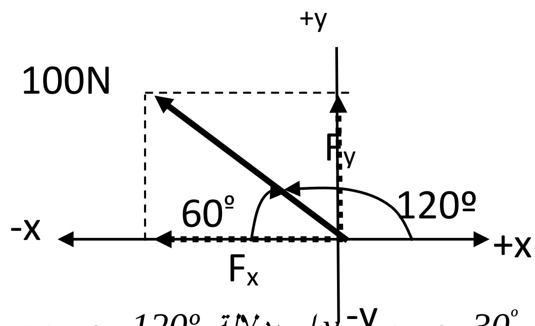
$F_x = F \cos \theta$

$\therefore F_x = -100 \cos 60$

$= 100 * (0.5) = 50N \longleftarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$\therefore F_y = 100 \sin 60 = 86.6N \uparrow$



يمكن حل السؤال بدلالة °30 مع محور y- او بدلالة °120 مع محور x

Fig . (2)

<u>Example (3)</u> :- Determine the X and Y compor ...)0N force as shown in fig. (3) when $\theta = 220^\circ$.

<u>Sol.</u>

$F_x = F \cos \theta$

$F_x = 200 \cos 220^\circ$

$\therefore F_x = -\ 153.2\ N = 153.2\ N \longleftarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$F_y = 200 \sin 220^\circ$

$\therefore F_y = -\ 128.55\ N = 128.55N \downarrow$

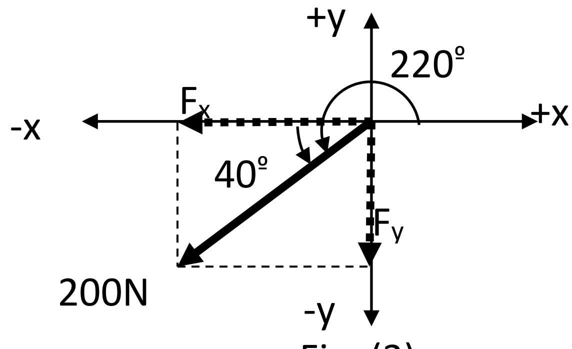
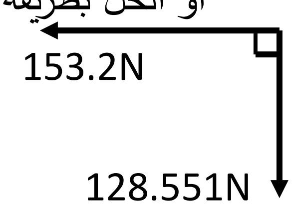


Fig. (3)

$\theta = 40^0$ أو الحل بطريقة أخرى نستخرج زاوية القوة في الربع الثالث



$F_x = F \cos \theta = 200 \cos 40^\circ$

$F_x = 153.2\ N \longleftarrow$

$F_y = -\ 200 \sin \theta$

$F_y = 128.55\ N \downarrow$

Example (4):-):- When $\theta = 330^\circ$

$F_x = F \cos \theta$

$F_x = 200 \cos 30^\circ$

$F_x = 173.2\ N \longrightarrow$

$F_y = F \sin \theta$

$F_y = 100\ N \downarrow$

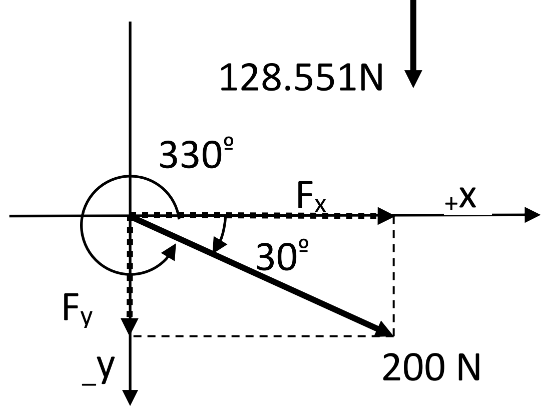


Fig. (4)

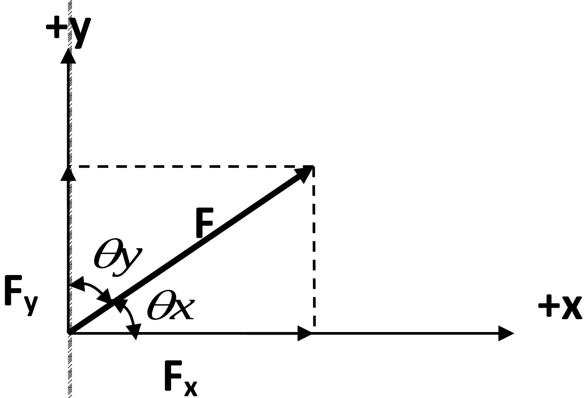
تحليل القوة (**Resolution of force**)

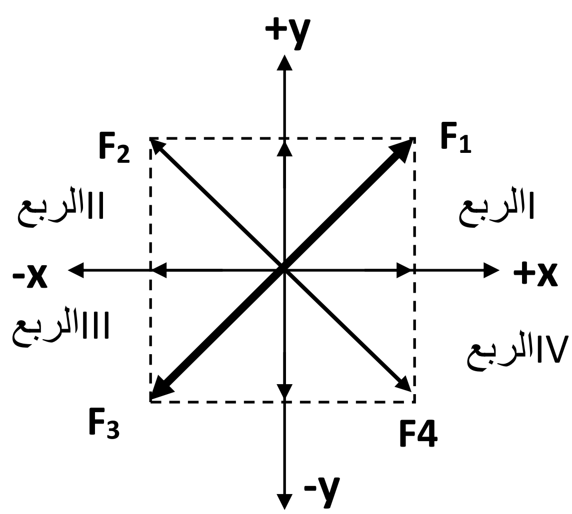
from fig.(1) :
The horizontal component may be determined as :
$Fx = F \cdot \cos\theta$
The vertical component may be determined as :
$Fy = F \cdot \sin\theta$

$$F_x = F\cos\theta \qquad F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$$

$$F_y = F\sin\theta \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

إن تحليل قوة مفردة إلى قوتين أو أكثر تسمى مركبات (Components) بعكس خطوات العمل لإيجاد المحصلة، وتسمى عملية استبدال قوة بمركباتها تحليل القوة (Resolution of force).





$F_x = F\cos\theta_x$
$F_y = F\sin\theta_x$

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}$$

$$\tan\theta_x = \frac{F_Y}{F_X} \Rightarrow \theta_X = \tan^{-1}\left(\frac{F_Y}{F_X}\right)$$

الاسبوع الرابع

المحصلة (Resultant) :

هي ابسط منظومة قوى يمكن ان تحل محل المنظومة الاصلية دون ان تغير تأثيرها على ذلك الجسم ويرمز لها (**R**).

<u>Resultant of concurrent coplanar force system</u>

To find the resultant of coplanar ,concurrent force system ,we have the following method

1- Components method .
2- Parallelogram method.
3- Graphical method .

1-<u>Component method.</u>

To find the resultant by using this method ,we can follow the following steps .

1- Resolve all the forces into their components (Fx,Fy).
2- Find the algebraic sum of all the vertical and horizontal components.

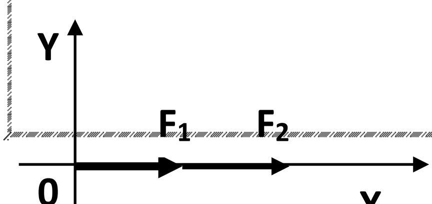
$\overset{+}{\longrightarrow}$ $R_x=\sum F_x$, $\overset{+}{\uparrow}$ $R_y=\sum F_y$

3- The resultant force can be found by the relation $R=\sqrt{R_X^2+R_Y^2}$
4- Find the direction of resultant (the angle between resultant and horizontal axis using

$$\tan\theta_R=\frac{R_y}{R_x}\Rightarrow\theta_R=\tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$

المحصلة (Resultant) :

. **<u>كما يمكن إيجاد المحصلة R تحليليا</u>**



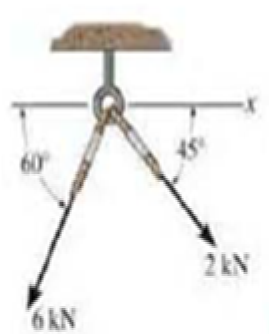
1) عندما يكون تأثير القوى على خط واحد

$R = F_1 + F_2$

ويكون اتجاهها بنفس اتجاه القوتين

$R = F_1 - F_2$ وتتجه باتجاه القوى الكبرى

Ex1/ Determine the magnitude and direction of the resultant (R) of force system shown in figure below ?



$F1x = 2\cos45° = 1.41KN$

$F1y = 2\sin45° = -1.41KN$

$F2x = -6\cos60° = -3KN$

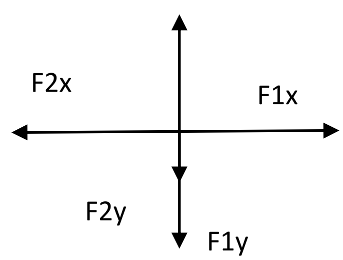
$F2y = -6\sin60° = -5.19KN$

$Rx = \sum Fx = F1x + F2x$

$= 1.41 - 3 = -1.59KN$

$Ry = \sum Fy = F1y + F2y$

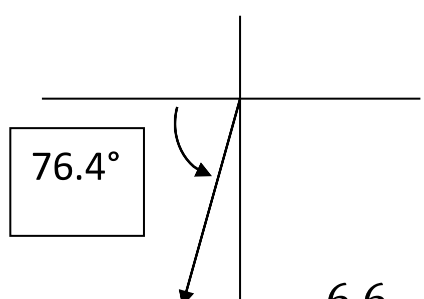
$-1.41 - 5.19 = -6.6\ KN$



$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$= \sqrt{-1.59^2 + -6.6^2} = 6.7KN$

$$\theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$



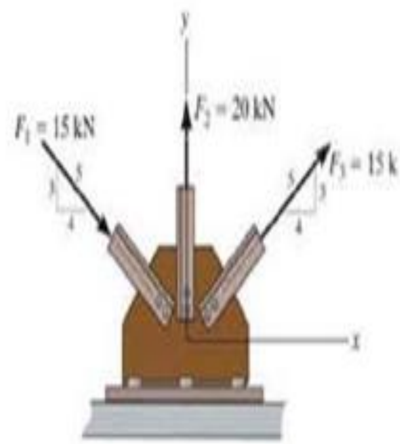
$$\theta R = \tan^{-1}\frac{Rx}{Ry}$$

$$\theta R = \tan^{-1}\frac{-6.6}{-1.59}$$

$= 76.4°$

Ex2/ Determine the resultant of the force system as shown in fig?

Solution



$F1x = f\cos\theta$

$= 15\frac{4}{5} = 12KN$

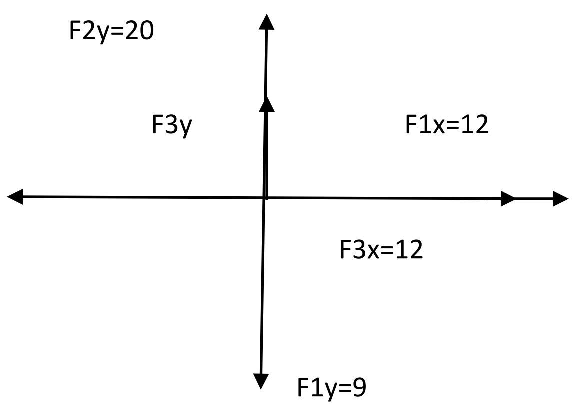
$F1y = -15\frac{3}{5} = -9KN$

$F2x = 0$

$F2y = 20KN$

$F3x = 15\frac{4}{5} = 12KN$

$F3y = 15\frac{3}{5} = 9KN$



$Rx = \sum Fx = F1x + F2x + F3x$

$= 12 + 0 + 12 = 24KN$

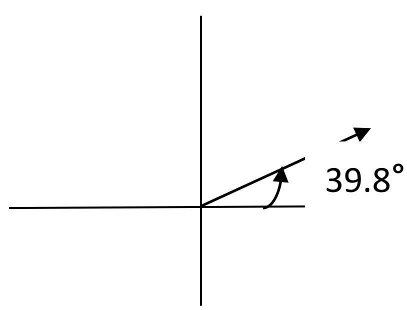
$Ry = \sum Fy = F1y + F2y + F3y$

$= 9 + 20 - 9 = 20KN$

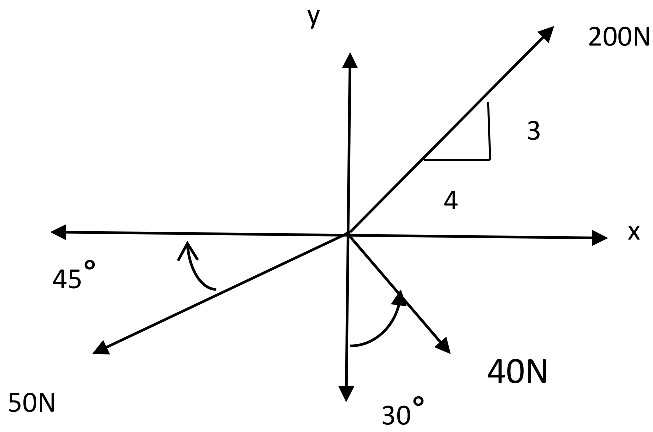
$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$= 31.24KN \; \sqrt{24^2 + 20^2}$

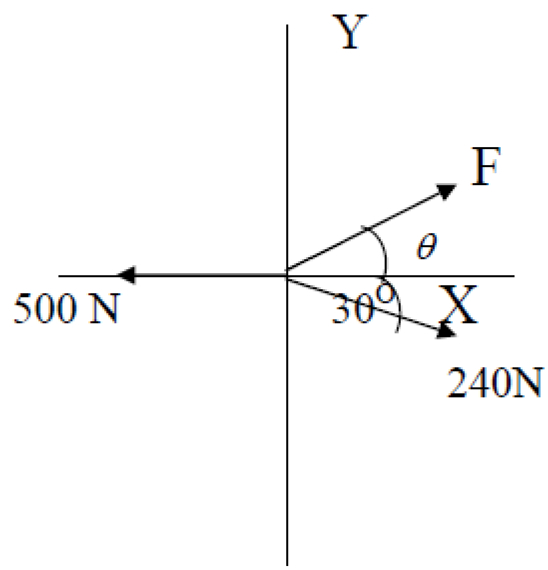
$\theta R = \tan^{-1} \; 20/24 = 39.8°$



H.W//Determine the resultant of force system as shown in fig below ?



Q/ The Resultant of the concurrent forces shown in the fig . is (300N) pointing up along the Y- axis Compwte the value of F) and (θ) .



الاسبوع الخامس

2-Paralleiogram method (قانون متوازي الاضلاع)

قانون متوازي الأضلاع (Parallelogram) ينص هذا القانون على أن المحصلة تتناسب مع قطر متوازي الأضلاع الذي يتناسب ضلعاه مع القوتين .

اذا اثرت قوتان على جسم من نفس النقطة فأن محصلتها تساوي قطر المتوازي المشكل منها كما في الشكل ادناه حيث القوى (F1,F2) تؤثران على الجسم في نفس النطة (A)وتعملان زاوية Ø
فيما بينها لذا فعند تكملة المتوازي تكون محصلتها قطر المتوازي المشكل ولحساب مقدار هذه المحصلة نستخدم قانون الجيب تمام (cosine low)

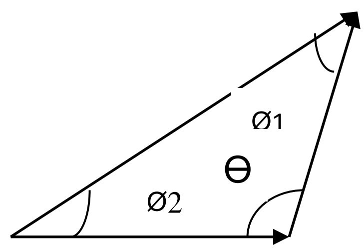
*لإيجاد الزاوية ϴ من المثلث الناتج من نصف المتوازي

$Ø=Ø1+Ø2$

$ϴ=(180°−(Ø1+Ø2)$

اي ان

$ϴ=180−Ø$

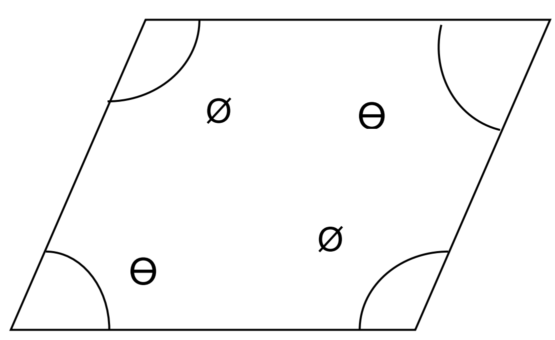


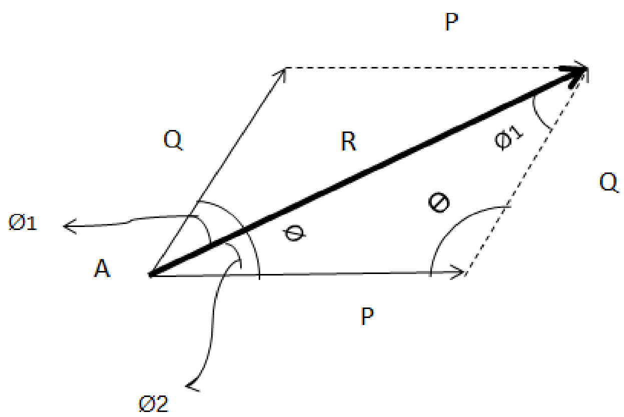
*للإيجاد الزاوية ϴ من متوازي الاضلاع

360مجموع زوايا متوازي الاضلاع =

$360°=2ϴ+2Ø$

$ϴ=360°−2Ø / 2$

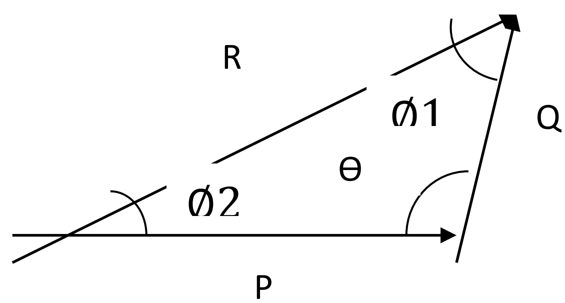




$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQCOS\theta}$$

يمكن إيجاد الزاوية التي تصنعها المحصلة مع أي من القوتين باستخدام قانون الجيب (sin law) .

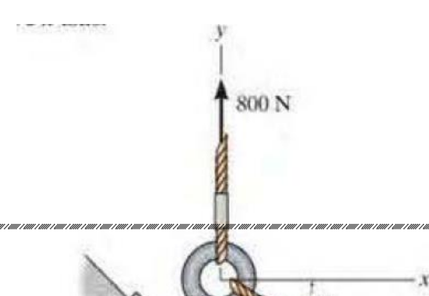
$$\frac{R}{sin\theta} = \frac{P}{sin\emptyset 1} = \frac{Q}{\sin\emptyset 2}$$



ملاحظة /في حالة كون متوازي الأضلاع مستطيل (θ=90°) كحالة خاصة فيتحول هذا القانون إلى نظرية فيثاغورس.

Ex/Determine the magnitude and direction of the resultant of two force as shown in fig by using parallelogram ?

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQCOS\theta}$$



360°=2 ϴ+2 Ø

Ø =90°+30°=120°

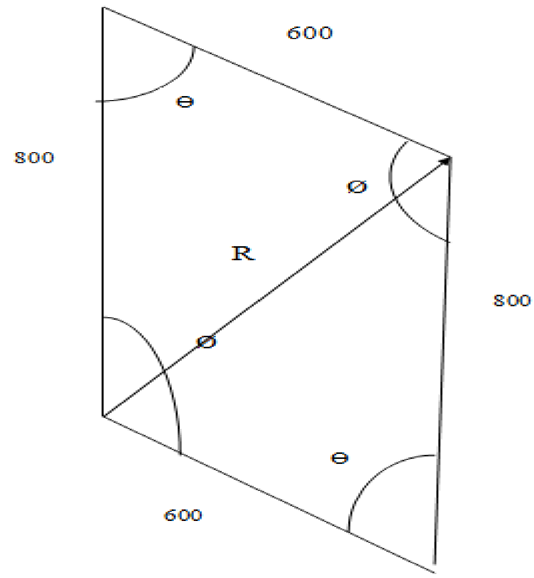
ϴ =360°-2(120°) / 2

= 60°

R= $\sqrt{600^2 + 800^2 - 2 * 600 * 800 cos60}$

R=721N

$\frac{R}{sin}$

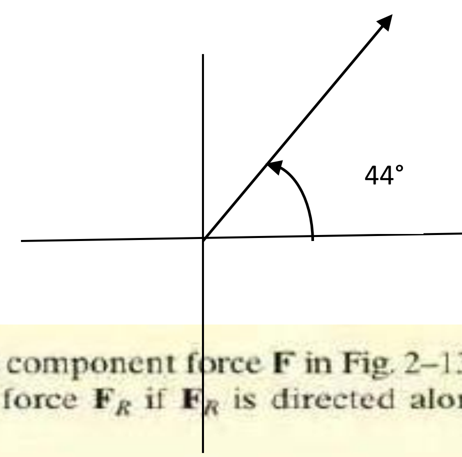


sinØ2=$\frac{800 sin60}{721}$

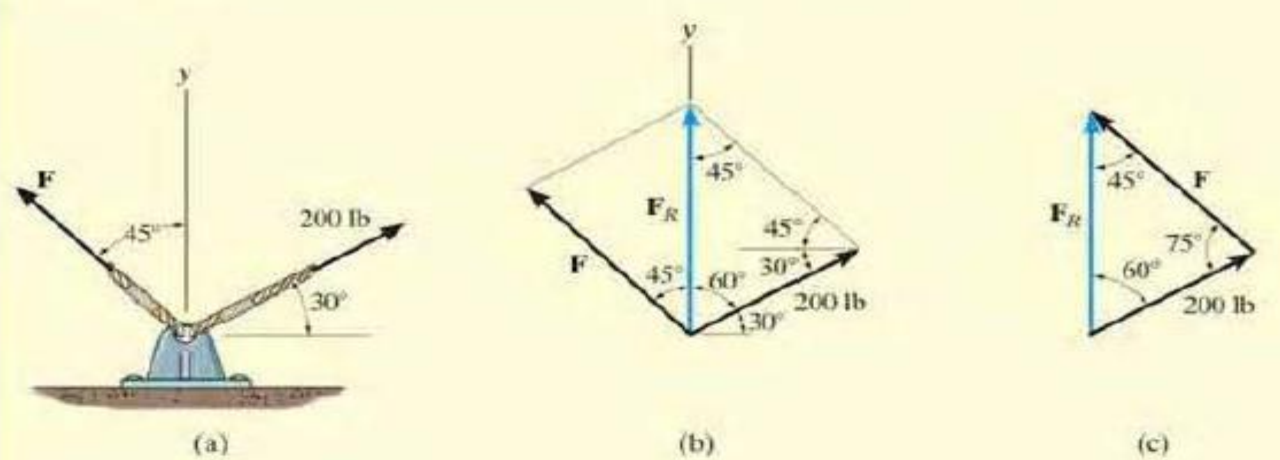
Ø2=sin^{-1}0.96

Ø2= 74°

ϴR=74-30=44°



Determine the magnitude of the component force **F** in Fig. 2–13*a* and the magnitude of the resultant force $\mathbf{F}_R$ if $\mathbf{F}_R$ is directed along the positive *y* axis.



solution/

$$\frac{F}{\sin 60^\circ} = \frac{200\text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

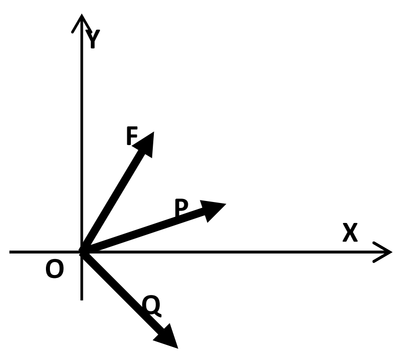
$$F = 245\text{ lb}$$

$$\frac{F_R}{\sin 75^\circ} = \frac{200\text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

$$F_R = 273\text{ lb}$$

<u>3-Resultant of coplanar concurrent forces</u>

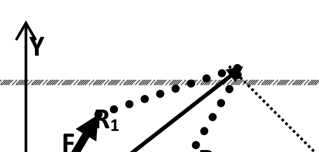
<u>*Graphical method (2-D)*</u>



<u>a : Parallelogram method</u>

Force F and P may be combined to give a resultant R_1 as shown in fig.(a). Since R_1 is equivalent to replaces F and P the original system of three forces now consists of only two: R_1 and Q .

