وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الفرات الأوسط التقنية
المعهد التقني / كربلاء
قسم التقنيات الكهربائية

الالكترونيك الرقمي (Digital electronic)

مدرس المادة / م.م. حنين صافي كاظم

المفردات النظرية لمادة الدوائر الرقمية	
الأسبوع	**تفاصيل المفردات النظرية**
الأول والثاني والثالث و الرابع	الأنظمة العددية- النظام الثنائي ، النظام العشري ، نظام السادس عشر . التحويل من الثنائي الى العشري وبالعكس .التحويل من العشري الى الثماني . التحويل من العشري الى السادس عشر وبالعكس . التحويل من الثنائي الى الثماني وبالعكس . التحويل من النظام السادس عشر الى الثنائي وبالعكس . الجمع –الطرح في النظام الثنائي . استخدام المتمم لـ 1 و لـ 2 في الطرح الثنائي .
الخامس والسادس والسابع	البوابات المنطقية ، أسس البوابات المنطقية- بوابة AND –بوابة OR - بوابة NOT - تمثيل البوابات المنطقية باستخدام المفاتيح –بوابة AND - باستخدام دايود ومقاومة –بوابة NOT باستخدام المفاتيح- بوابة AND- باستخدام دايود ومقاومة –بوابة NOT باستخدام ترانزستور –بوابة NAND - بوابة NOR - بوابة او الحصرية XOR –بوابة (لا أو) الحصرية –تمثيل البوابات المختلفة باستخدام بوابة (لا و) مرة وبوابة (لا أو) مرة أخرى.
الثامن والتاسع	الجبر البوليني- نظريتا دي موركان- العلاقات الجبرية البولينية – نظريتا دي موركان دوائر تستخدم بوابات مختلفة وإيجاد جدول الحقيقة لها- تبسيط الدوائر المنطقية باستخدام الجبر البوليني – كتابة المعادلة المنطقية من جدول الواقع –اما باستخدام نتاج المجموع او مجموع النتاج .
العاشروالحادي عشر والثاني عشر	خارطة كارنو- خارطة كارنو لمتغيرين ، خارطة كارنو لثلاثة متغيرات ، خارطة كارنو لأربع متغيرات . كيفية نقل جدول الواقع الى خارطة كارنو . أمثلة مختلفة لدوائر رقمية وتمثيلها باستخدام الخارطة . تبسيط الدوائر المنطقية باستخدام خارطة كارنو خاصية اللف وخاصية التشابك .
الثالث عشر	المقارن الرقمي – المقارن الرقمي ذا المرتبة الواحدة –المقارن ذي المرتبتين.

الرابع عشر	مفك الشفرات- مفك الشفرات الثنائي الى الثماني ومفك الشفرات من الثنائي الى العشري وبالعكس.
الخامس عشر	الترميز- الترميز من الثماني الى الثنائي- الترميز العشري الى الثنائي

مقدمة :

يعد إستخدام الأرقام كوسيلة للعد والحساب من الإنجازات الهامة التي حققها الإنسان عبر التاريخ والتي ساهمت في تسهيل كافة العمليات الحسابية وتسريعها. فقد إستخدام الإنسان منذ القدم الكثير من الأدوات لتمثيل عمليات العد والحساب ومنها استخدامه لأصابع يده العشرة والتي كانت الأساس للنظام العددي والذي لا يزال معمول به حتى يومنا هذا والمسمى بالنظام العشري **(Decimal System)**.

في المراحل الدراسية السابقة وعند دراستك للنظام العشري لابد أنك لاحظت أن القيمة الحقيقية للرقم تعتمد على قيمته المكانية في العدد ، وهذا يعني أن الرقم يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة والذي يحدد ذلك مكانه داخل العدد (والذي يسمى بالمرتبة)، تزداد قيمة العدد إذا حركتهُ باتجاه اليسار وتقل قيمته إذا حركيه باتجاه اليمين. فمثلاً العدد (937) نجد أن القيمة الحقيقية للرقم 7 هي سبعة فقط أما قيمة الرقم **3** فهي (30) وقيمة الرقم 9 هي (900).

وهنالك أنظمة عددية أخرى غير النظام العشري ، وأكثرها شيوعاً هي النظام الثنائي، النظام الثماني، النظام السادس عشري. وتكون هذه الأنظمة مفيدة في الأنظمة الرقمية مثل الحاسبات الالكترونية ، المعالجات الدقيقة ، وغيرها من الأنظمة الرقمية. ولهذا السبب فانه من الضروري الإطلاع على كل من هذه الأنظمة العددية لغرض استخدامها في دراستنا للأنظمة الرقمية.

النظام العشري : Decimal System

وهو النظام العددي المتعارف عليه والمستخدم في كافة المجالات وفي كل انحاء العالم