These may also combined by the parallelogram method to give the final resistance R . If the original system consists of more than these forces, this same technique can be extended to include the additional forces.



b-Triangle method:

The same resultant can be more readily obtained by the use of free vectors and application triangle law.
The total resistance of the system being obtained by joing the tail of the first vector F with the tip of the last vector Q as shown in fig. (b).

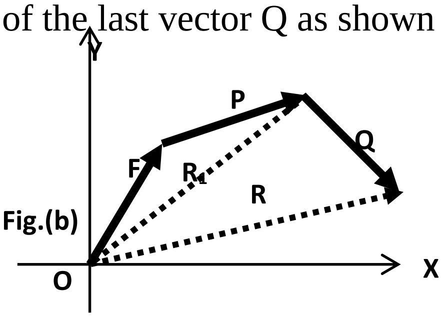


Fig.(b)

c-Polygon method:

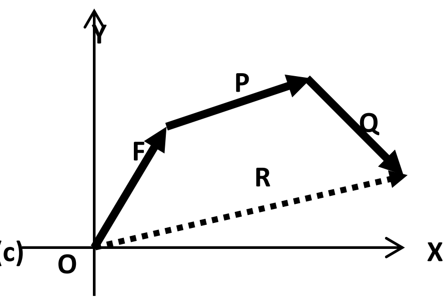
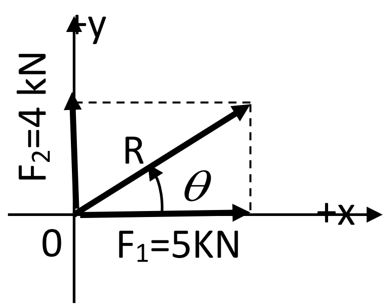


Fig.(c)

Example (1):- Determine the (magnitude and direction) of the resultant (R) of two forces as shown
in Fig. ( ) by ***graphical method***



Sol.

ume scaling factor= $\frac{1KN}{1CM}$

نختار مقياس رسم معين مثلا 1kN=1cm

4kN = 4 cm , 5kN = 5 cm

نرسم القوة الاولى F_1 = 5cm على محور x

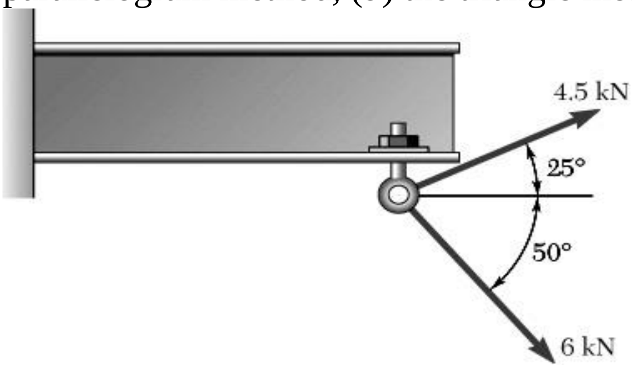
نرسم القوة الثانية F_2 = 4cm على محور y ثم نكمل

المستطيل فالمحصلة هي الخط الواصل بين نقطة التأثير

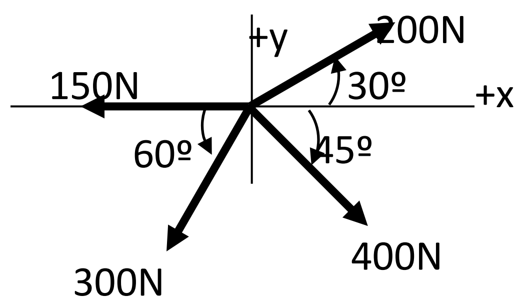
ونقطة تلاقي القوتين ثم نقوم بقياس المحصلة بواسطة المسطرة ونضرب في مقياس الرسم.

Problems

H.W//Two forces are applied to an eye bolt fastened to a beam. Determine graphically the magnitude and direction of their resultant using (*a*) the parallelogram method, (*b*) the triangle method.

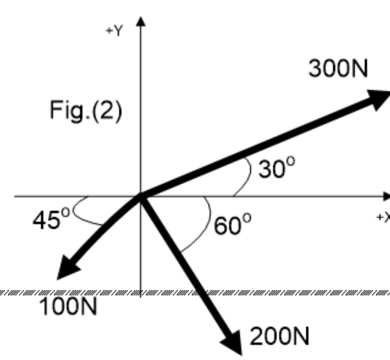


H.W//: Determine the (magnitude and direction) of the resultant (R) of the forces system as shown in Fig. ( )
by ***graphical method*** (Polygon method)



H.W//Convert the quantity to appropriate SI Unit.

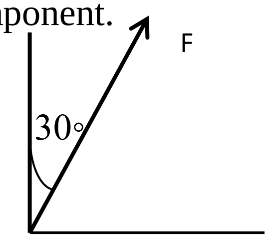
1- 3km / h
2- 10 Ib.ft to N.m .
3- 20 slugs to kg.



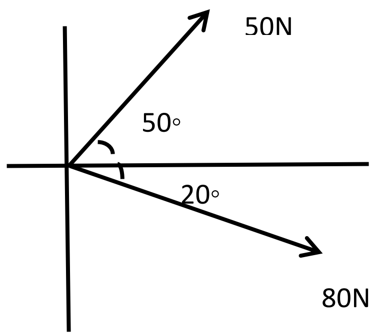
H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant of forces system as shown in Fig (1).

H.W// The horizontal component of the force (F) in the fig is 100N

Determine the magnitude of force and the vertical component.

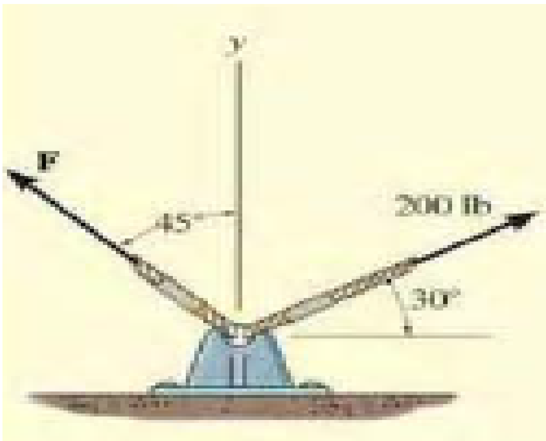


H.W//Determine the resultant force of the fig below by parallelogram method

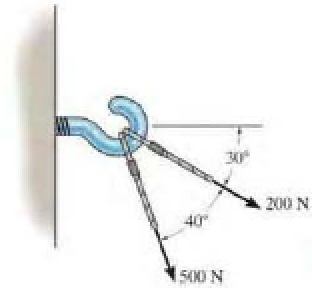


H.W// Determine the magnitude of the component(F) in the fig if

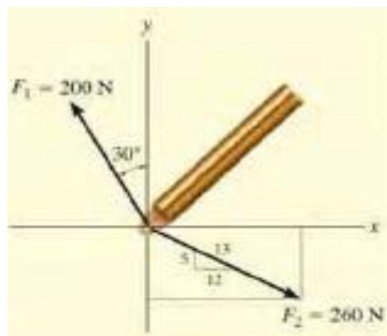
(R) is directed along the positive(Y) axis?



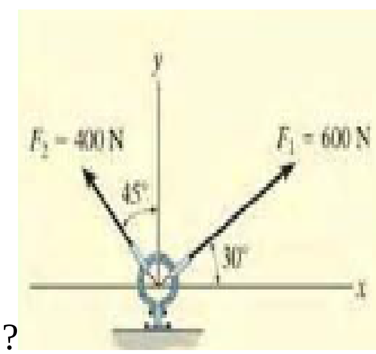
H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant force and its direction mesured clockwise from the x axis (parallelogram method)?



H.W// Determine the X and Y component as shown in the fig

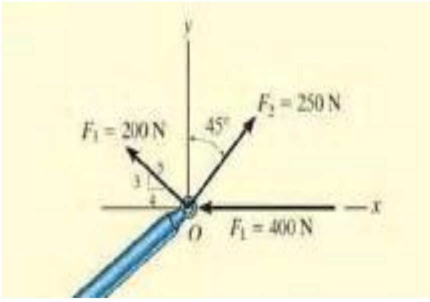


H.W// Determine the magnitude and direction of the resultant force and its direction mesured

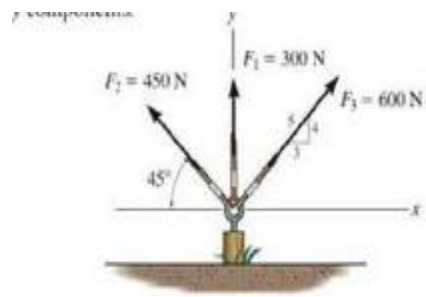


clockwise from the x axis (parallelogram method)?

H.W//Determine the magnitude and direction of the resultant force shown in fig ?



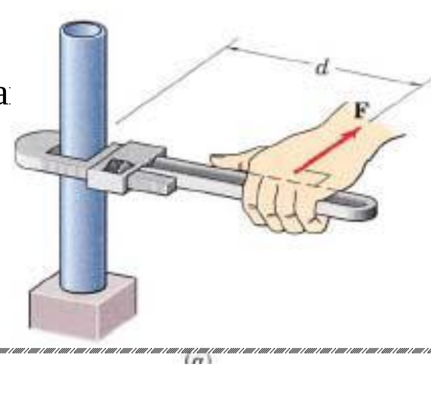
H.W//Determine the magnitude and direction of the resultant force shown in fig ?



الاسبوع السادس

(Moment of Force) عزم القوة

The moment of a force : is the ability of the force to produce turning or twisting about an axis or point or line.



Mathematically:
The moment of a force = the applied force X

perpendicular distance

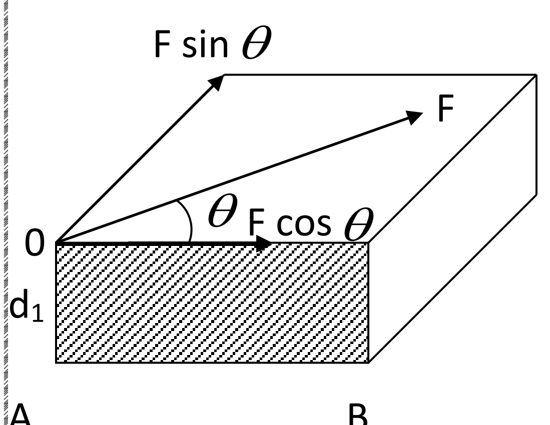
M = F * d

M = the moment of a force (**N.m**)

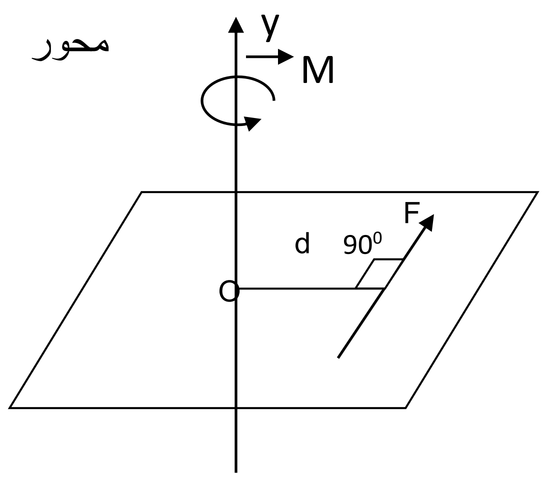
F = applied force (**N**)

= perpendicular distance between the point of action of the force and moment center.

يعرف عزم القوة حول أي نقطة أو محور بأنه حاصل ضرب القوة في المسافة العمودية بين القوة أو خط تأثيرها وبين تلك النقطة أو المحور.



شكل ب



شكل أ

نلاحظ في الشكل أ إن عزم القوة F حول المحور Y والذي يظهر على شكل نقطة o عند تلاقيه مع المستوى الذي يحتوي القوة

$$M = F \cdot d$$

<u>حيث</u> d: هي المسافة العمودية بين القوة ومحور الدوران وتسمى بذراع القوة

M : يمثل عزم القوة حول نقطة قابلية القوة لتدوير الجسم حول النقطة أو محور معين

نلاحظ في شكل ب القوة لا تقع في مستوى عمودي على محور العزم والمطلوب إيجاد العزم حول (AB) . في هذه الحالة يتم تحليل القوة إلى مركبتين هما Fcosɵ , Fsinɵ نلاحظ إن عزم القوة $F\cos\theta$ يساوي صفر لأنها توازي AB بينما عزم القوة (Fsin ɵ)

يساوي ($F_*\sin ɵ_* d_1$) .

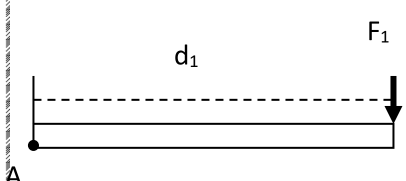
$$\sum M_{AB} = F_* (\sin ɵ)_* d_1$$

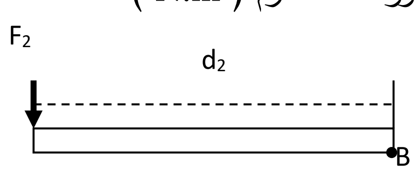
<u>ملاحظة</u> : عزم القوة كمية متجهة M وعليه

: يكون موجباً عند دورانه عكس عقرب الساعة

: يكون سالباً عند دورانه مع عقرب الساعة ووحدات العزم (N.m)

قاعدة اليد اليمنى





$${}_{A}M = F_1 * d_1^{-}$$

$${}_{B}M = F_2 * d_2^{+}$$

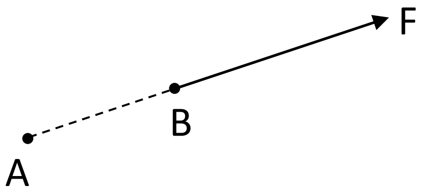
قاعدة العزوم (Principle of moment) :

(مبدأ العزوم) هو عزم قوة ما حول نقطة أو محور يساوي مجموع عزوم مركبات تلك القوة حول نفس النقطة أو المحور.

أو يعرف : عزم محصلة مجموعة من القوى حول أي محور يساوي المجموع الجبري لعزوم قوى المجموعة حول نفس المحور.

ملاحظات حول عزم القوة :

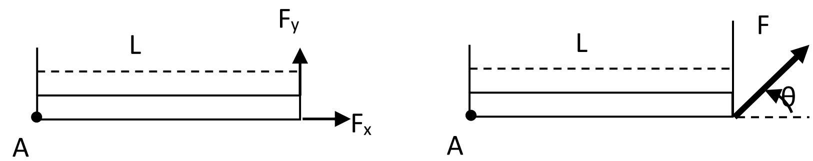
1. عزم القوة حول نقطة تقع على خط تأثيرها يساوي صفر لأن البعد العمودي يساوي صفر.



$$M_A = 0 \quad , \quad M_B = 0$$

2. إذا كانت القوة تميل بزاوية فيتم تحليلها إلى مركباتها

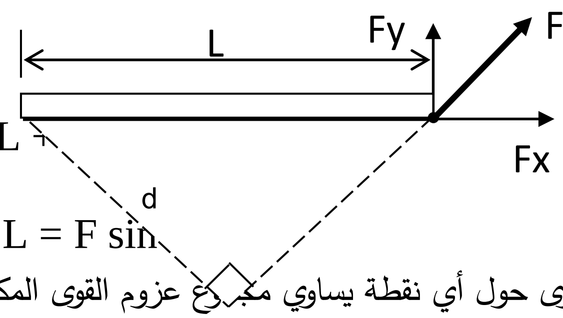
$M_A = F_X \cdot 0 + F_Y \cdot L$



3. عزم أي قوة حول أي نقطة يساوي مجموع عزوم مركباتها حول نفس النقطة.

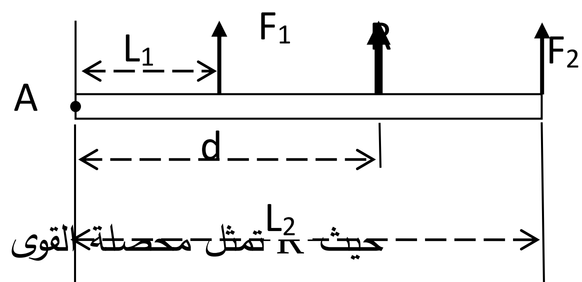
$F \cdot d = F_y \cdot L$

$F \cdot d = F_y \cdot L = F \sin\theta$



4. عزم محصلة عدة قوى حول أي نقطة يساوي مجموع عزوم القوى المكونة لها حول نفس النقطة.

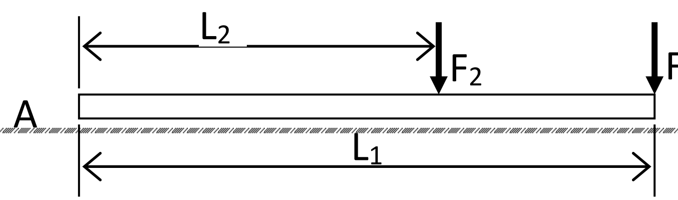
$R \cdot d = F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2$



حيث R تمثل محصلة القوى

5. **<u>عزم عدة قوى حول نقطة أو محور يساوي مجموع عزوم هذه القوى وحسب إتجاه الدوران لكل قوة</u>**

$M_A = M_1 + M_2$



$M_A = - F_1 * L_1 - F_2 * L_2$

Examples

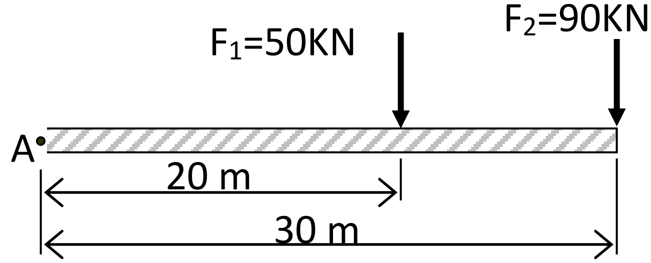
Ex1 // Determine the sum of the moments of the two forces as shown in Fig . with respect to point (A) .

$\sum M_A = - F_1 * L_1 - F_2 * L_2$

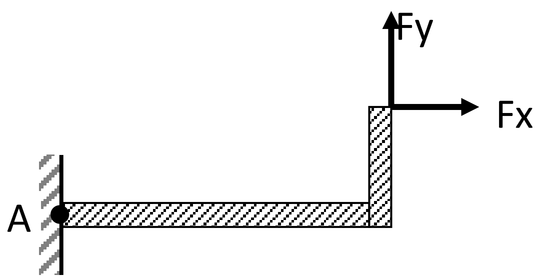
$= - 50(20) - 90(30)$

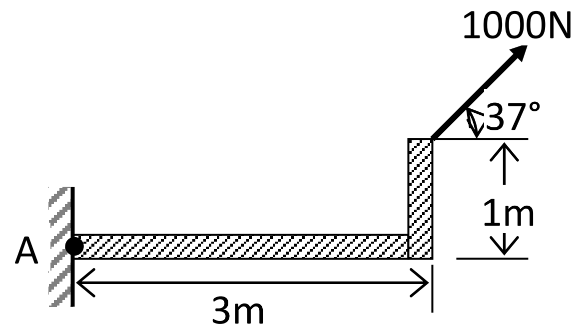
$= - 3700$ KN.m

$\therefore \sum M_A = 3700$ KN.m



Ex2 // Determine the moments of the force with respect to point (A) as shown in Fig





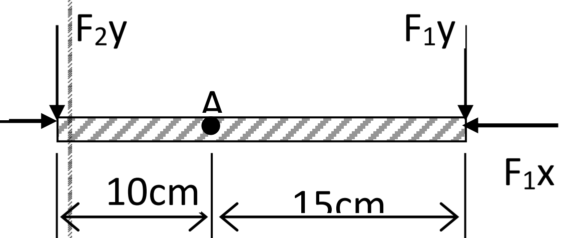
تحلل القوة إلى مركباتها كما في الرسم

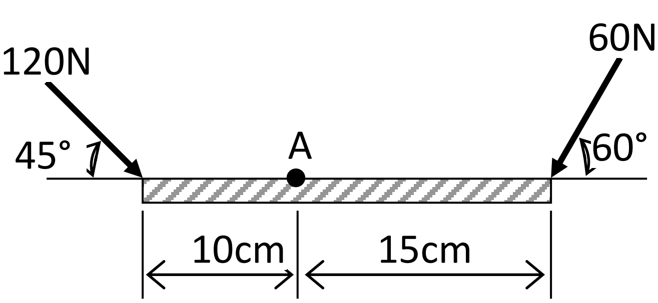
$\sum M_A = 1000\sin(37°) * 3 - 1000 \cos(37°) * 1$

$= 1805.4 - 798.635$

$\sum M_A = 1006.76$ N.m

Ex3 // Determine the sum of the moments of the force with respect to point (A) as shown in Fig



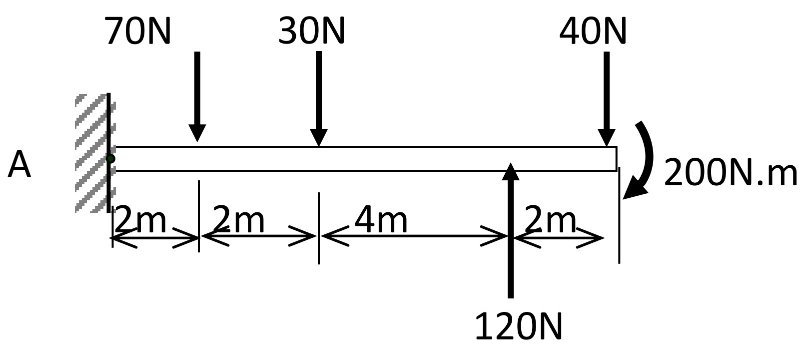


Sol .

- نحلل القوتين إلى مركباتها الأفقية و العمودية .
- نلاحظ إن F_{1x} , F_{2x} تمر هذه القوة في نقطة (A) فإن عزمها يساوي صفر

$$M_A = F_{2y}(10) - F_{1y}(15)$$
$$M_A = 120 \sin(45°) * 10 - 60 \sin(60°) * 15$$
$$M_A = 84.85(10) - 51.96(15)$$
$$M_A = 69.08 \text{ N.Cm}$$

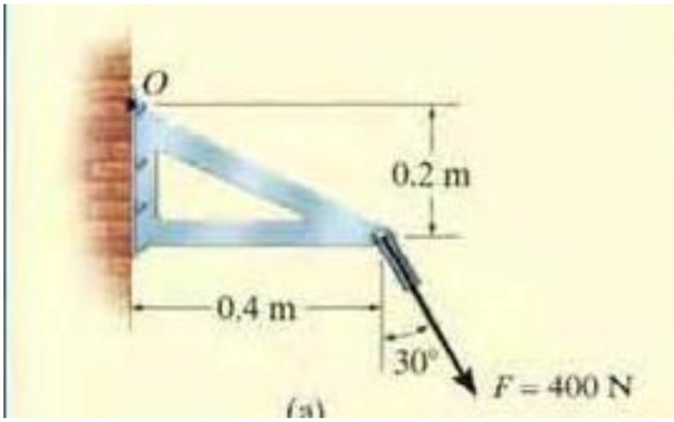
Ex4 \\ Determine the moments of force system as shown in Fig. with respect to point A .

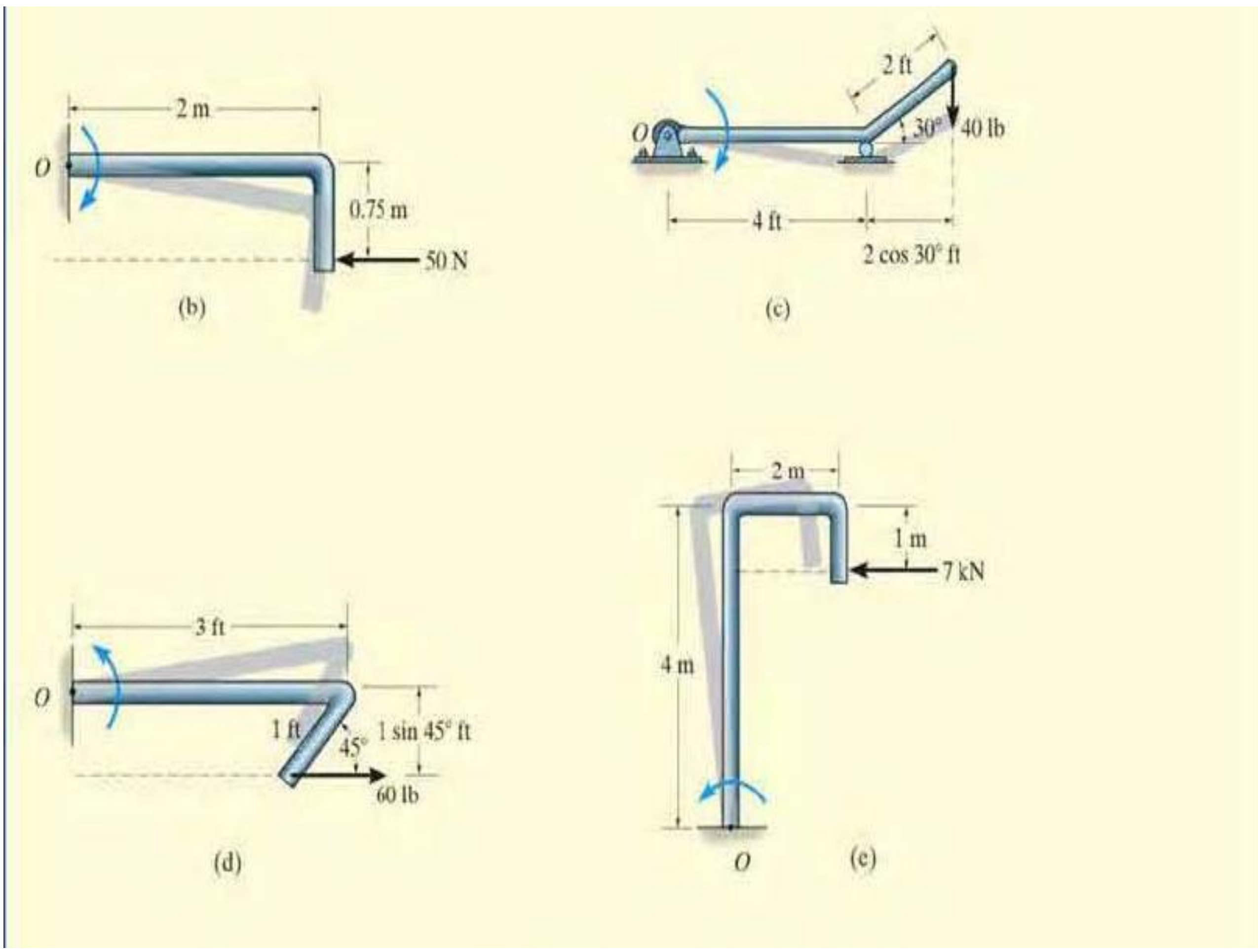


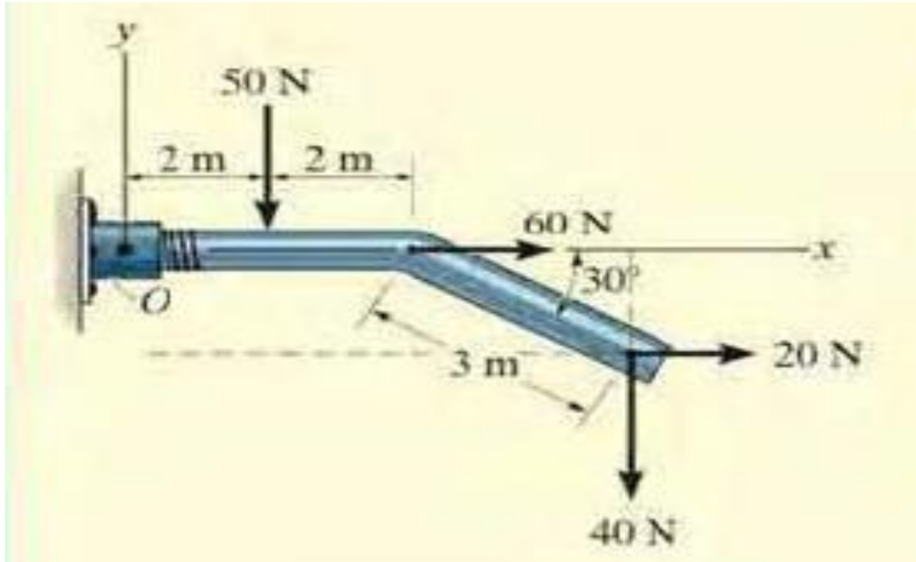
$$+\sum M_A = -70(2) - 30(4) + 120(8) - 40(10) - 200$$
$$= 100 \text{ N.m}$$

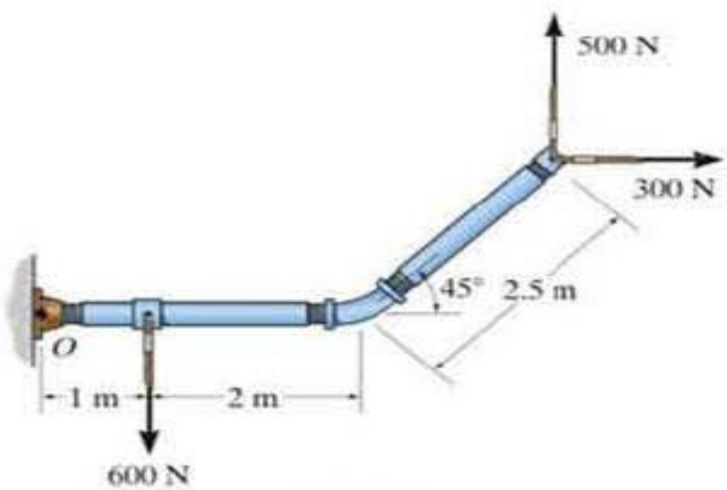
Examples

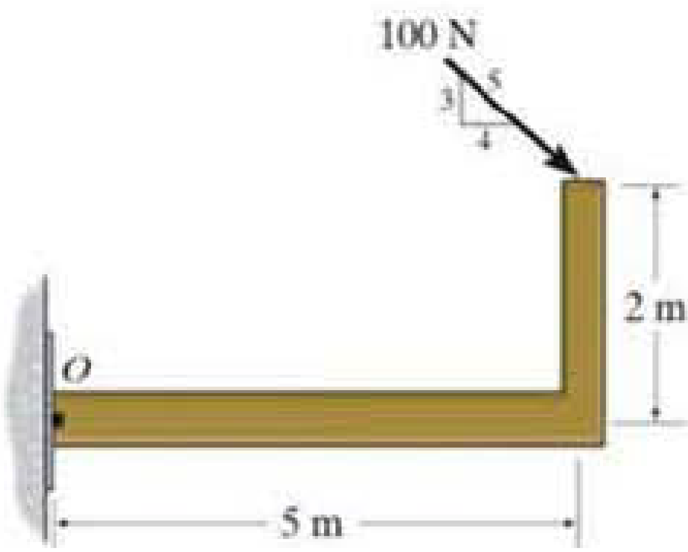
H.W//Determine the moment of figures with respect to the point shown in figures ?


O
0.2 m
0.4 m
30°
F = 400 N
(a)


2 m
O
0.75 m
50 N
(b)
2 ft
O
30°
40 lb
4 ft
2 cos 30° ft
(c)
3 ft
O
1 ft
45°
1 sin 45° ft
60 lb
(d)
2 m
1 m
7 kN
4 m
O
(e)







H.W//The magnitude of the vertical
component of the force (F) is 100 N

as shown in figure(4-b).

(1); Determine the force (F).

(2) Determine the moment of the force (F) with respect to point (A).

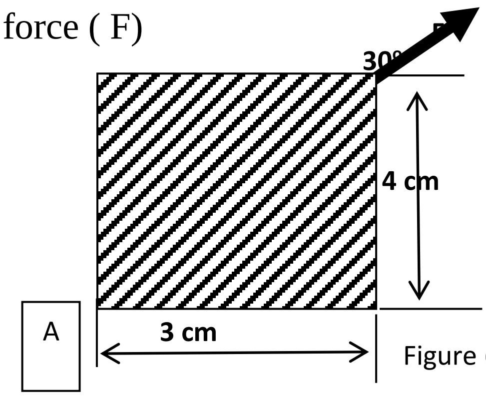


Figure (**4-b**)

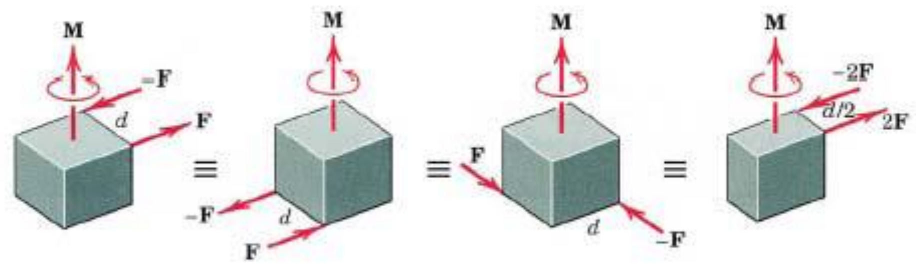
الاسبوع السابع

(Moment of Couples)(M_C) :عزم الازدواج

<u>Couples :</u>

A special case of moments is a couple. A couple consists of two parallel forces that are equal in magnitude, opposite in sense and do not share a line of action.

It does not produce any translation, only rotation. The resultant force of a couple is zero. BUT, the resultant of a couple is not zero; it is a pure moment.

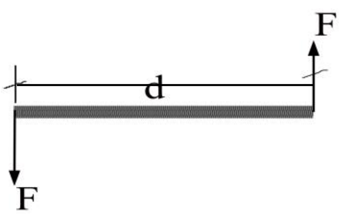


يعرف الازدواج على انه قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين بالاتجاه ولا تقعان على خط واحد.

- الازدواج يولد عزم دوران = حاصل ضرب احد القوتين × المسافة العمودية بينهما

- ليس له القابلية على تحريك الجسم وإنما تدويره ومن خصائصه مقداره ثابت.

$$M_C = F * d$$

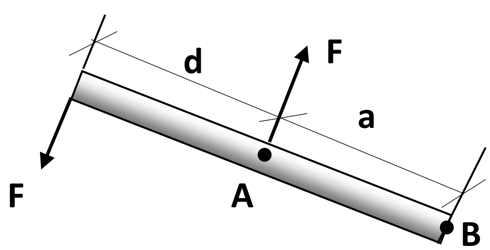


<u>ملاحظة:</u>

1- محصلة القوتين يساوي صفر ، واتجاه المزدوج يعتمد على اتجاه القوتين.

2- عزم الازدواج يبقى ثابتاً ولا يعتمد على النقطة المأخوذة حولها العزم .

للبرهنة على ان عزم الازدواج ثابت :



$+\sum M_A = F*d$

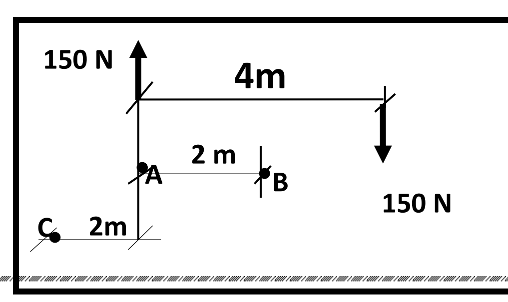
$+\sum M_B = F(d+a) - F*a$

$= F * d + F*a - F*a = F*d$

وهذا يعني ان عزم الازدواج يبقى ثابتاً بغض النظر عن النقطة المراد حولها العزم .

<u>EX 1</u>**: Determine the moment of the couple in fig. ( ) with respect to**

1- Point (A), 2- Point(B) ,3- Point(C).



<u>Solu:</u>

1- $+\sum M_A = -150(4) = -600\ N.m = -600 N.m$

2- $+\sum M_B = -150(2) -150(2) =- 600$ N.m = 600 N.m

3 - $+\sum M_C = +150(2) -150(6)= -600$ N.m = 600 N.m

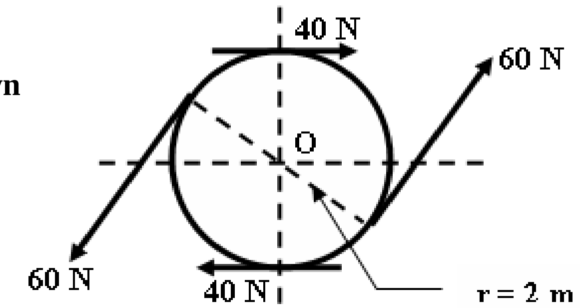
نلاحظ عزم الازدواج يبقى ثابت ولا يعتمد على موقع النقطة.

Ex (2) Compute the magnitude and direction of the resultant couples action on the body shown

Solution :

Mc = 60 * 4 – 40 * 4

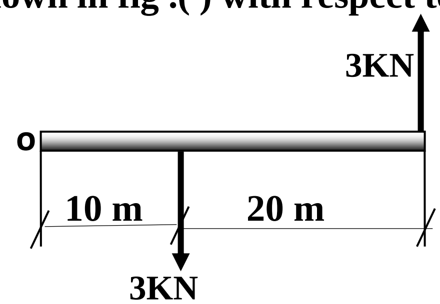
= 240 – 160 = 80 N .m



<u>EX2</u>: Determine the moment of the couple as shown in fig .( ) with respect to point O.

$$M_C = F * d$$

$$= 3 * 20 = 60 \text{ KN.m}$$



(Transformation of Couple) <u>نقل المزدوج ضمن المستوي</u>:

إن نقل ازدواج يعني محافظة الازدواج على خواصه ولا تتأثر قيمة المزدوج في **الحالات التالية :**

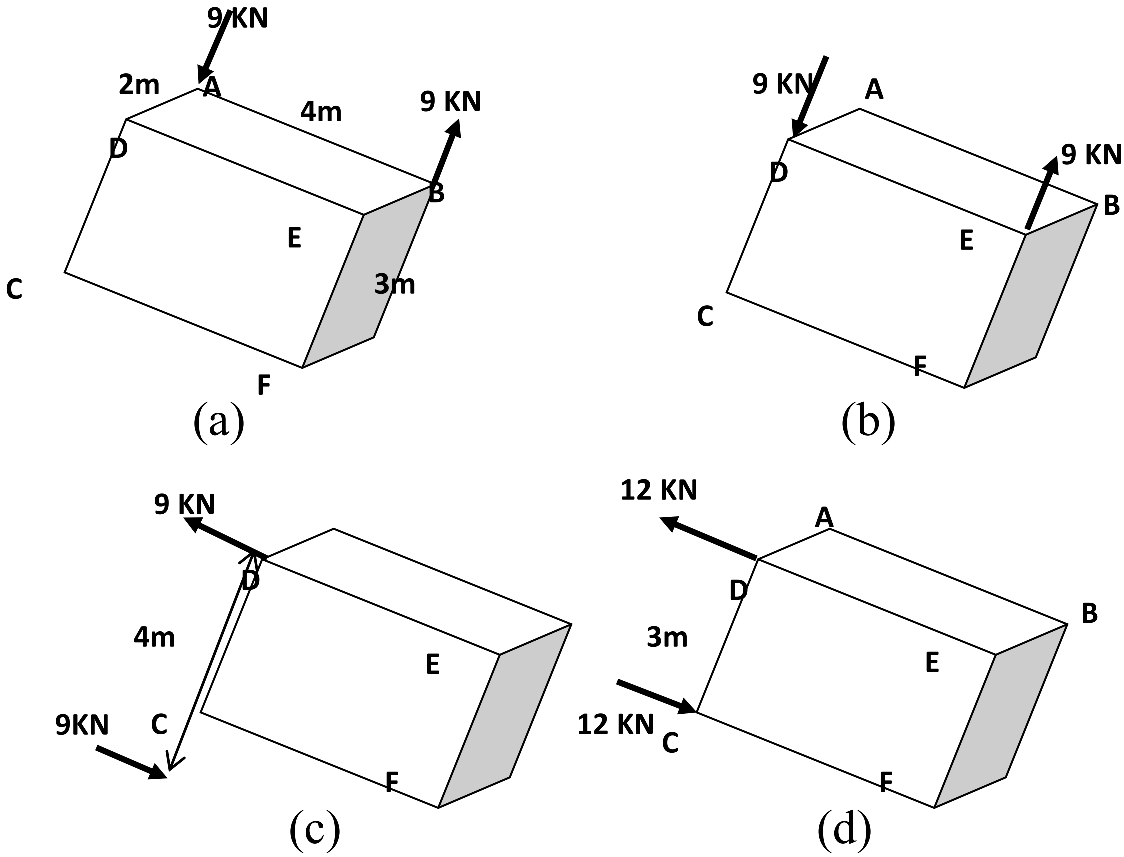
1− عند دوران المزدوج بأية زاوية في مستواه .

2- عند انزلاق المزدوج لأي موقع في مستواه .

3- عند نقل المزدوج الى مستوي يوازي مستواه .

4- إذا تغيرت المسافة العمودية بين قوتي الازدواج وتغير مقدار القوتين بشرط أن يبقى العزم كما هو.

Ex 1: Replace the couple as shown in fig by a couple whose forces acts horizontally through point C and D .



الحل :

1- ننقل المزدوج الى النقطتين E , D فتبقى قيمته لان الذراع يساوي (4m) الحالة (b).

2- ننقل المزدوج الى مستوى أخر بحيث تمر القوتان أفقياً الأولى في D. والثانية تبعد عنها (4m) فتبقى قيمة العزم كما هي.

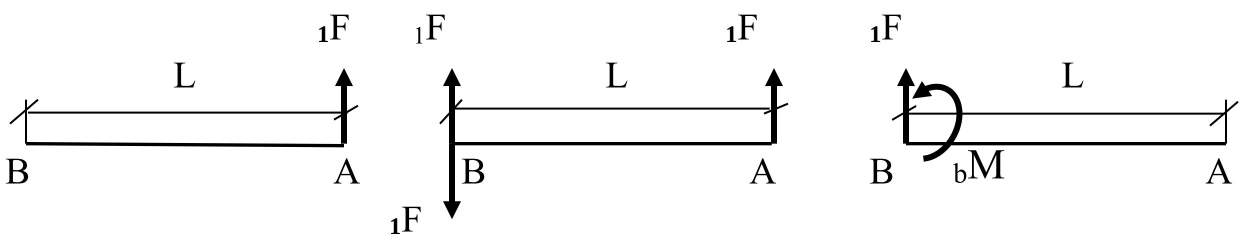
3-المطلوب في السؤال أن تمر القوتان أفقياً في D & C وبما أن المسافة بين النقطتين (3m) لذا يجب ان تتغير قيمة القوتين حتى تحافظ على قيمة المزدوج ثابت .

M_C= F. d =9 *4 =36 KN. m 36KN.m = F* 3 .'.F= 36/3 =12 kN

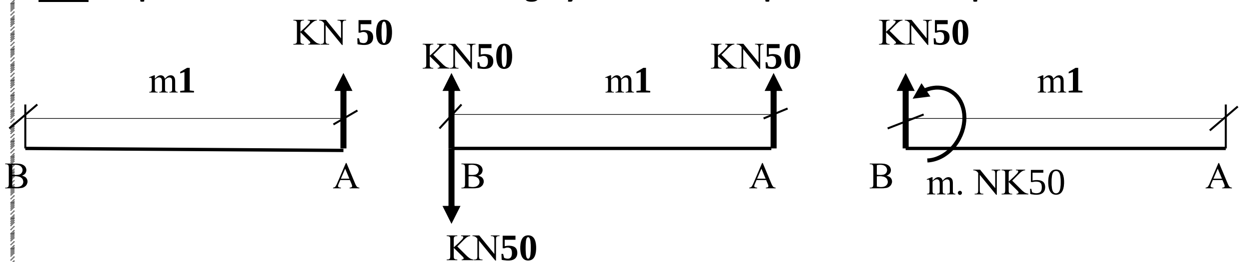
الاسبوع الثامن

نقل القوة نقلاً متوازيا: (Resolution of a force into a force and a couple)

يمكن نقل القوة نقلاً متوازياً إلى أي نقطة أخرى من نقاط الجسم دون إحداث تغيير في تأثيرها عليه مع إضافة مزدوج عزمه يساوي عزم القوة المنقولة حول النقطة التي نقلت إليها.

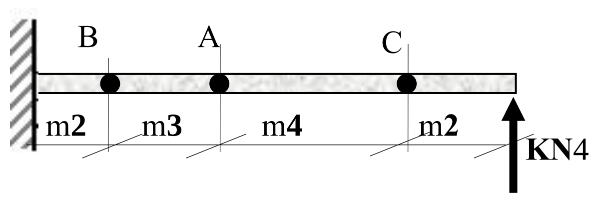


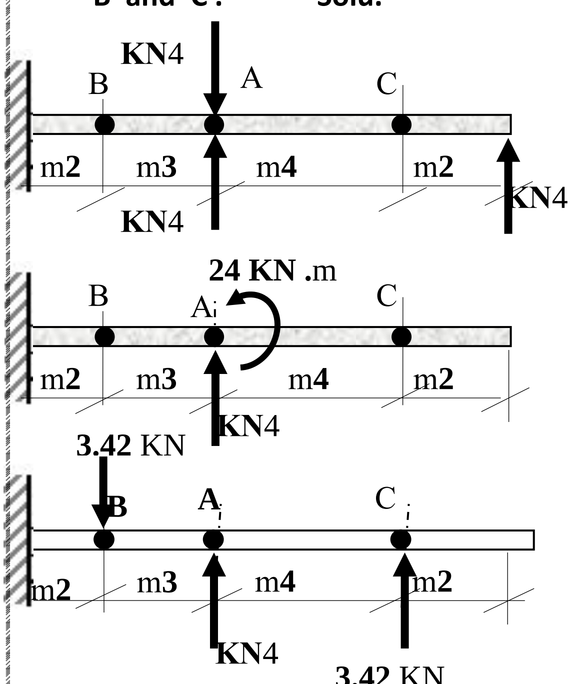
EX1: Replace the force as shown in fig by force acts on point B and couple.



EX 2 : Replace the force (4 KN)as shown in fig by force through (A) and couple whose forces acts vertically through

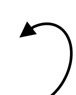
B and C . **Solu.**





1- نضيف ونطرح قوة مقدارها 4 KN في نقطة A.

2- اصبح لدينا نقطة A قوة مقدارها 4KN↑ وعزم مقداره 24KN.m .



3- عزم الازدواج في A $M_C = F.d = 4 * 6 = 24 KN.m$

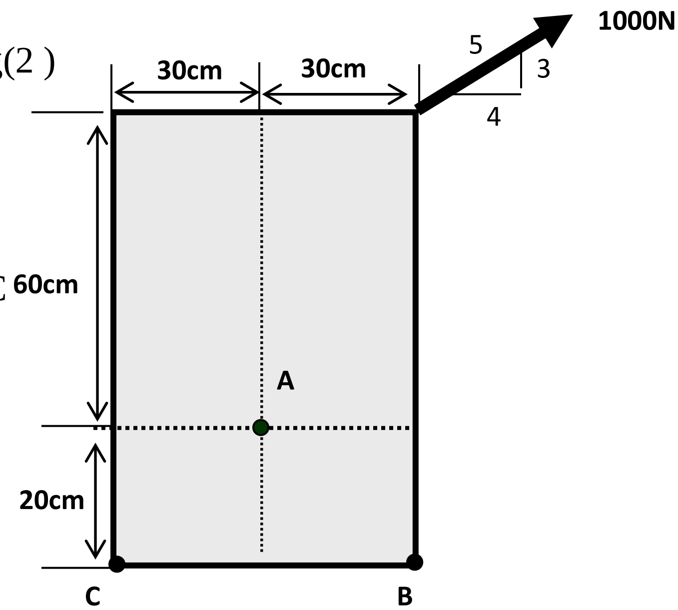
وهذا عزم الازدواج الذي قوتاه تؤثر في نقطتي B & C

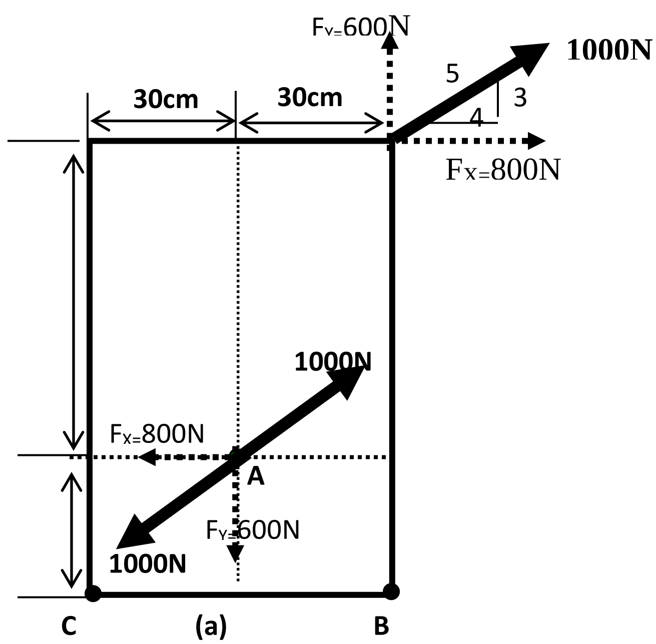
$24 = F * 7$ $F = 24/7 = 3.42\ KN$

4- نضع في النقطتين B ، C قوتان مقدار كل منها 3.42kN

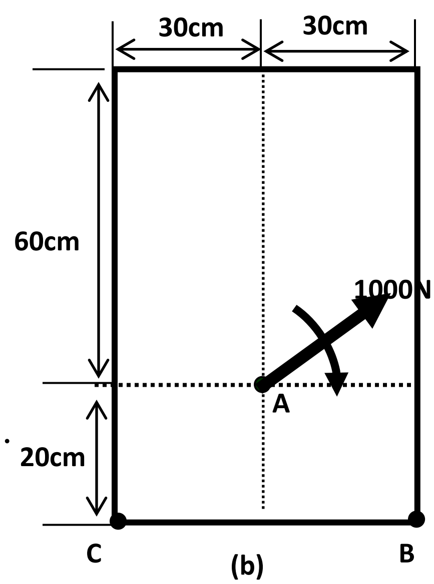
Ex 3 : Replace the force (1000N)as shown in fig(2) by force through point (A) and couple whose forces acts vertically through B and C

Sol.





Fig(2)



-The steps of solution are the figures a,b and c .

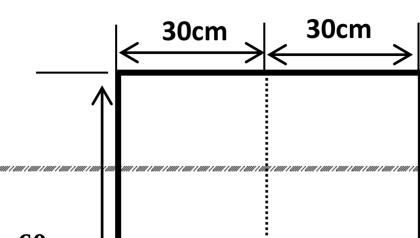
-Moment of couple (M_C) about point A.

$M_C=600*30-800*60=-30000$N.cm

$=30000$N.cm

M_C=constant=30000 N.cm

$M_C=F*d$



30000=F*60

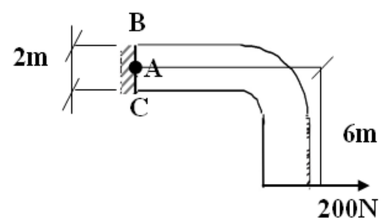
$$\therefore F = 500N$$

Ex// Replace the (200N)force of fig by a force through point(A) and couple whose force act horizontally through B and C?

$+\sum M_A = F*d$

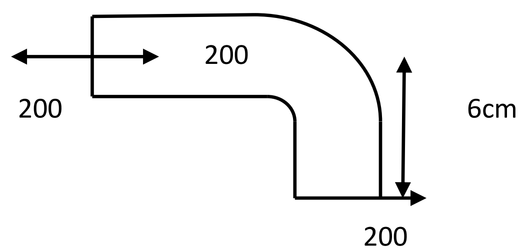
$=200*6=1200N.M$

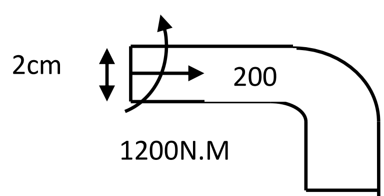
$+\sum M_C = F*d$

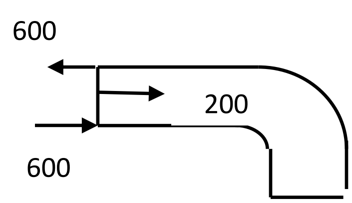


1200=F*2

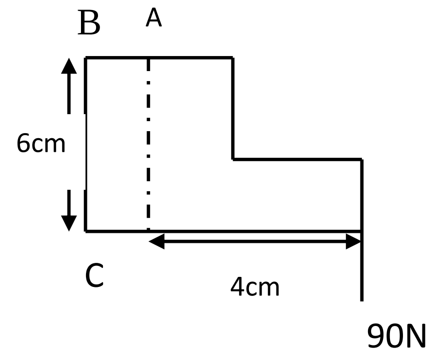
F=1200/2=600N







H.w//Replace the(90N)force of fig by a force through point (A) and a couple whose acts horizontal through B and C.



الاسبوع التاسع

Resultant of a non-concurrent, coplanar force system

- القوى المستوية الغير متلاقية التي لا تلتقي خطوط تأثيرها في نقطة واحدة.
- لتحديد محصلة هذه القوى بالطريقة الحسابية حيث يتم تحليل القوة إلى مركباتها

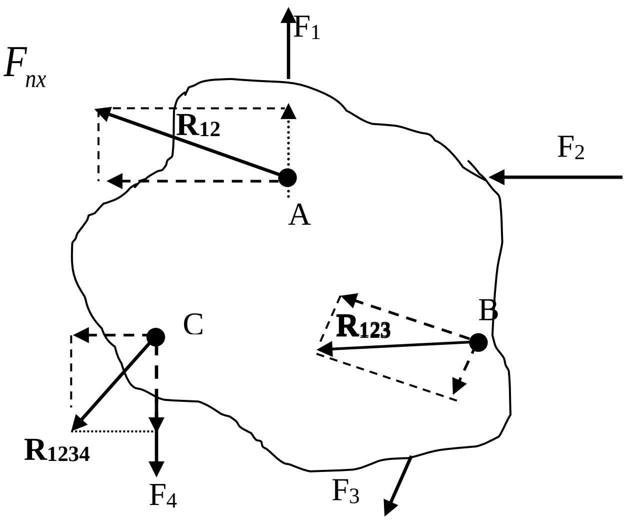
$$\xrightarrow{+} R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + ... + F_{nx}$$

$$^{+}\uparrow R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + ... + F_{ny}$$

$$\therefore R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

$$\tan\theta_R = (\frac{R_y}{R_x})$$

$$\theta_R = \tan^{-1}(\frac{R_y}{R_x})$$



حيث θ_R زاوية المحصلة

* ويتم تحديد خط تأثير المحصلة باستخدام مبدأ العزوم وهو (عزم المحصلة حول أي نقطة أو محور يساوي مجموع عزوم مركباتها حول نفس النقطة أو المحور) . Moment about point A في هذه الحالة أن المحصلة باتجاه محور y أي Rx يساوي صفر

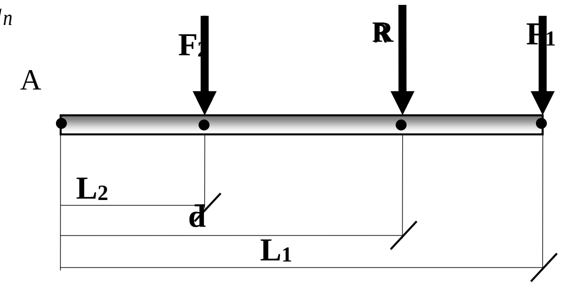
$$\therefore R = R_y$$

$$R_y \times d = \sum_{i=1}^{n} F_i \times L_i = F_1 \times L_1 + F_2 \times L_2 + ...+ F_n \times L_n$$

d=(A) المسافة العمودية بين المحصلة والنقطة

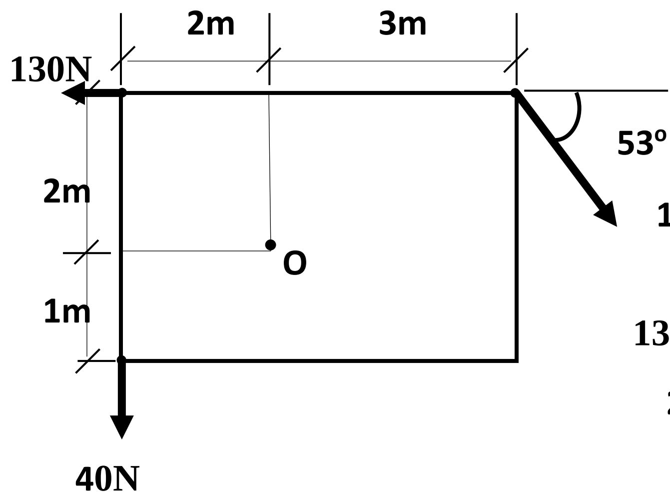
$$R_y \times d = F_1 \times L_1 + F_2 \times L_2$$

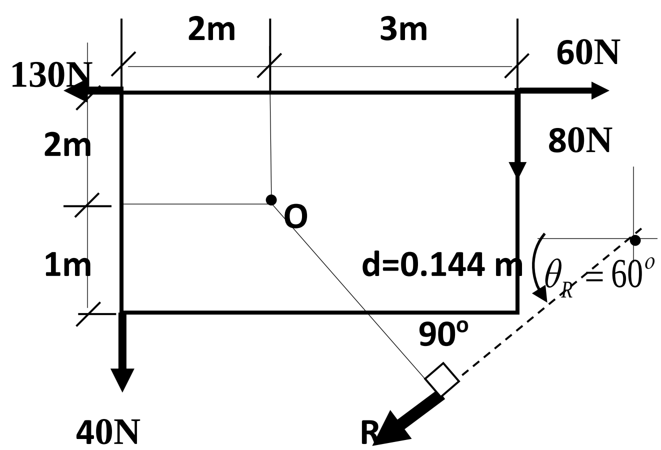
$$d = \frac{F_1 \times L_1 + F_2 \times L_2}{R_y}$$



Examples:

Ex 1 : Determine the resultant of the force system as shown in fig . and locate it with respect to point (O)





Sol:

$$F_{1X} = 100 \times COS(53) = 60N$$

$$F_{1Y} = 100 \times SIN(53) = 80N$$

$$\xrightarrow{+} R_X = \sum F_{IX} = 60 - 130 = -70 = 70N \leftarrow$$

$$\uparrow^{+} R_Y = \sum F_{IY} = -80 - 40 = -120 = 120N \downarrow$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$$\therefore R = \sqrt{70^2 + 120^2} = 139N$$

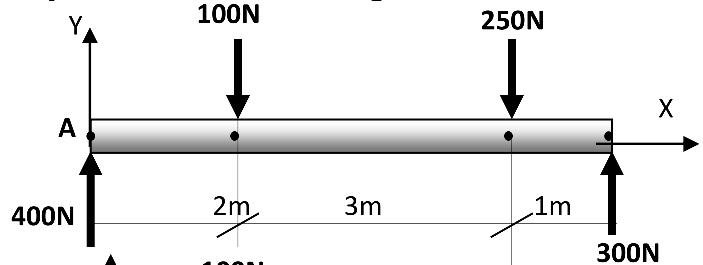
$$\tan\theta_R = \frac{R_Y}{R_X} \qquad \therefore \theta_R = \tan^{-1}(\frac{R_Y}{R_X}) = \tan^{-1}(\frac{120}{70}) = 59.7^o \cong 60^o$$

$$+ \sum M_O = -80 \times 3 - 60 \times 2 + 40 \times 2 + 130 \times 2 = -20N.m = 20N.m$$

but $\sum M_O = R \times d \Rightarrow 20 = 139 \times d$

$\therefore d = \dfrac{20}{139} = 0.144$ m

<u>Ex 2</u> : Determine the resultant of the force system as shown in fig and locate it with respect to point A



Sol :

$R = R_Y = \sum F_{IY} \qquad R_X = 0$

$^{+}\uparrow R = 400 - 100 - 250 + 300 = 350N \uparrow$

Moment about point A

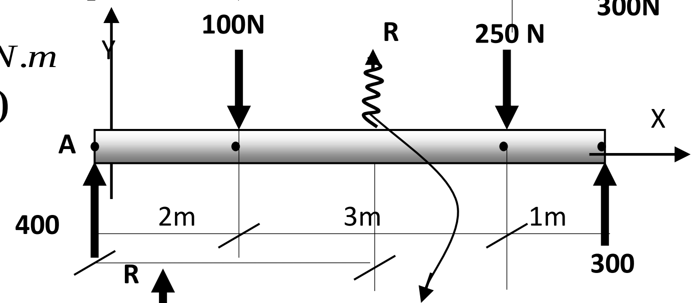
$\sum M_A = 300 \times 6 - 100 \times 2 - 250 \times 5 = 350N.m$

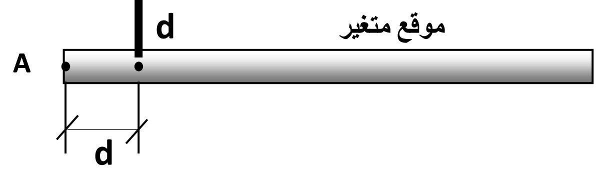
But $\sum$ M$_A$ =R . d (Principle of moment)

∴ 350 =350 .d

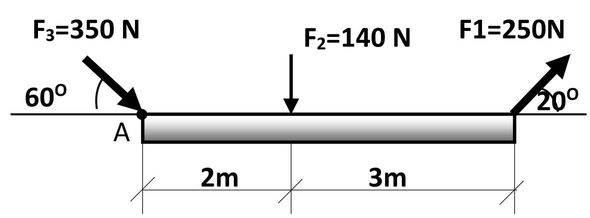
$\therefore d = \dfrac{350N.M}{350N} = 1m$

A بعد المحصلة عن نقطة





<u>Ex 3</u> : Determine the resultant of the force system as shown in fig and locate it with respect poin**t A.**



<u>S0L:</u>

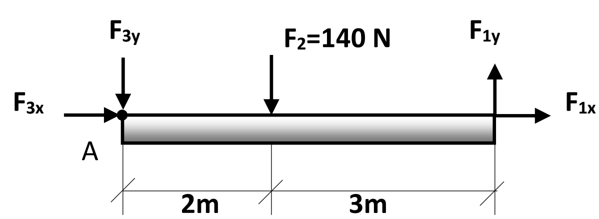
$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots\ldots + F_{nx}$$

$$\xrightarrow{+} R_x = 250\cos 20 + 350\cos 60 = 234.9 + 175 = 410N \rightarrow^{+}$$

$$^{+}\uparrow R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots\ldots + F_{ny}$$

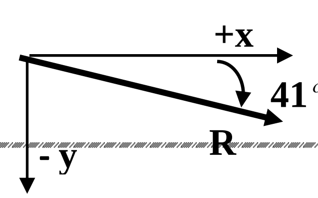
$$= 250\sin 20 - 140 - 350\sin 60 = 85.5 - 140 - 303.1 = -357.5N = 357.5N \downarrow$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$



$$\therefore R = \sqrt{410^2 + 357.5^2} = 544N$$

$$\tan\theta_R = \frac{R_Y}{R_X} = \frac{-357.5}{410}$$



$$\therefore \theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-357.5}{410}\right) = -41^o$$

$$\sum M_A = R * d$$

250 (sin 20)*5 -140*2= 357.5 * d $\Rightarrow d = o.413m$

Ex 4: Determine the resultant of the force system as shown in fig. and locate it with respect to point (A)

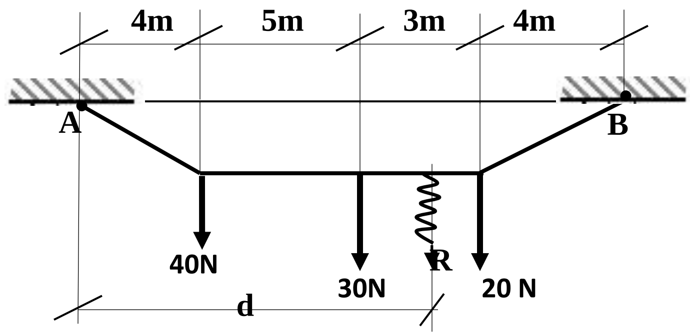
Sol :

R = 40+30+20 =90 N ↓

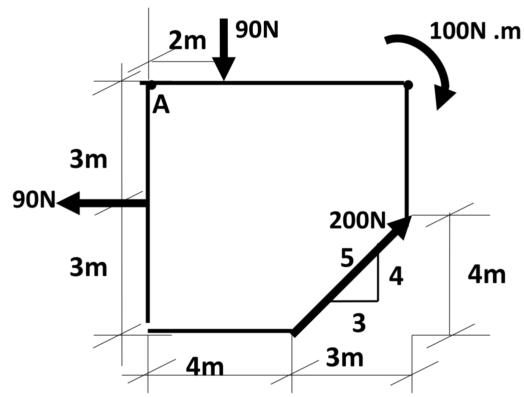
$\sum$ MA = -40 (4) -30 (9)-20 (12) = - 670N.m = 670 N.M

But $\sum$MA = R.d

$$d = \frac{670}{90} = 7.45m....right..of...A$$



Ex//Determine the resultant of the force system of the fig and locate it with respect to point (A)



Rx = $\sum$Fx= -90+(200*3/5)= 30N

Ry = $\sum$Fy= -90+(200*4/5)= 70N

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$$\therefore R = \sqrt{30^2 + 70^2} = 76.15N$$

Use the principle of moment to find the locate of resultant

$\sum$MA = R.d

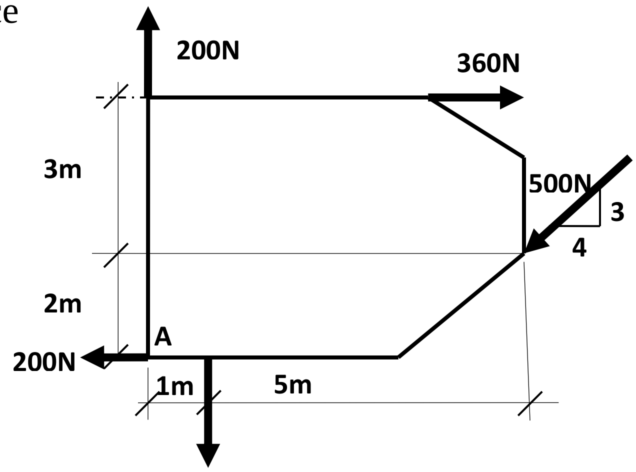
$\sum$ MA =(-90*2)+(-90*3)+(200*3/5*(6))+(200*4/5*(4))-100=810N.M

dA= $\sum$MA/R

dA= 810/76.15=10.63m

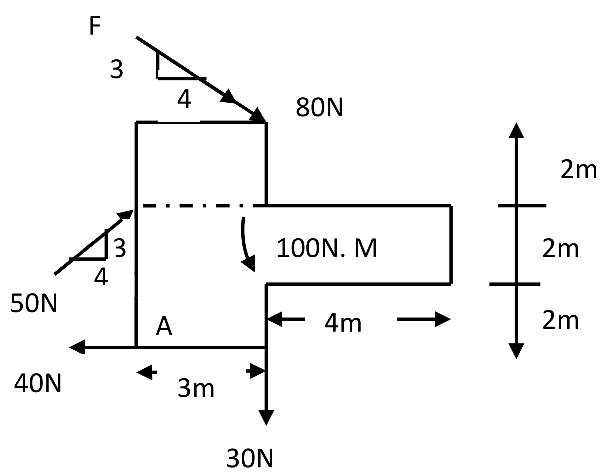
Problems

H.W//Determine the resultant of coplanar force system of the fig ( ) and locate it with respect to point (A)



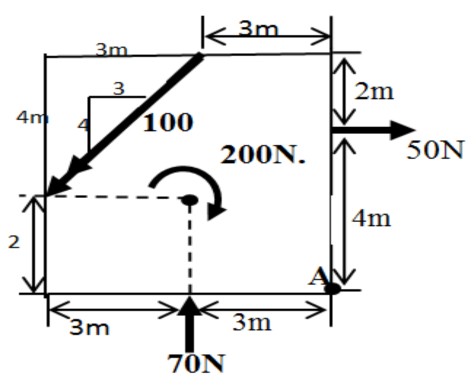
H.W// The 100N force is the resultant of couple and four forces , three of which are shown in fig .

Determine the forth force and locate it with respect to point A?



H.W//The (100N) force is the resultant of couple and three forces ,two of which are shown in the Fig (2).

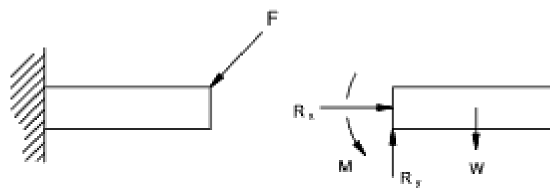
- Determine the third force and locate it with respect to point A.



الاسبوع العاشر

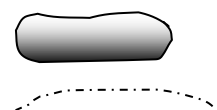
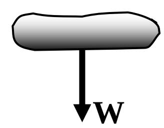
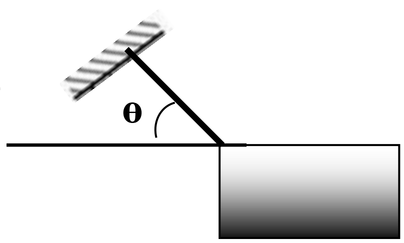
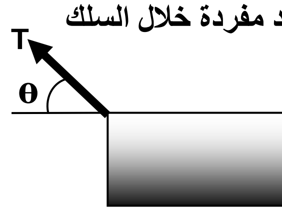
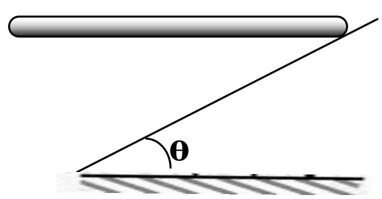
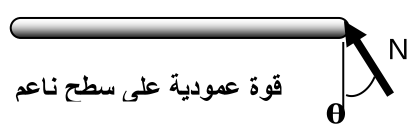
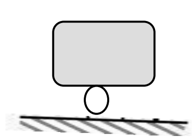
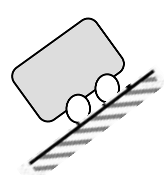
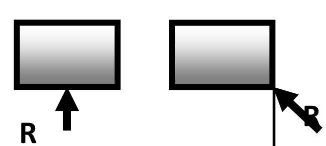
Free body diagrams مخطط الجسم الحر

Free body diagram : is a sketch to show all the forces and reactions acting on the body
For example :

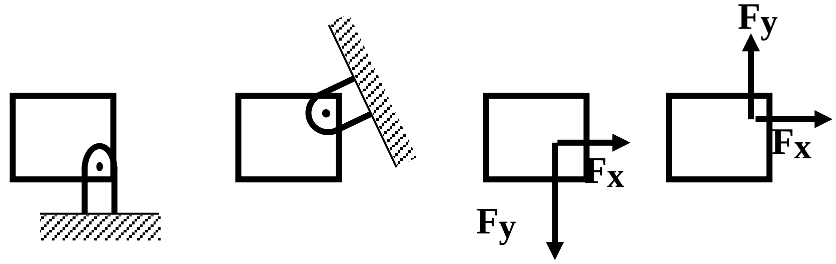


Free Body Diagram

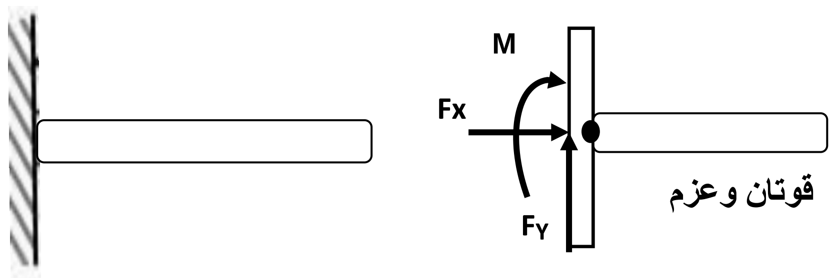
Free – body diagram and the mechanical effects

نوع الجسم الذي فصل	رسم تاثير الجسم	مخطط الجسم الحر
Earth الأرض		
Flexible cord rope , cord الأسلاك المرنة ، الحبال مهمله الوزن		قوة شد مفردة خلال السلك 
Smooth surface السطوح الناعمة (عديمة الاحتكاك)		 قوة عمودية على سطح ناعم
Roller support مسند متدحرج	 	 قوة عمودية على السطح الذي تتحرك عليه الدحراجه

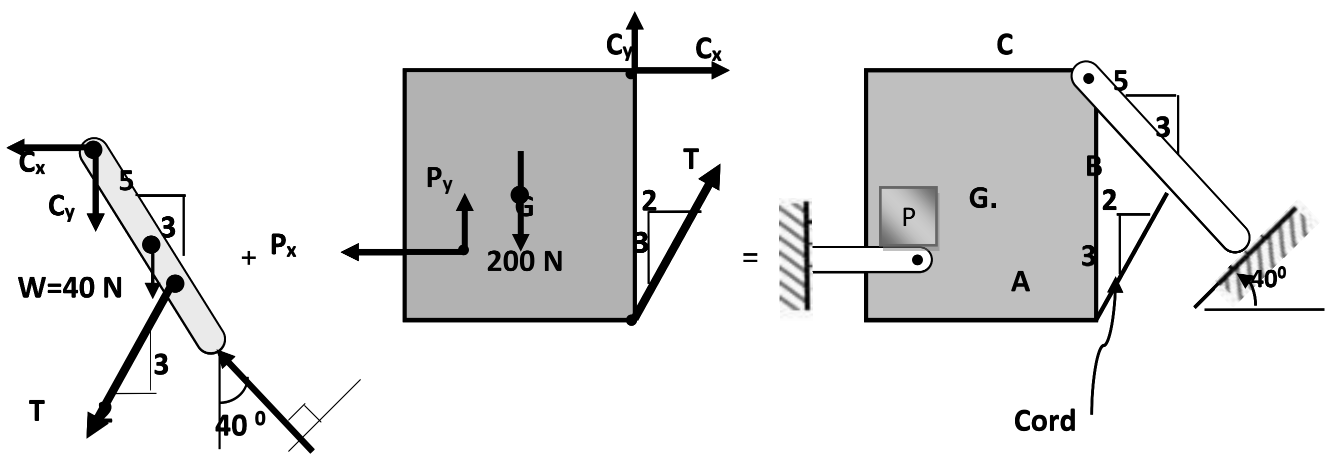
Smooth pin or hinge
مسند مفصلي او محور املس



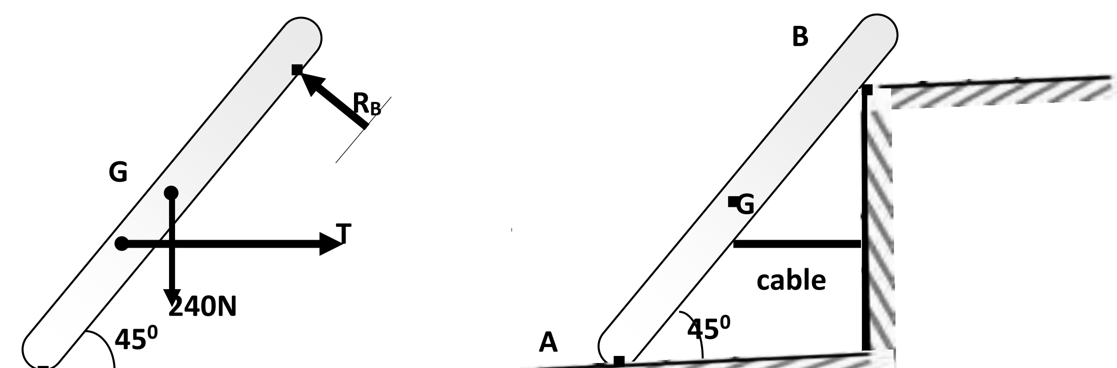
Fixed support cantilever



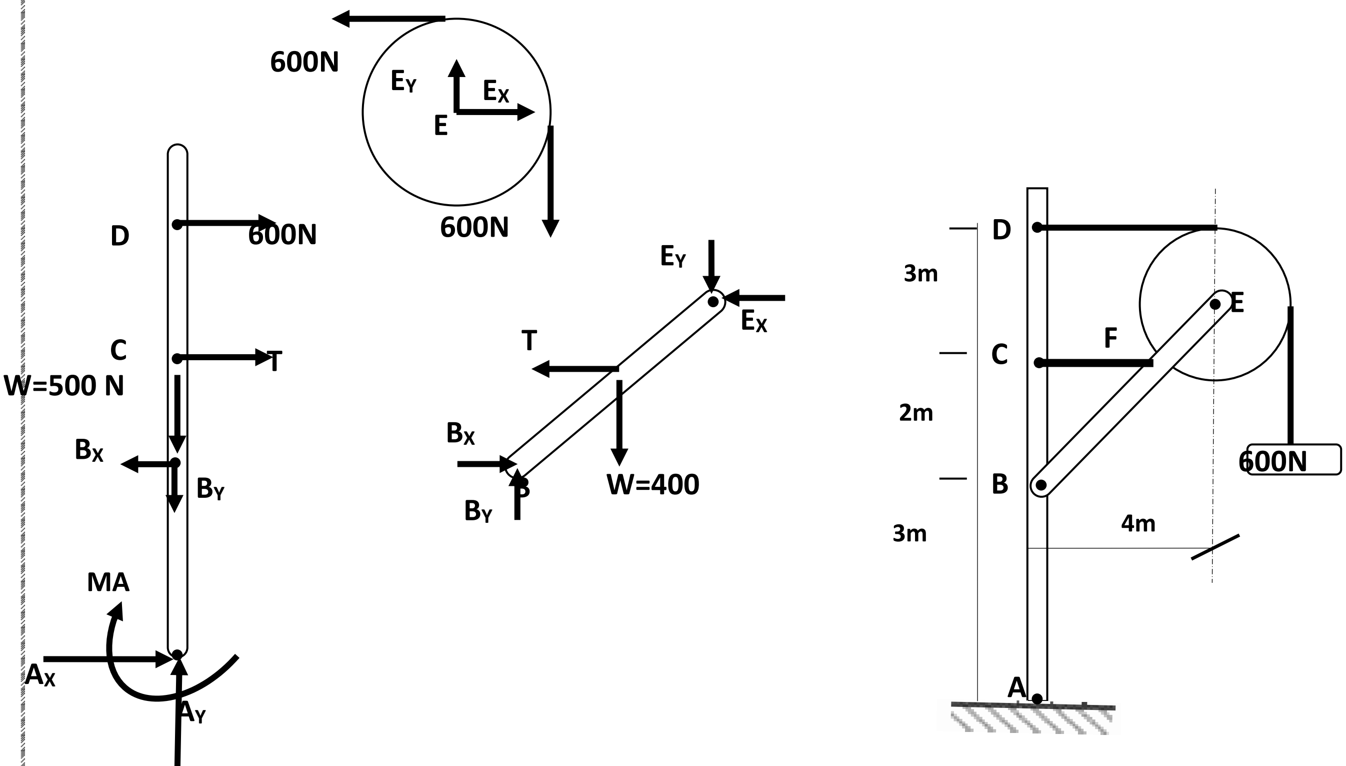
Ex 1: body A in fig (   ) weighs 200N and the bar (B) weights 40 N draw a free body diagram (F.B.D.) for each of two bodies .



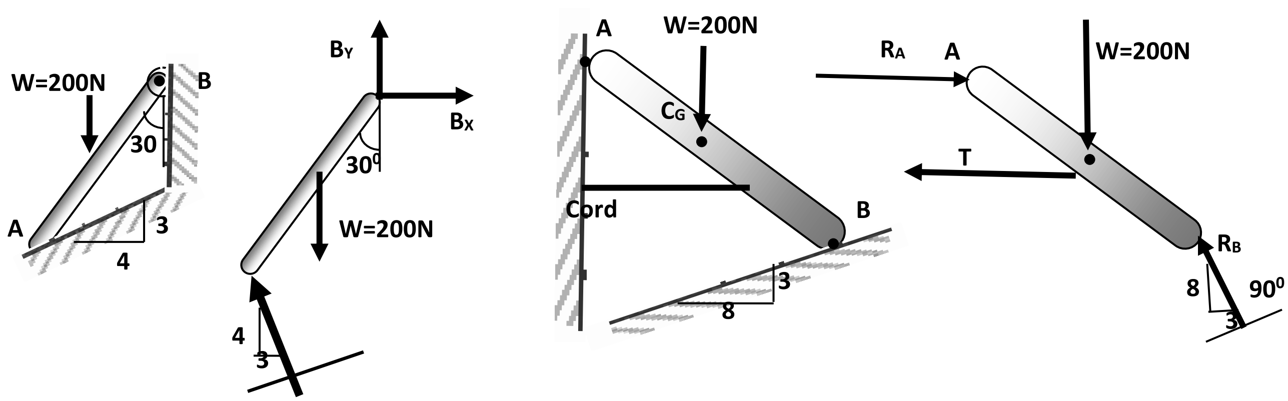
Ex 2: Draw (F.B.D) of the rod (240N) as shown in fig ( )

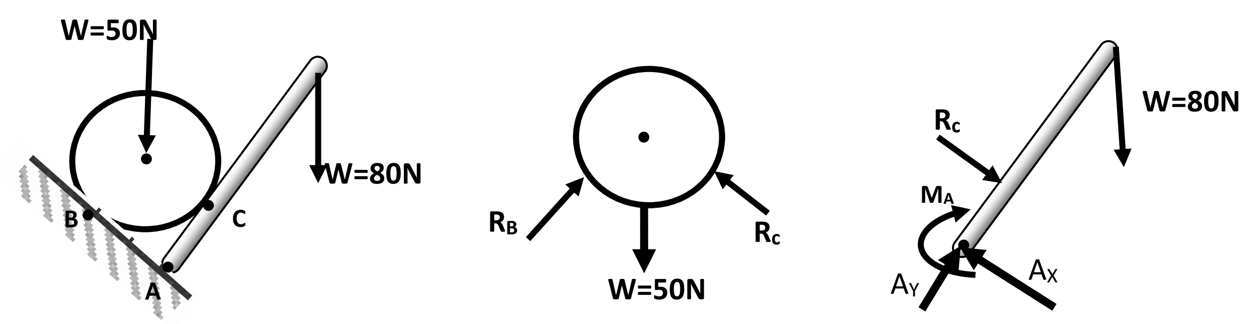


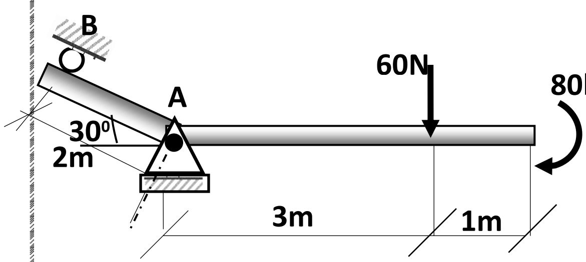
Ex3: Draw the (F.B.D) of each object in fig (   ) below the bar (AD) weights 500N and the bar (BE) weighs 400N and neglect the weight of cylinder.

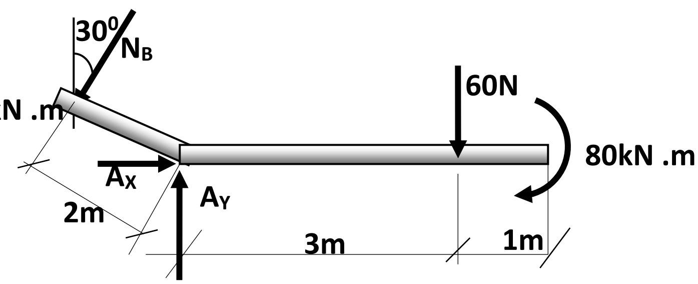


Ex4: Draw (F.B.D) of each object in fig(   )below the weight of the object are neglect except where indicated .





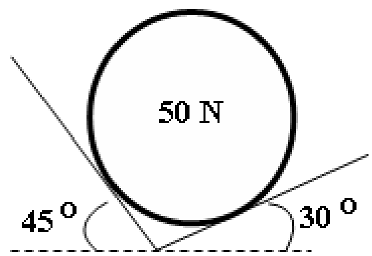




<u>Problemes</u>

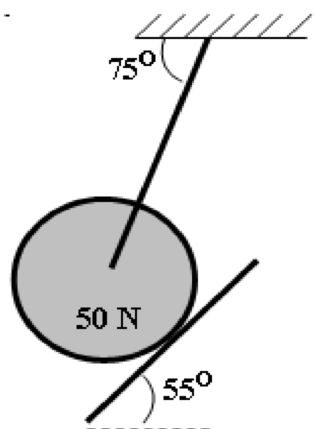
(1) : Draw Free – body diagram for the **50 N** sphere shown in fig(1)

Fig.(1)



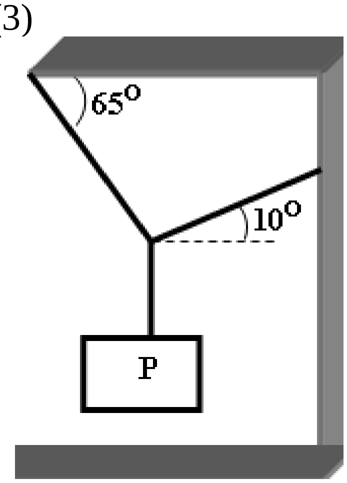
(2) : Draw Free – body diagram for the **50 N** sphere shown in fig.(2)

Fig.(2)



(3) : Draw Free – body diagram for the ropes system shown in fig.(3)

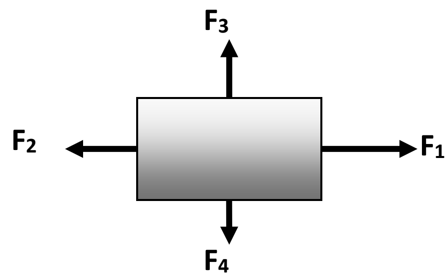
Fig.(3)



الاسبوع الحادي عشر

الاتــزان:(Equilibrium)

اذا كانت محصلة القوى المؤثرة على جسم تساوي صفر يكون في حالـة اتزان، أي ان الحالـة الحركيـة للجسم يجب ان لا تتغير او تساوي صفر .



$F_1 = F_2$ **0R** $\sum F_X = 0$ **&** $F_3 = F_4$ **OR**
$\sum F_Y = 0$

<u>قانون نيوتن الأول ينص على</u>: اذا كانـت محصلـة القوى التـي تـؤثر علـى جسم مسـاوية للصفر فـان الجسم يبقـى سـاكناً او يتحرك بسرعة ثابتة.

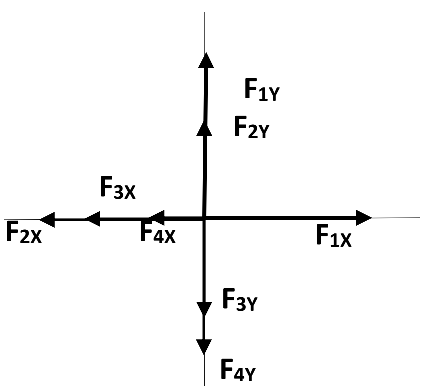
<u>الاتزان في حالة القوى المتلاقية والواقعة في مستوى واحد</u>

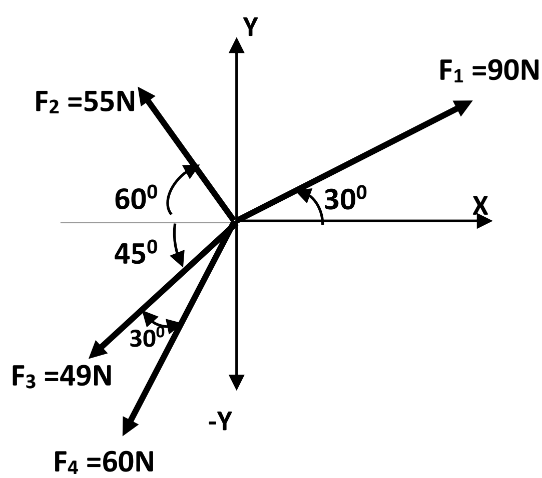
(Equilibrium of concurrent coplanar force system)

In this case must be :

$\sum F_X = 0$ & $\sum F_y = 0$ $\Longrightarrow$ R=0

Ex 1: prove that the force in fig( ) in Equilibrium.





<u>Sol :</u>

$\longrightarrow$ $\sum F_X = F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} - F_{4x}$

$= 90\cos 30 - 55\cos 60 - 49\cos 45 - 60\cos 75$

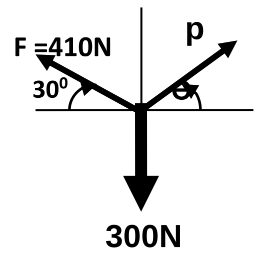
$\therefore \sum F_x = 0$

$\uparrow \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} - F_{4y} = 90\sin 30 + 55\sin 60 - 49\sin 45 - 60\sin 75$

$\therefore \sum F_y = 0$

$\because$ $\sum F_x=0$ & $\sum F_y=0$ $\therefore$ The force system in Equilibrium state

EX 2: Determine the magnitude and direction of force (p) which make the force system shown in fig. in Equilibrium state .



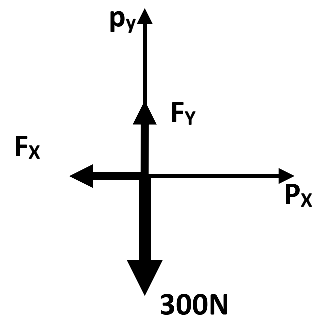
Sol:

$$\xrightarrow{+} \sum F_X = 0$$

$$P_X - 410\cos(30) = 0 \Rightarrow ....P_X = 355N \rightarrow^{+}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_Y = 0$$

$$410\sin(30) - 300 + P_Y = 0 \Rightarrow ....P_Y = +95 \uparrow^{+}$$

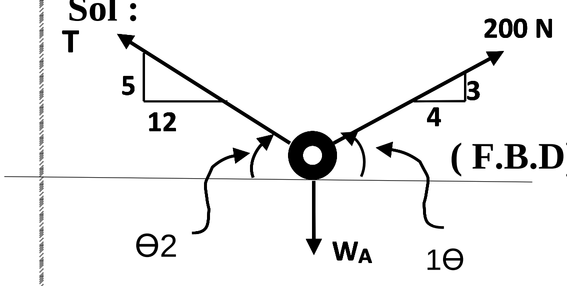


$$p = \sqrt{p_X^2 + p_Y^2} = \sqrt{(355)^2 + (95)^2} = 367.5N$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_X}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{95}{355}\right) = 15^0$$

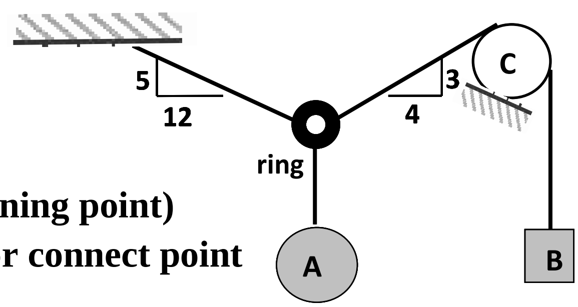
Ex 3: Determine the tension and the weighs of sphere A required to keep the system shown in fig. ( ) in equilibrium if the body (B) weighs 200N and C is a smooth drum ?

Sol :



(F.B.D) for joining point)

For connect point

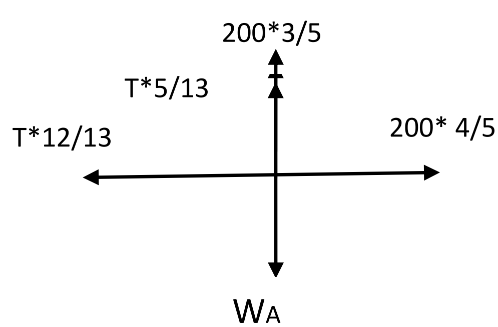


$\xrightarrow{+}$ **$\sum F_x = 0$**

$$200\cos\theta_1 - T\cos\theta_2 = 0$$

$$200\left(\frac{4}{5}\right) - T\left(\frac{12}{13}\right) = 0........... \Rightarrow T\left(\frac{12}{13}\right) = 160$$

$$T = 160 \times \left(\frac{13}{12}\right) = 173.34N$$



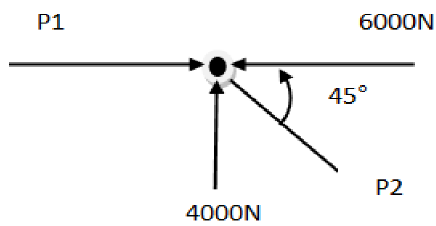
$+\uparrow$ **$\sum F_y = 0$**

$200\sin\Theta_1 + T\sin\Theta_2 - W_A = 0$

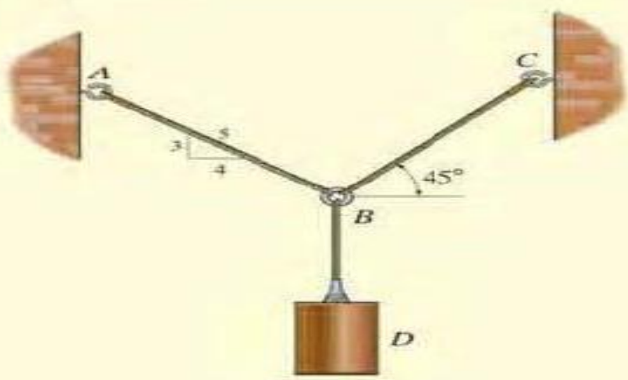
$$200\left(\frac{3}{5}\right) + 173.34\left(\frac{5}{13}\right) - W_A = 0$$

$\therefore$ 120 + 66.67 $- W_A = 0$ W_A=186.67N هذا الوزن الذي يحفظ المنظومة في حالة اتزان

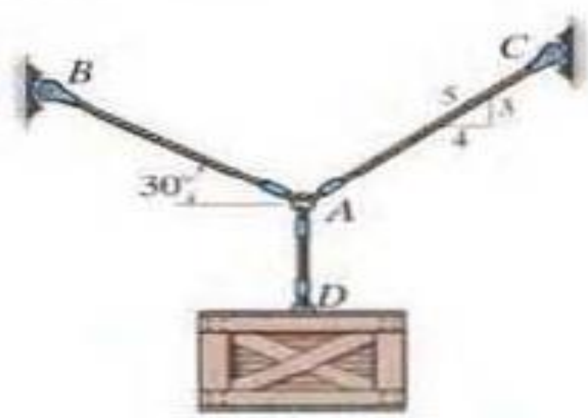
H.W//Find the force p1 and p2 to make this system in equilibrium ?



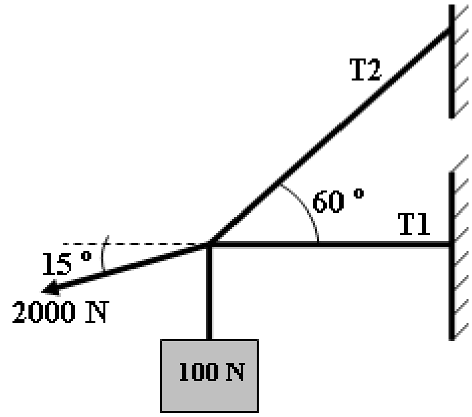
Determine the tension in cables *BA* and *BC* necessary to support the 60-kg cylinder in Fig. 3-6*a*.



F3–1. The crate has a weight of 550 lb. Determine the force in each supporting cable.



(H.W) : Determine the tension forces (**T1**) and (**T2**) in the equilibrium system shown in fig.



ثانياً : الاتزان في حالة قوى غير متلاقية وواقعة في مستوى واحد

(Equilibrium of non concurrent coplanar force system)

وبالإمكان تكون المعادلات كالأتي

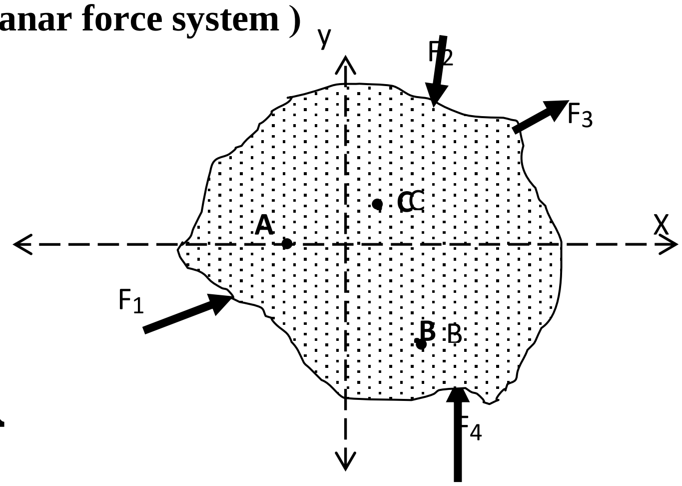
1- $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_A = 0$

2- $\sum F_x = 0$, $\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$

الصيغة الأخرى للمعادلات

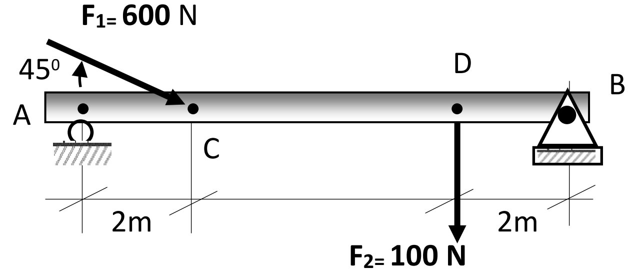
3-$\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$, $\sum M_C = 0$

حيث ان النقاط (A ، B , C) لا تقع على خط واحد



Ex1// Determine the horizontal and vertical components of reaction for beam loaded as shown in fig. neglect the weight of the beam in the calculations .

And draw (F.B.D) for the system**.** The system force is in equilibrium.



Sol.

$\overset{+}{\longrightarrow}$ $\sum F_x = 0$

∴ 600Cos 45 – Bx= 0

∴ B_x = 424.3 N ←

+ $\sum M_B$= 0

- Ay∗ 7 +600 Sin45 ∗ (5)+ 100 ∗ 2= 0

∴ Ay =331.6 N ↑

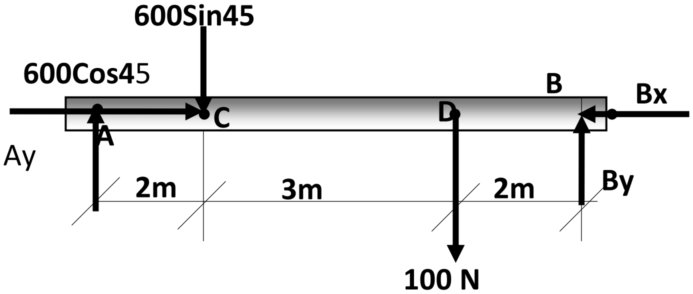
+↑$\sum$Fy = 0

Ay- 600Sin45 -100 + By = 0

331.6 - 424.3 – 100 + By=0

- 192.7 + By =0

∴ By = 192.7 N ↑



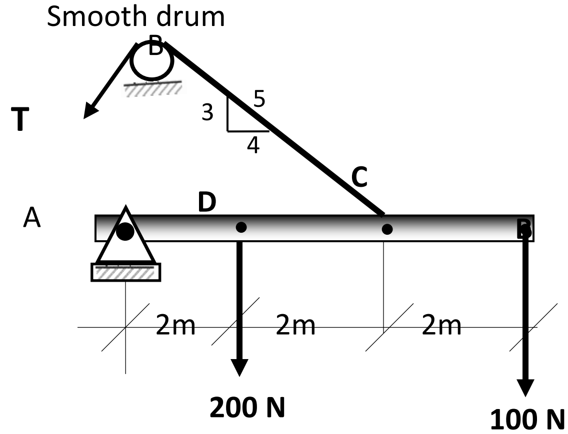
F .B .D

Ex 2: In the Fig ( ) as shown below :

1- Compute the tension T in the cable .

2- Find the horizontal and the vertical components of the reaction at (A).

The system force is in equilibrium.



Sol.

1- +$\sum M_A$ = 0

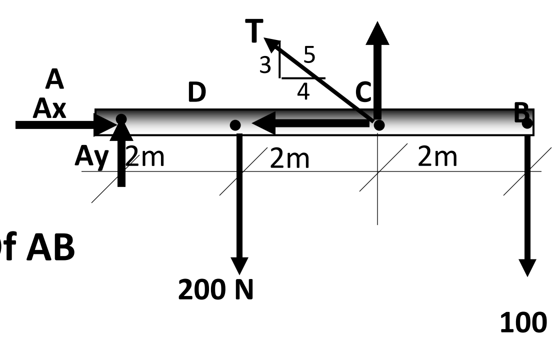
$$-200\times 2+T\times\frac{3}{5}\times 4-100\times 6=0$$

$$-400+T\times\frac{12}{5}-600=0$$

$$\therefore -100+T\times\frac{12}{5}=0$$

∴ T = 416.67 N

2- $\xrightarrow{+}$ $\sum Fx$ = 0



F .B .D Of AB

$$A_X - T \times \frac{4}{5} = 0$$

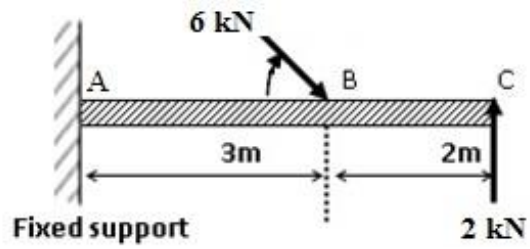
$$A_X = 416.67 \times \frac{4}{5} = 333.34N$$

$$\uparrow^{+} \sum F_Y = 0$$

$$A_Y - 200 + T \times \frac{3}{5} - 100 = 0$$

$$A_Y = 300 - 250 = 0 \qquad \therefore A_Y = 50N$$

H.W/: Draw (F.B.D) for the system and determine the reactions at point A as shown in figure The body is in equilibrium state.



الاسبوع الثاني عشر

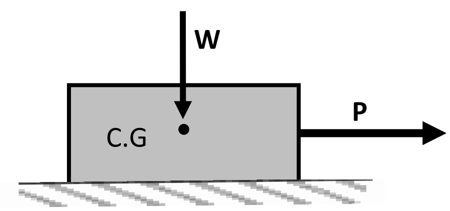
الاحتكاك (Friction)

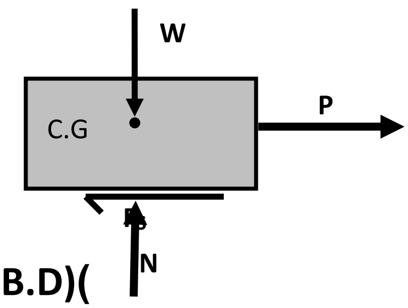
يعرف الاحتكاك **: على انه القوة المتماسة مع سطح التلامس والتي تقاوم الحركة او الشروع بالحركة بين جسمين متلامسين .**

معامل الاحتكاك : Coefficient of friction

معامل الاحتكاك السكوني: هو النسبة بين القيمة العظمى للاحتكاك (عندما يكون احد السطحين المتلامسين على وشك الحركة) ومقدار القوة العمودية بين السطحين .

(Impending motion)





F.B.D)(

$$\mu_S = \frac{F_S}{N} \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots F_S = \mu_S \times N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث μ_S معامل الاحتكاك السكوني ، **N** القوة العمودية ، **F_s** قوة الاحتكاك ، **W** قوة الوزن

معامل الاحتكاك الحركي: هو النسبة بين قوة الاحتكاك الحركي (عند شروع الجسم بالحركة) ومقدار القوة العمودية بين السطحين المتلامسين .

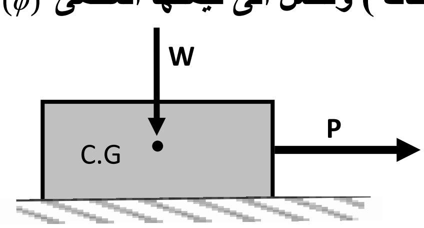
$$\mu_K = \frac{F_K}{N} \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F_K = \mu_K \times N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ملاحظة : ان قوة الاحتكاك الحركي هي دائماً اقل من قوة الاحتكاك ألسكوني

$$\mu_S > \mu_K$$

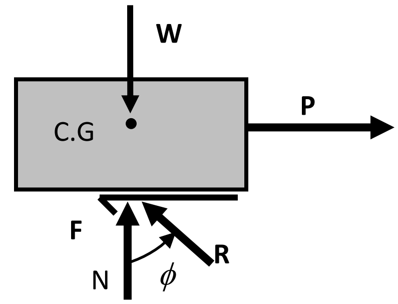
زاوية الاحتكاك :(ϕ) هي الزاوية المحصورة بين القوة العمودية (N) والمحصلة (R) (محصلة القوة العمودية N وقوة الاحتكاك) وتصل الى قيمتها العظمى (ϕ) عند الشروع بالحركة .

$$\tan\phi = \frac{F}{N} = \mu$$



impending motion الحركة الوشيكة

$$\tan\phi_S = \frac{F_S}{N} = \mu_S$$

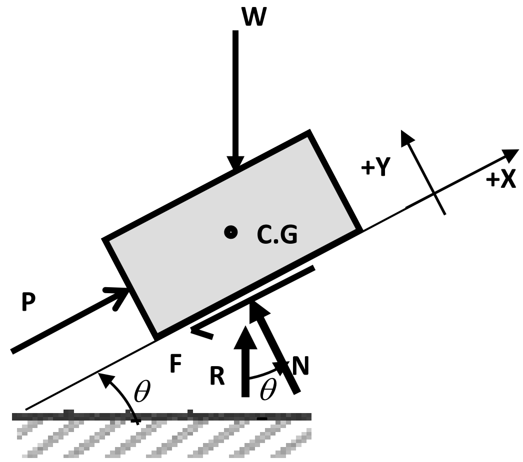


(F.B.D)

الحركة الفعلية أو الانزلاق(sliding)

$$\tan\phi_K = \frac{F_S}{N} = \mu_K$$

At impending motion
angle of friction Φ equal angle of incline(θ)



بمقارنة هذه الحالة مع الحالة اعلاه

$$\tan\theta = \frac{F_S}{N} \Rightarrow ....\tan\theta = \frac{F_S}{N} = \mu_S$$

$$\theta = \phi_S$$

اي ان زاوية الاحتكاك العظمى السكوني تساوي زاوية الاستقرار للسطح المائل θ

θ = Angle of repose **زاوية الاستقرار**

هي الزاوية التي تصبح عندها الحركة على وشك الحدوث

<u>أنواع المسائل التي تحتوي على قوة الاحتكاك :</u>

1- الحركة الوشيكة impending motion منصوص عليها في المسالة وفي هذه الحالة الجسم على وشك الحركة(وشك الانزلاق) وتكون قوة الاحتكاك مساوية للقيمة العظمى لقوة الاحتكاك ($F_{S_{max}} = \mu_S \times N$)ويمكن تطبيق معادلات الاتزان .

2- لا يشترط هنا الحركة الوشيكة وفي هذه النوع من المسائل قد يكون السؤال أتكون قوة الاحتكاك كافية للمحافظة على الجسم في حالة استقرار أو لا ؟ فيتم حل المسألة بافتراض *حالة الاتزان* واستخراج F من معادلات الاتزان ومن ثم نقارن هذه القيمة بقوة الاحتكاك

- **إذا كانت $F < F_{max}$ لا وجود للحركة الجسم مستقر .**
- **إذا كانت $F > F_{max}$ فتكون الحركة قائمة وبذلك يكون الاحتكاك حركياً هنا** μ_K

3- تكون الحركة مؤكدة في المسالة وعليه تكون قوة الاحتكاك الحركية هي المعتمدة وكذلك معامل الاحتكاك الحركي

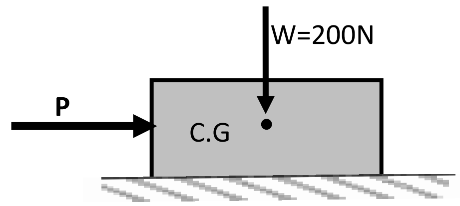
$F_K ......\&...\mu_K$

Ex1: A block of weight (200N) placed on rough surface as shown in fig.(1) , determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip (impending motion). $\mu_S = 0.2$

Sol:

$\xrightarrow{+} \sum F_X = 0$

Fig.(1)



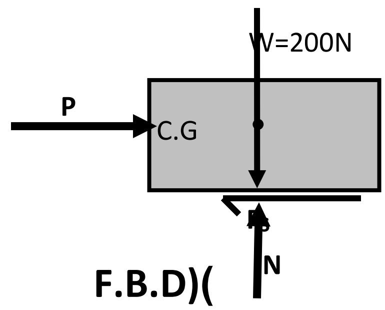
$P - F_S = 0$

$P = F_S \dots\dots\dots\dots(1)$

$F_S = F_S \max = \mu_S \times N \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(1)^-$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \Longrightarrow N - W = 0$

$N = W = 200\ N \uparrow \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots(2)$



F.B.D)(

نعوض في المعادلة $(1)^-$ نحصل على

$F_{max} = 0.2 * 200 = 40N$

$P = F_s$ **من معادلة رقم1**

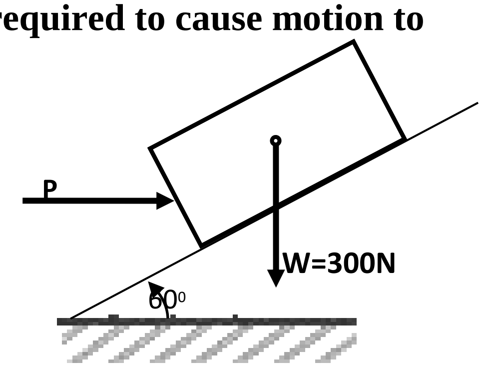
$\therefore P = 40\ N$

Ex2: A block weighs (300 N) is placed on inclined surface as shown in fig (2) determine the horizontal force (P) required to cause motion to impend up the plane , if $\mu_S = 0.2$

Sol :

$+\nwarrow \sum \mathbf{F_y = 0}$

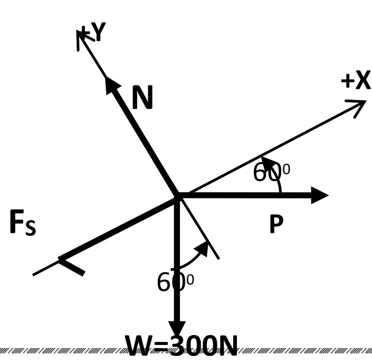
Fig.(2)

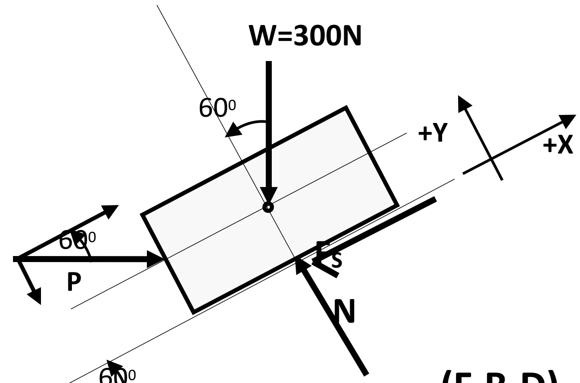


$N - 300\cos 60 - P * \sin 60 = 0$

$N - 150 - 0.866\ P = 0$

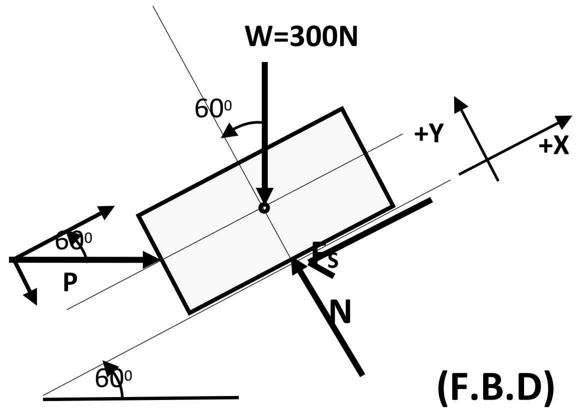
$N = 150 + 0.866\ P \dots\dots\dots\dots\dots(1)$





(F.B.D)

$$F_S \max = \mu_S \times N$$



(F.B.D)

$\therefore F_S = 0.2 * (150 + 0.866\,P)$ ….(2)

$+ \quad \sum F_X = 0$

$P * \cos 60 - 300 \sin 60 - F_s = 0$

$0.5\,P - 0.866 * 300 - F_S = 0$ ……………(**3**)

$0.5P - 0866 * 300 - 0.2 * 150 - 0.2 * 0.866P = 0$

نعوض معادلة (2) في معادلة (3) عن قيمة F_s

$0.5P - 259.8 - 30 - 0.1732\,P = 0$

$0.3268\,P = 289.8$

$\therefore\ P = 886.8$ N

Ex3 : Find the value of the force (P) required to have the block as shown in fig.(3) impending motion up to the plane , $\mu_S = 0.4$

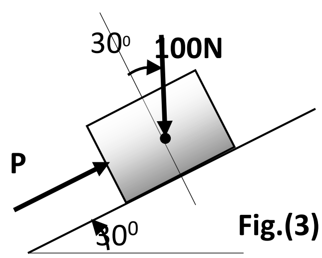


Fig.(3)

<u>Sol</u> :

هذه المسألة تصنف من النوع الاول الحركة الوشيكة وقوة الاحتكاك قيمة عظمى

$+ \quad \sum F_y = 0$

$N - 100 \cos 30 = 0$

$\therefore\ N = 100 \cos 30 = 86.6$ N

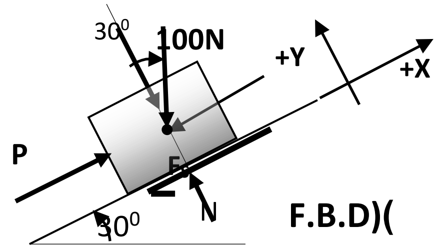
$+ \quad \sum F_X = 0$

$P - 100 \sin 30 - F_s = 0$

but $F_s = F\max = \mu_S \times N$

$\therefore\ F_s = 0.4\,(86.6) = 34.64$ N

$\therefore\ P - 50 - 34.64 = 0$



F.B.D)(

P -84.64 = 0 $\Longrightarrow$ P= 84.64 وهذه اقل قوة تحرك الجسم إلى الأعلى حركة وشيكة

Ex$_4$)A block weighs 200 N is placed on inclined surfaces in fig.(4).

Determine the friction force. $\mu_s = 0.2$

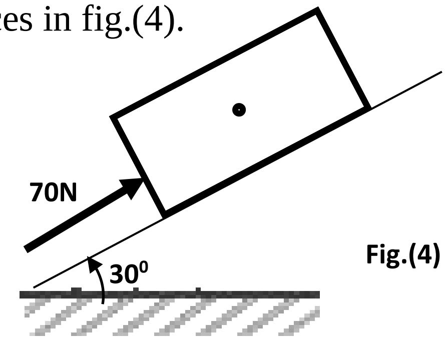


Fig.(4)

Sol.

a-Draw F.B.D of the body.

b-Assume the body is in equilibrium state.

W_X=200sin30= 100N ,W_Y=200cos30=173.2N

$\nearrow \sum F_X = 0$

70−100 − F= 0 $\Rightarrow$ F= −30N

$\therefore F = 30N$ (the body downward the plane).

To check this result.

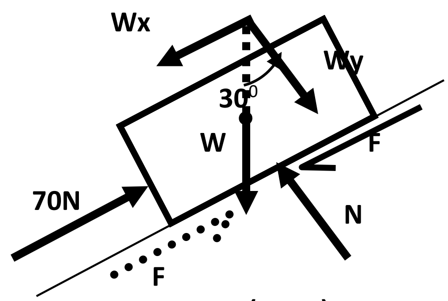
$\nwarrow \sum F_Y = 0$

N−173.2= 0 $\Rightarrow \therefore N = 173.2N$

$$F_{max.} = \mu_s \times N = 0.2 \times 173.2 = 34.64N$$

$$\therefore F < F_{max.}$$

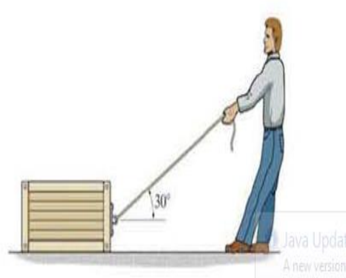
$\therefore 30N < 34.64N$ (the body is in equilibrium state)



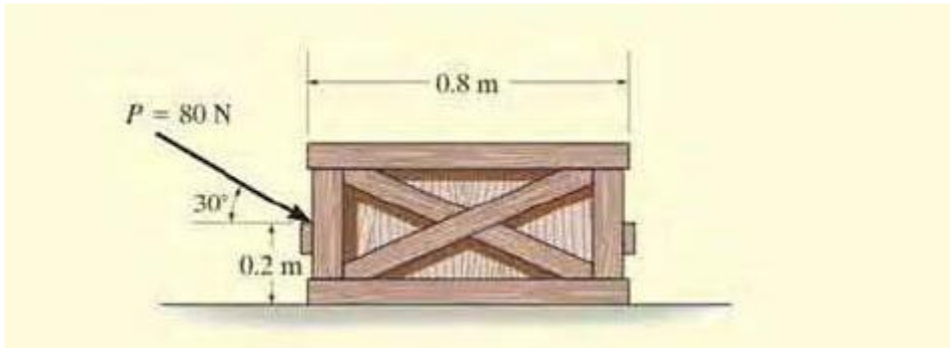
(F,B.D)

Problems

H.W//A block of weight (200N) placed on rough surface as shown in fig, determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip (impending motion). $\mu_S = 0.2$

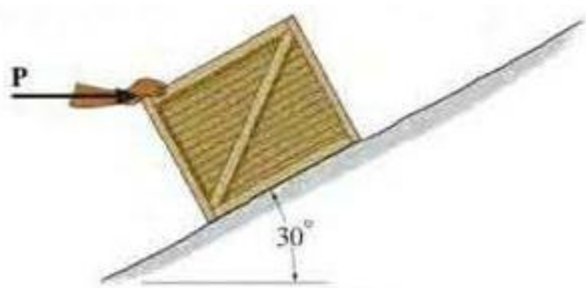


H.W//A block of weight (250N) placed on rough surface as shown in fig. , determine the friction force between the surface and the block(impending motion**).** $\mu_S = 0.2$



H.W//A block of weight (150N) placed on rough surface as shown in fig , determine the magnitude of force (p) which makes the block to start slip

(impending motion). $\mu_S = 0.3$

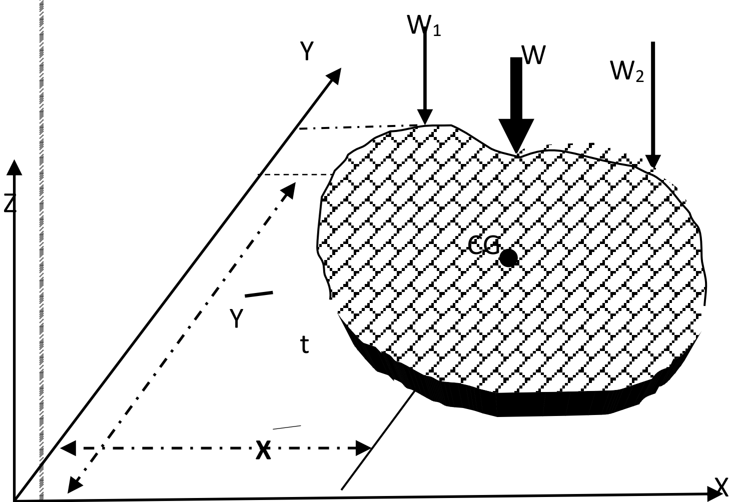


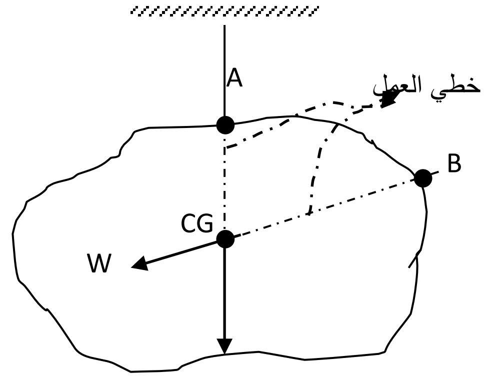
الاسبوع الثالث عشر

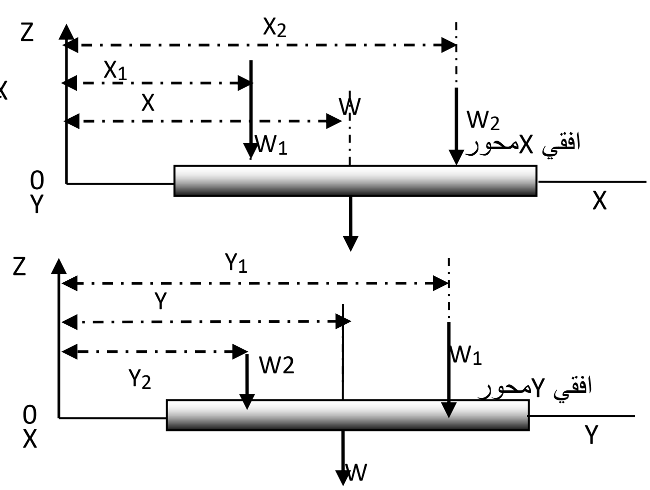
المركز ومراكز الثقل : (Centroids & center of gravity)

C. G : (Center Gravity) مركز الثقل (مركز الجذب الارضي) هي النقطة التي تمر بها محصلة قوى الجذب الأرضي المؤثرة على الجسم، وهي النقطة التي يمكن تمثيل وزن الجسم عندها.

تعيين مركز الثقل: هي عبارة عن تعيين النقطة التي تمر بها محصلة قوى الجذب الأرضي المؤثرة على الجسم وتحليلياً يتم تعيين موقع المحصلة بتطبيق القاعدة الأساسية للعزوم.







عزم المحصلة لأي محور = مجموع عزوم مركباتها للمحور نفسه

$$W.\bar{X} = w_1.x_1 + w_2.x_2 + w_3.x_3 + \dots\dots\dots\dots + w_n.x_n$$

$$W.\bar{Y} = w_1.y_1 + w_2.y_2 + w_3.y_3 + \dots\dots\dots\dots + w_n.y_n$$

$$W.\bar{z} = w_1.z_1 + w_2.z_2 + w_3.z_3 + \dots\dots\dots\dots + w_n.z_n$$

Or

$$X^{-} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * x_i}{W} \qquad Y^{-} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * y_i}{W} \qquad z^{-} = \frac{\sum_{I=1}^{n} w_i * z_i}{W}$$

$Z^{-}, Y^{-}, X^{-} =$ إحداثيات مركز ثقل الجسم

z_1, y_1, x_1 ، z_2, y_2, x_2 ، z_3, y_3, x_3 إحداثيات العناصر المكونة للجسم

W = الوزن الكلي للجسم

w_1 , w_2 , w_3 .... w_n : أوزان كل عنصر من العناصر المكونة للجسم

ملاحظة(1) :

محور التناظر هو المحور الذي يقسم الجسم (المساحة) الى قسمين متناظرين (متشابهين) على جانبيه **و**يكون مركز ثقل الجسم يقع على محور التناظر ، وإذا كان للجسم محوري تناظر فمركزالثقل يقع على خط تقاطع هذين المحورين وهكذا ....

ملاحظة(2): يطلق مصطلح المركز (Centroid) عندما تكون الحسابات تتعلق بالشكل الهندسي (اي مركز ثقل المساحات عديمة الكتلة كالمثلث و الدائرة والمربع ....) بينما مركز الثقل فهو يخص الجسم الحقيقي .

<u>مراكز المساحات</u> (Centroids of areas)

$$A.X^{-} = \sum_{i=1}^{n} a_i * x_i$$

$$A.Y^{-} = \sum_{i=1}^{n} a_i * y_i$$

حيث (A) المساحة الكلية و(a)مساحة الجزء

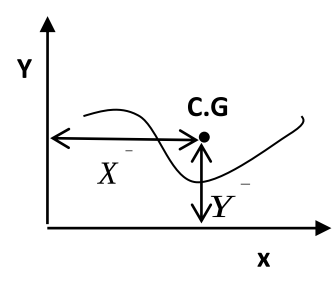
Or $X^{-} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * x_i}{A}$, $Y^{-} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * y_i}{A}$

$$A.X^{-} = a_1.x_1 + a_2.x_2 + a_3.x_3 + ... + a_n.x_n$$

$$A.Y^{-} = a_1.y_1 + a_2.y_2 + a_3.y_3 + ... + a_n.y_n$$

<u>مراكز الخطوط</u>(Centroids of lines)

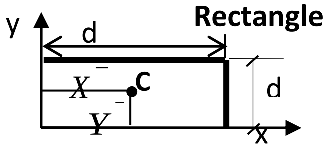
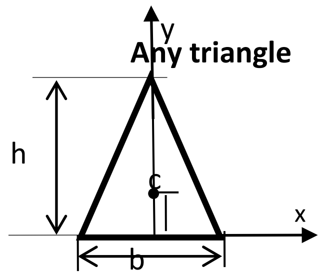
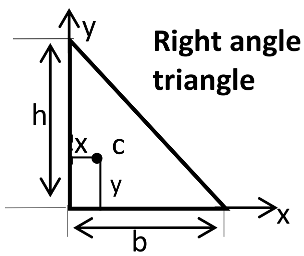
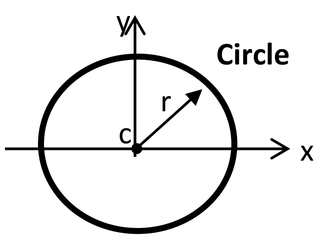
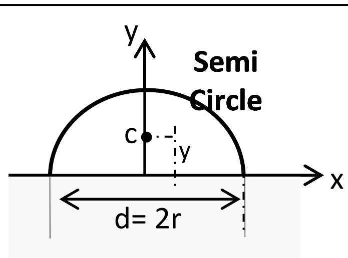
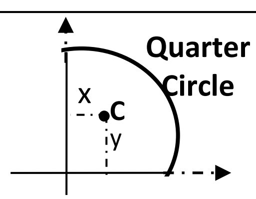
$X^{-} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i * x_i}{L}$, $Y^{-} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i * y_i}{L}$

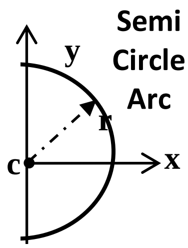
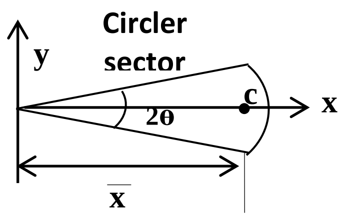
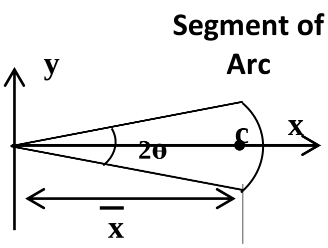


$$L.X^{-} = l_1.x_1 + l_2.x_2 + l_3.x_3 + ... + l_n.x_n$$

$$L.Y^{-} = l_1.y_1 + l_2.y_2 + l_3.y_3 + ... + l_n y_n$$

مراكز الأشكال الهندسية الشائعة

Shape	Area or length	$\bar{X}$	$\bar{Y}$
 Rectangle	bd	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}d$
 Any triangle	$\frac{bh}{2}$	**0**	$\frac{1}{3}h$
 Right angle triangle	$\frac{bh}{2}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$
 Circle	$\mathbf{r^2\pi}$	**0**	**0**
 Semi Circle	$\frac{\mathbf{r^2\pi}}{\mathbf{2}}$	**0**	$\frac{\mathbf{4r}}{\mathbf{\pi\ 3}}$
 Quarter Circle	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\mathbf{r^2\pi}$	$\frac{\mathbf{4r}}{\mathbf{\pi\ 3}}$	$\frac{\mathbf{4r}}{\mathbf{\pi\ 3}}$

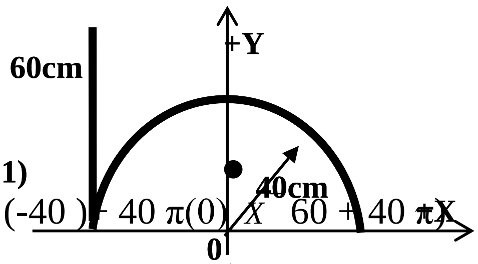
Shape	Area or length	$\bar{x}$	$\bar{y}$
	$r\pi$	$\frac{2r}{\pi}$	0
	$r\theta^2$	$\frac{r\sin\theta 2}{3\theta}$	0
	$2r\theta$	$\frac{r\sin\theta}{\theta}$	0

Ex_1= a Homogenous wire of uniform cross section is bent into the form shown in fig. (1) below , Determine the location of the centroid of the wire with respect to the given axis's , centroid of curved shape is $2r/\pi$ **.**

Sol :

$$L * \bar{X} = \sum_{i=1}^{n} l_i * x_i = l_1 * x_1 + l_2 * x_2$$

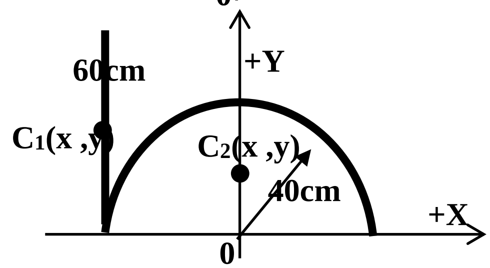
$(L_1 + L_2) * \bar{X} = L_1 * x_1 + L_2 * x_2$



Fig(1)

$(60 + 40\pi)\,\bar{X} = 60\,(-40) + 40\,\pi(0)$

$(185.66) * \bar{X} = -2400 \Longrightarrow \bar{X} = -12.927$ cm



$$L * \bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} l_i * y_i = l_1 * y_1 + l_2 * y_2$$

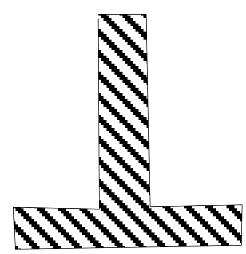
$(L_1 + L_2) * \bar{Y} = L_1 . y_1 + L . y_2$

$(60 + 40\pi).\ \bar{Y} = 60 * 30 + 40\pi * \frac{80}{\pi}$

$(185.66) * \bar{Y} = 5000 \Longrightarrow \bar{Y} = \frac{5000}{185.6} = 26.93$ cm

C (12.927, 26.93) cm

(Centroids of Composite Figures) **<u>مراكز الأشكال المركبة</u>**



$$\bar{X} = \frac{a_1 * x_1 + a_2 * x_2 + \dots\dots\dots a_n * x_n}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * x_i}{A}$$

$$\bar{Y} = \frac{a_1 * y_1 + a_2 * y_2 + \dots\dots\dots a_n * y_n}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i * y_i}{A}$$

A= Total Area , x_1 , y_1 ……. Coordinate of elements Area

$\bar{X}$, $\bar{Y}$,,,,,,,,,Coordinate of total Area

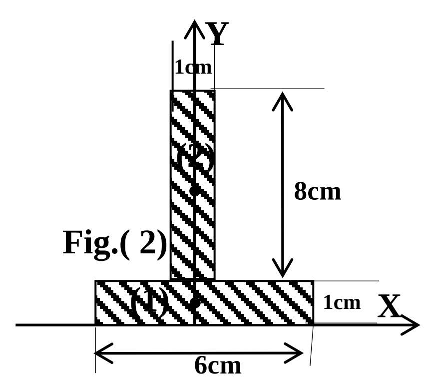


Fig.(2)

<u>Ex</u>$_2$: Locate the centroid of the T section as shown in fig.(2) below **:**

$$\bar{Y} = \frac{a_1 * y_1 + a_2 * y_2}{A} = \frac{(1*6)*0.5 + (1*8)*5}{(1*6)+(1*8)} = 3.07cm$$

$$\bar{X} = \frac{a_1 * x_1 + a_2 * x_2}{A} = \frac{(1*6)*0 + (1*8)*0}{(1*6)+(1*8)} = 0$$

$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(0, 3.07)cm$$

<u>أو نعمل جدول للحل</u> و مركز الثقل يقع على المحور y وهذا يعني x=0

Ex3 : Locate the centroid of the shaded area as shown in fig.(3):

Shape or segment	area cm^2	x (cm)	$a.x(cm^3)$	y(cm)	$a.y\ (cm)^3$
Rectangle 1	36 cm^2	2	72	4.5	162
Triangle 2	27 cm^2	6	162	3	81
Total	$\sum a=63cm^2$		$\sum a.x=234$		$\sum a.y=243$

$$X^{-}=\frac{\sum a_i * x_i}{A}=\frac{234}{63}=3.71cm$$

$$Y^{-}=\frac{\sum a_i * y_i}{A}=\frac{243}{63}=3.085cm$$

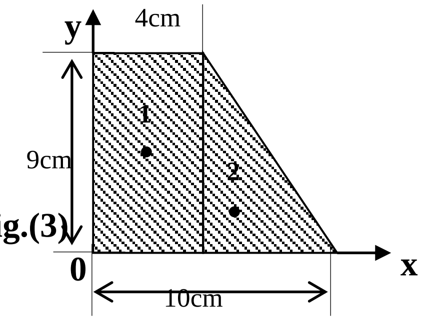


Fig.(3)

$$\therefore C(X^{-},Y^{-})=C(3.71,3.85)cm$$

Ex4: locate the centroid of shaded area as shown in fig.(4)**:**

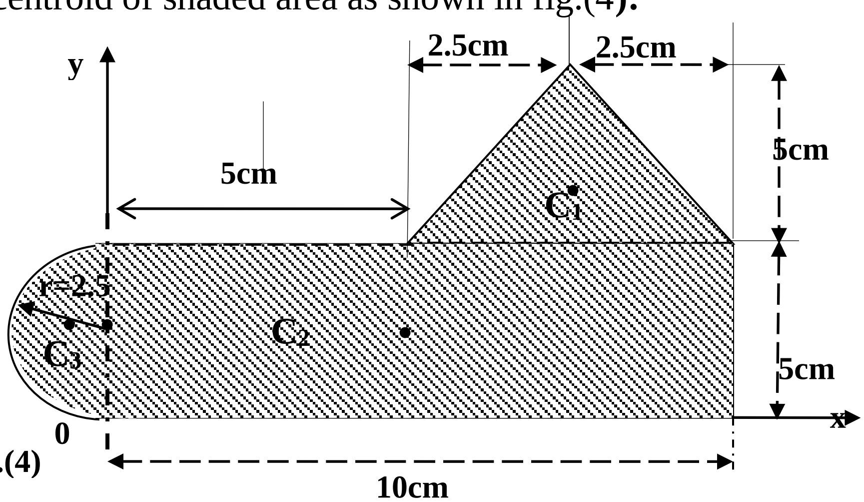


Fig.(4)

Segment	$a(cm)^2$	x (cm)	$a.x\ (cm^3)$	y (cm)	$a.y(\ cm)^3$
1	(5*5) / 2=12.5	7.5	93.75	6.67	83.375
2	5 *10 = 50	5	250	2.5	125
3	$(r^2)/2=9.82\ \pi$	$-4r/3\pi$ = -1.06	-10.42	2.5	24.55
	$\sum$ a =72.32		$\sum$ a.x =333.33		$\sum$a.y=232.925

$$X^{-}=\frac{\sum a_i * x_i}{A}=\frac{333.33}{72.32}=4.6cm$$

$$Y^{-} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{243232.925}{72.32} = 3.22cm$$

$$\therefore C(X^{-}, Y^{-}) = C(4.6, 3.22)cm$$

Ex $_5$: Locate the centroid of shaded area as shown in fig.(5):

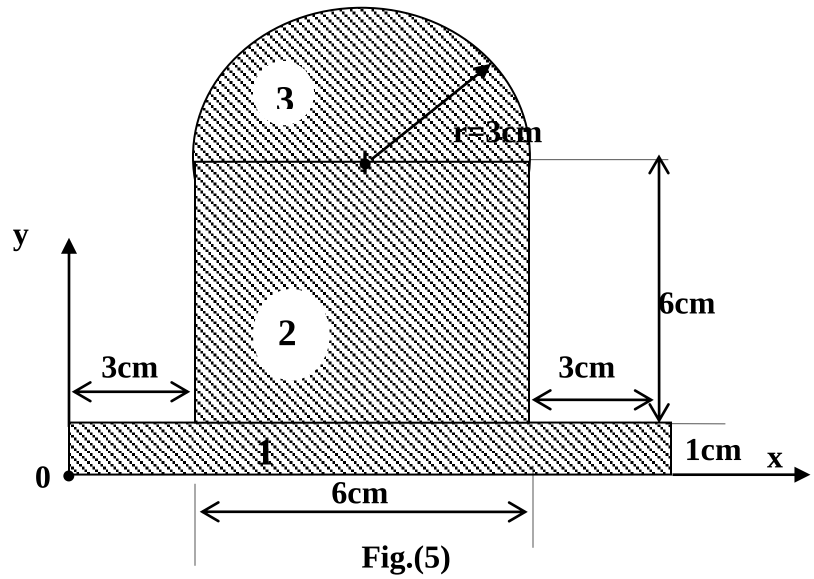


Fig.(5)

Segment	a(cm)^2	x (cm)	a. x (cm^3)	y (cm)	a.y(cm)^3
1	**1*12=12**	**6**	**72**	**0.5**	**6**
2	**6 *6 = 36**	**3+3=6**	**216**	**3+1=4**	**144**
3	$\frac{\pi}{2}$ **(3)^2=14.13**	**3+3=6**	**84.78**	**[4.(3) / 3 π]+7=8.27**	**146.855**
	$\sum$ **a =62.13=A**		$\sum$ **a.x =372.78**		$\sum$ **a.y =266.855**

$$X^{-} = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{372.78}{62.13} = 6cm$$

$$Y^{-} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{266.855}{62.13} = 4.295cm$$

$$\therefore C(X^{-}, Y^{-}) = C(6, 4.295)cm$$

Ex$_6$: Locate the centroid of the shaded area for the fig(6) below:

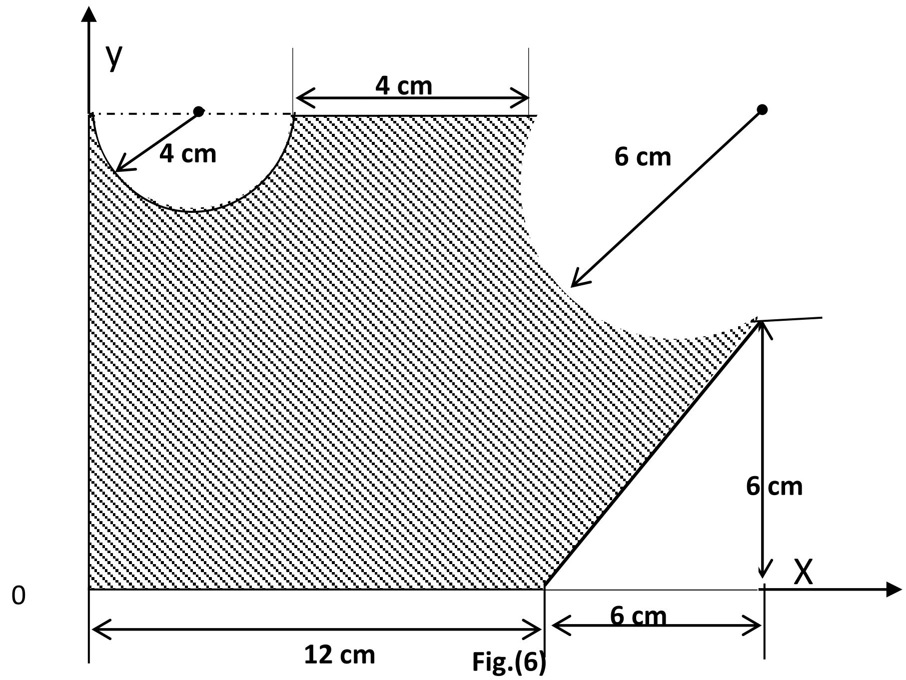


Fig.(6)

Segment	a(cm)^2	x (cm)	a.x(cm)^3	y(cm)	a.y(cm)^3
Rectangle	**18*12=216**	**9**	**1944**	**6**	**1296**
Semi circle	π **r^2 /2 = -25.1**	**4**	**-100.4**	**12- 4r/3π =10.3**	**-258.53**
Quarter circle	π r^2/4= **-28.27**	**15.45**	**-435.7**	**12- 4r/3π =9.45**	**- 266.49**
Triangle	**6 *6 /2 =-18**	**16**	**-288**	**2**	**-36**
	$\sum$ **a =144.63**		$\sum$ **a.x =1119.9**		$\sum$ **a.y =734.98**

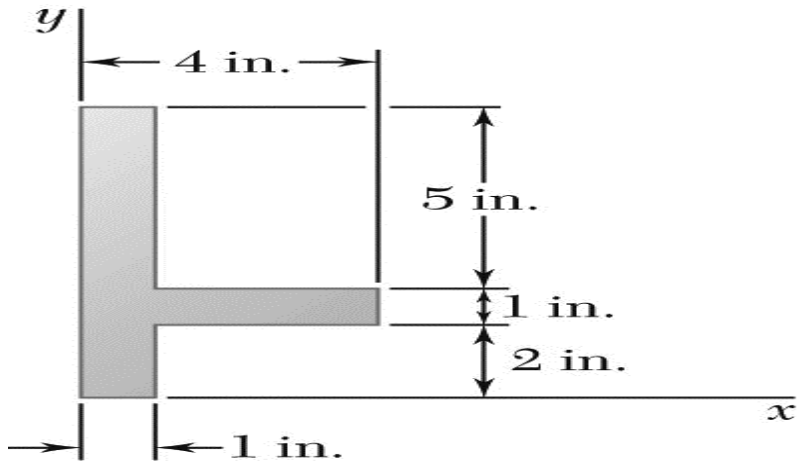
$$\bar{X} = \frac{\sum a_i * x_i}{A} = \frac{1119.9}{144.63} = 7.7cm$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum a_i * y_i}{A} = \frac{734.98}{144.63} = 5.08cm$$

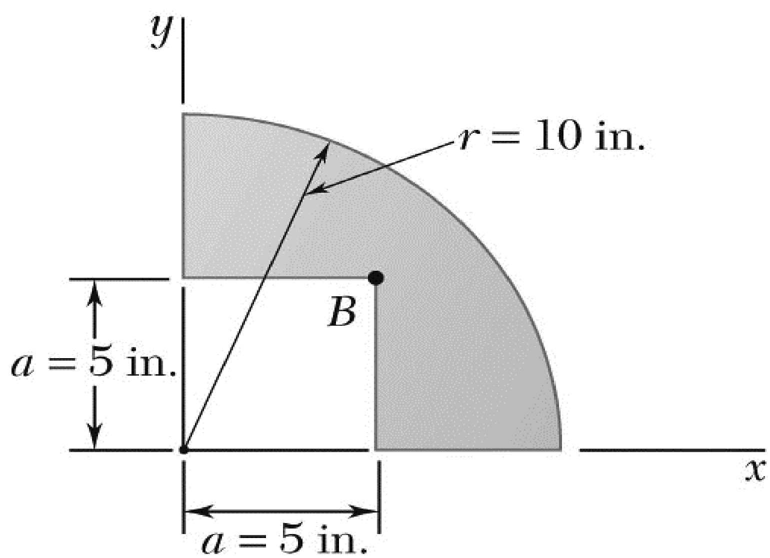
$$\therefore C(\bar{X}, \bar{Y}) = C(7.7, 5.08)cm$$

Problems

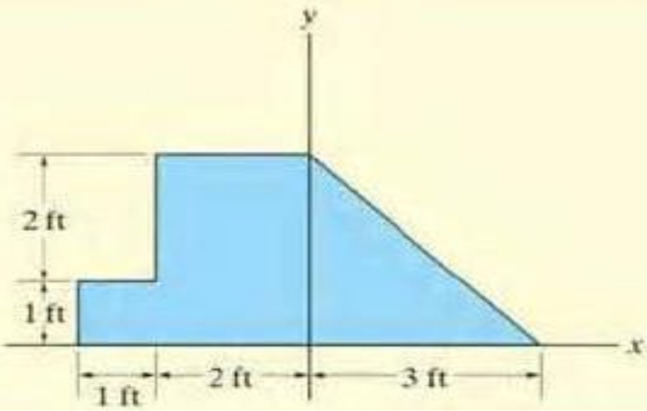
H.W//Locate the centroid of the plane area shown.



Locate the centroid of the plane area shown.

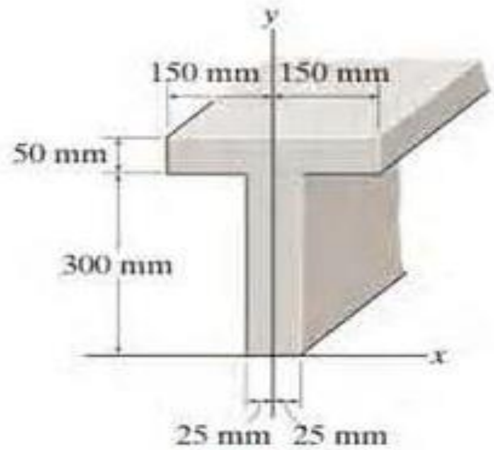


Locate the centroid of the plate area shown in Fig. 9–17*a*.

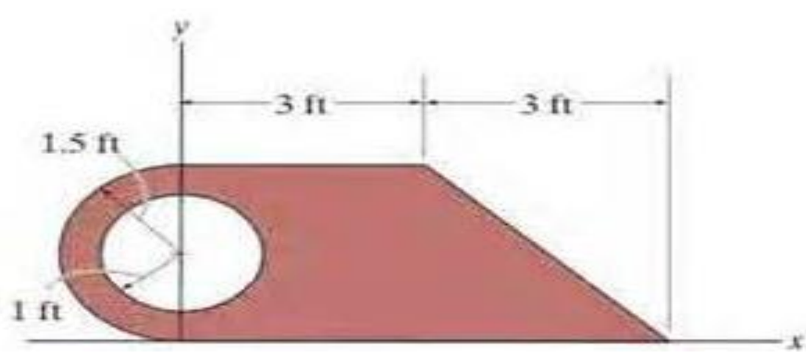


F9–7

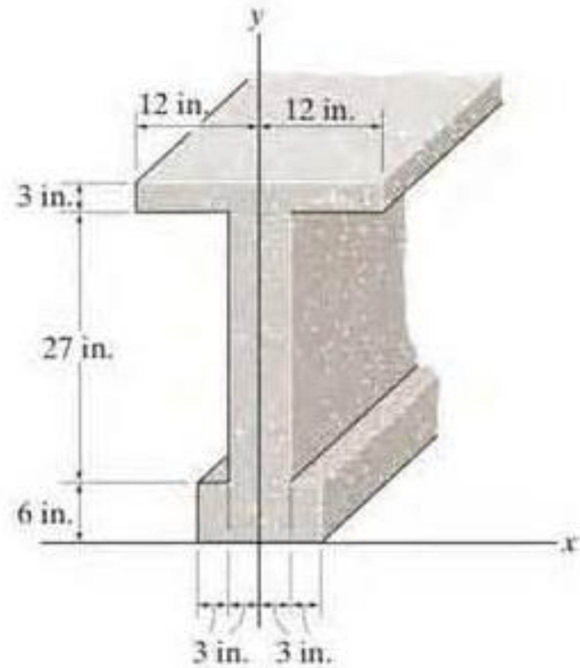
F9–8. Locate the centroid $\bar{y}$ of the beam's cross-sectional area.



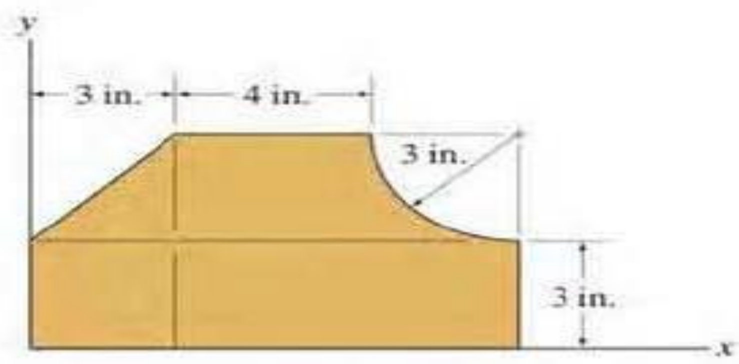
***9–60.** Locate the centroid $(\bar{x}, \bar{y})$ of the composite area.



*9–52. Locate the centroid $\bar{y}$ of the cross-sectional area of the concrete beam.



9–59. Locate the centroid $(\bar{x}, \bar{y})$ of the composite area.



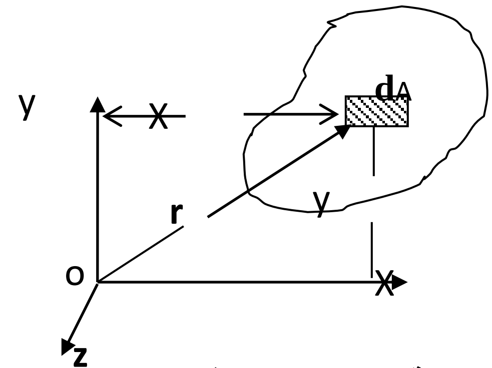
الاسبوع الرابع-الخامس عشر

عزم القصور الذاتي : (Moment of Inertia)

وهو يسمى أيضاً بالعزم الثاني للمساحة وهي خاصية الجسم للاحتفاظ بحالته الحركية دون تغيير في حالة انعدام القوى الخارجية المؤثرة عليه .

$$I_x = \int y^2 dA = y^2 . A \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$I_y = \int x^2 dA = x^2 . A \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$



إن الوحدات المستخدمة لعزم القصور الذاتي هي : mm^4 أو cm^4 أو m^4

ملاحظة **: في حالة كون عزم القصور الذاتي حول محور عمودي على مستوى المساحة يدعى حينئذ بعزم القصور القطبي Polar moment of Inertia**

$$J_z = \int r^2 \, dA = \int (x^2 + y^2)\, dA = \int x^2 dA + \int y^2 dA$$

$$\therefore J_z = I_x + I_y \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

نظرية المحاور المتوازية (معادلة نقل عزم القصور الذاتي) Parallel – axis theorem for an area

$$I_x = I_{xc} + A * d^2 y$$

$$I_y = I_{yc} + A * d^2 x$$

$$J_z = J_{zc} + A * d^2$$

I_x: عزم القصور الذاتي حول المحور x

I_{x_c} : عزم القصور حول المحور الافقي المار بمركز المساحة c

I_y: عزم القصور الذاتي حول المحور y

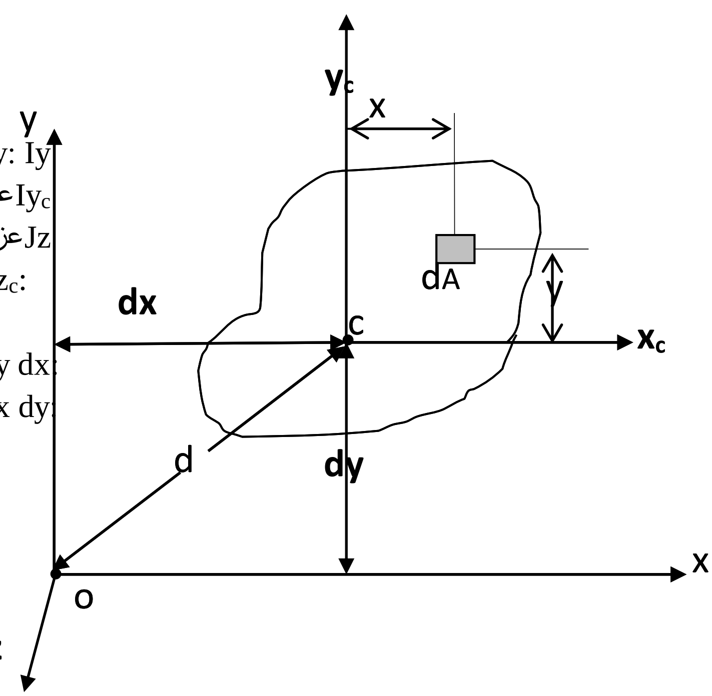
I_{y_c}: عزم القصور الذاتي حول المحور العمودي المار بمركز المساحة

J_z: عزم القصور القطبي حول محور عمودي على المساحة

J_{z_c}: عزم القصور القطبي حول محور عمودي يمر بمركز المساحة C

dx: هو البعد بين المحور y والمحور y_c المار بمركز المساحة

dy: هو البعد بين المحور x والمحور x_c المار بمركز المساحة

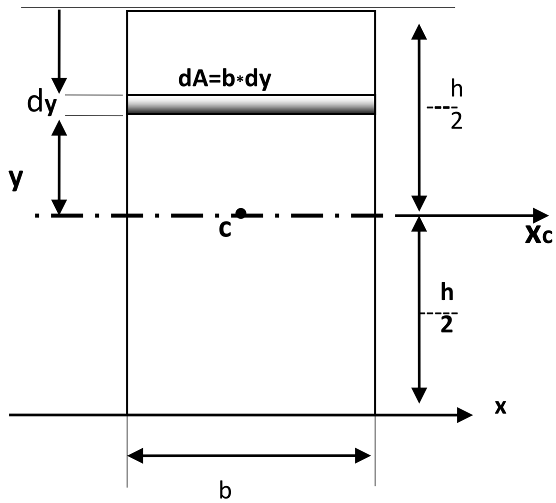


<u>إيجاد عزم القصور الذاتي لمساحة معينة بواسطة التكامل</u>

Moments of Inertia for an area by integration

Ex_1 : Determine the Moments of Inertia for the rectangular area shown in fig.( ) with respect to (a) the Xc axis.
(b) the X axis passing through the base of rectangular.

Sol: <u>a</u>



$$Ix_c = \int y^2 * dA$$

$$\therefore Ix_c = \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 * (b * d_y)$$

$$\therefore Ix_c = 2b\int_0^{\frac{h}{2}} (y^2 * dy) = 2b\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{\frac{h}{2}}$$

$$Ix_c = \frac{bh^3}{12}$$

.

b $Ix = Ix_c + A * d^2$ يمكن الاستفادة من الفرع الأول وباستخدام معادلة نقل عزم القصور الذاتي .

$$Ix = \frac{bh^3}{12} + bh(\frac{h}{2})^2$$

$$\therefore Ix = \frac{bh^3}{3}$$ **الجواب**

<u>H.w</u>

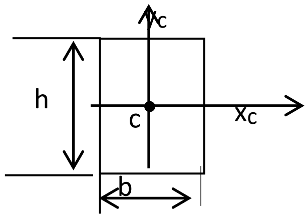
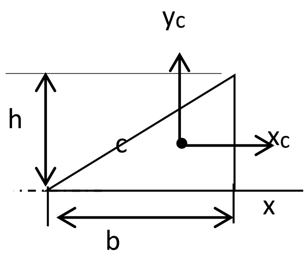
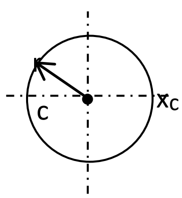
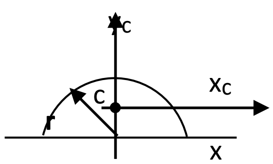
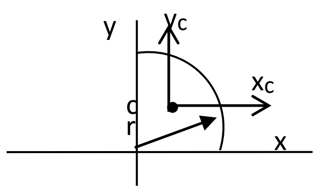
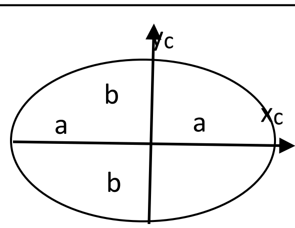
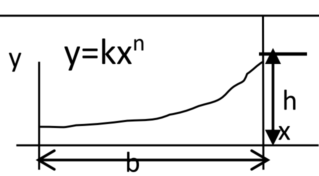
اعد نفس صيغة السؤال أعلاه لإيجاد(Iy , Iy_C) $Iy_c = \frac{hb^3}{12}$

$$Iy = Iy_c + A * d^2$$

$$Iy = \frac{hb^3}{12} + bh(\frac{b}{2})^2$$

$$\therefore Iy = \frac{hb^3}{3}$$ الجواب

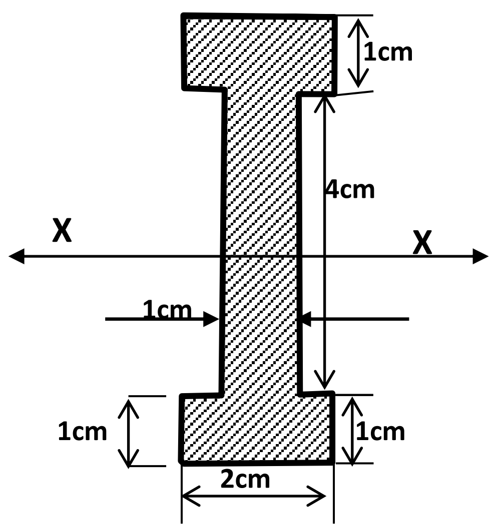
عزم القصور الذاتي لبعض الأشكال الهندسية

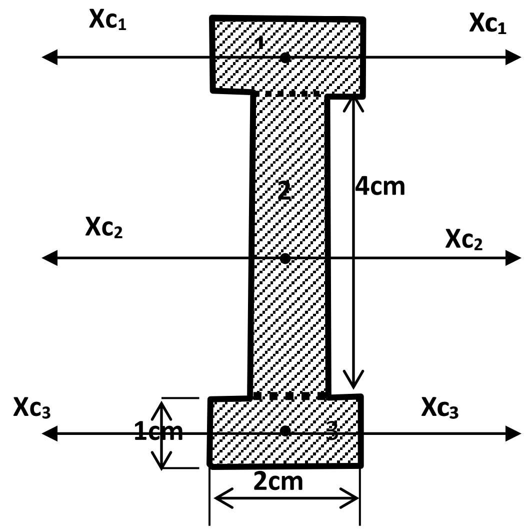
		I_{xc}	I_{yc}
$I_x = bh^3/3$		$bh^3/12$	$h.b^3/12$
$I_x = bh^3/12$		$bh^3/36$	$h.b^3/36$
$J_{zc} = \pi r^4/2$		$\pi r^4/4$	$\pi r^4/4$
$I_x=I_{yc}$ $=\pi r^4/8$		$0.11r^4$	$\pi r^4/8$
$I_x=I_y$ $=\pi r^4/16$		$0.055r^4$	$0.055\ r^4$
		$\pi ab^3/4$	$\pi ab^3/4$
		$I_x = \frac{bh^3}{3(3n+1)}$	$I_y = \frac{bh^3}{n+3}$

(Moment of inertia for composite area) عزم القصور الذاتي للمساحات المركبة

يتم تقسم الشكل للمساحات المركبة أعلاه الى عدة أجزاء ويؤخذ عزم القصور لكل مساحة حول المحور المطلوب ومن ثم تجمع هذه العزوم مع ملاحظة كون المساحة موجبة او سالبة .

Ex_1: Determine the moment of inertia (I_X) of the shaded area as shown in fig. (1)below:





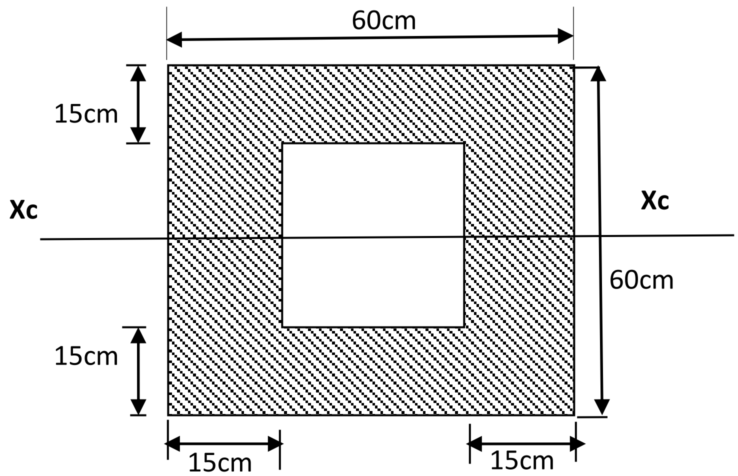
segment	I_{XC}	a cm^2	d cm	d^2 cm^2	a $*d^2$
1	$\frac{bh^3}{12} = \frac{2(1)^3}{12}$ =1/6	2* 1 =2	2.5	6.25	12.5
2	$1(4)^3/12 = 5.33$	4	0	0	0
3	$2(1)^3/12=1/6$	2	2.5	6.25	12.5
	$\sum Ixc=5.663$				$\sum a*d^2=25$

$$Ix = \sum_{i=1}^{n} Ixc_i + \sum_{i=1}^{n} a_i * d_i$$

$$Ix = Ixc_1 + Ixc_2 + Ixc_3 + a_1 * d_1^2 + a_2 * d_2^2 + a_3 * d_3^2$$

$= 5.663 + 25 = 30.663\ cm^4$

Ex$_2$: Determine the moment of the inertia of the shaded area with respect to the Xc axis passing through centroid of area



$I_{xc} = I_{xc1} - I_{xc2}$

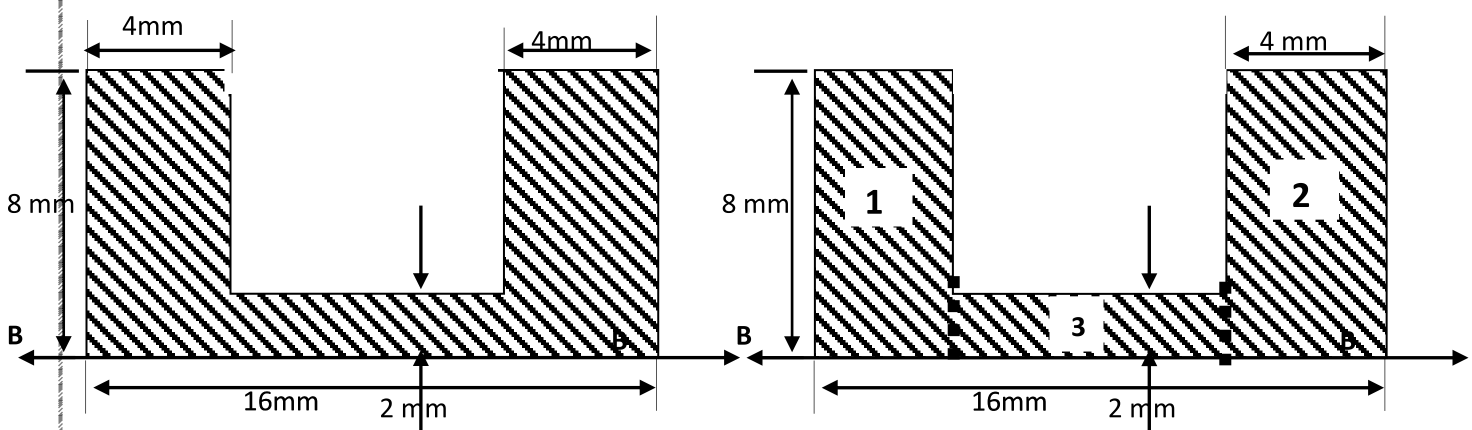
$$Ixc = \frac{b_1 h_1^3}{12} - \frac{b_2 h_2^3}{12}$$

$$Ixc = \frac{60(60)^3}{12} - \frac{30(30)^3}{12}$$

$I_{xc} = 1080000 - 67500$

$Ixc = 1012500\ cm^4$

Ex$_3$: Determine the moment of Inertia of the shaded area as shown in fig with respect to the B-B axis.



Sol :

segment	I_{XC}	d	d^2	a	a. d^2
1	$bh^3/12 = 4(8)^3/12 = 170.66$	4	16	32	512
2	$4(8)^3/12 = 170.66$	4	16	32	512
3	$8(2)^3/12 = 5.33$	1	1	16	16
	$\sum Ixc = 346.65$				$\sum a.d^2 = 1040$

$I_{BB} = \sum I_{xc} + \sum a_* d^2$

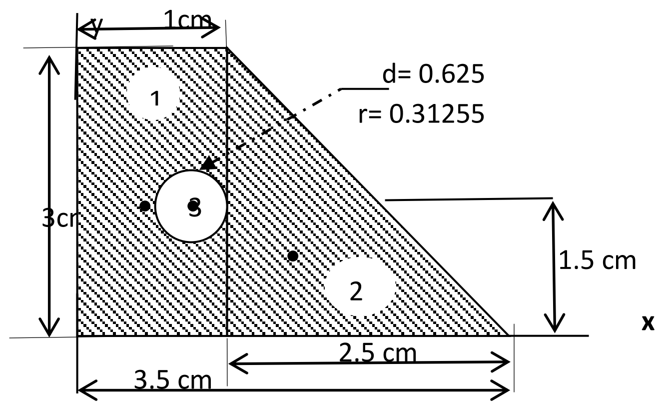
$= 346.65 + 1040 = 1386.65\ mm^4$

Ex$_4$: Compute the moment of the Inertia for the shaded area with respect to the X-axis :

segment	I_{XC}	d	d^2	a	$a*d^2$
1	$bh^3/12 = 1(3)^3/12 = 2.25$	**1.5**	**2.25**	$1*3=3$	**6.75**
2	$bh^3/36 = 2.5(3)^3/36 = 1.875$	$h/3 = 3/3- = 1$	**1**	$bh/2 = 2.5*3/2 = 3.75$	**3.75**
3	$\pi r^4/4 = -0.0075$	**1.5**	**2.25**	$-\pi r^2 = -0.3$	**-0.675**
	$\sum Ixc = 4.1175$				$\sum a.d^2 = 9.825$

$I_x = \sum I_{xc} + \sum a*d^2$

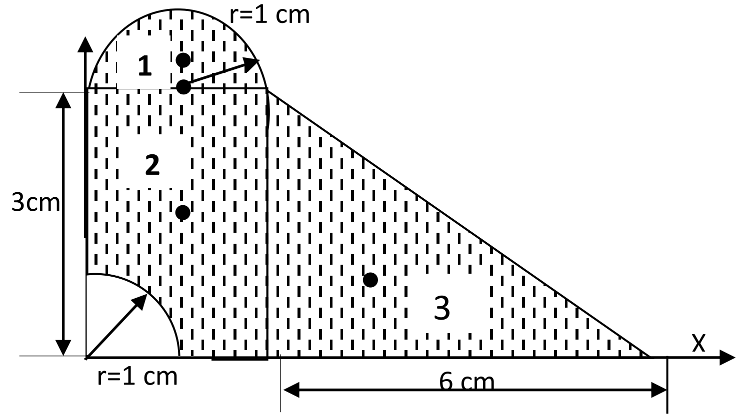
$I_x = 4.1175 + 9.825 = 13.9425\ cm^4$



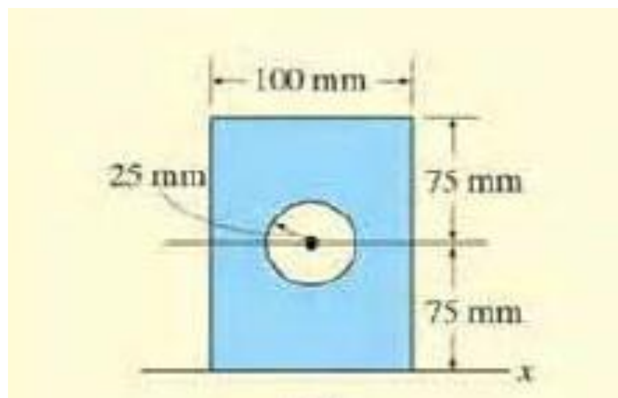
Ex$_5$: Compute the moment of the Inertia for the composite shaded area as shown in fig. ( )with respect to the X and Y axis ie (Ix and Iy).

segment	I_{XC}	d	d^2	a	$a*d^2$
1	$0.11r^4 = 0.11$	**3.42**	**11.696**	**1.57**	**18.362**
2	$bh^3/12 = 4.5$	**1.5**	**2.25**	**6**	**13.5**
3	$bh^3/36 = 4.5$	**1**	**1**	**9**	**9**
4	$0.055r^4 = -0.055$	**0.424**	**0.18**	**-0.785**	**-0.141**
	$\sum Ixc = 9.055$				$\sum a.d^2 = 40.721$

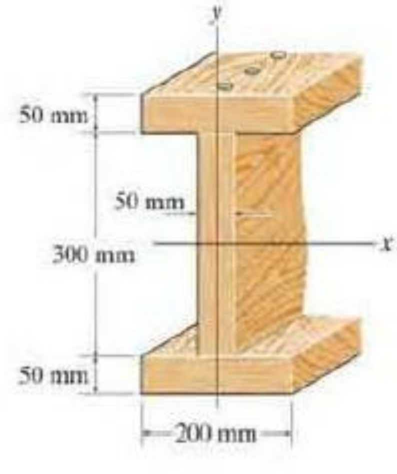
$I_x = \sum I_{xc} + \sum a * d^2$
$= 9.05 + 40.721$
$= 49.776\ cm^4$
وبنفس الطريقة نحسب I_y



Determine the moment of inertia of the area shown in Fig. 10–8*a* about the *x* axis.



F10–7. Determine the moment of inertia of the cross-sectional area of the channel with respect to the y axis.



•10–33. Determine the moment of inertia of the composite area about the y axis.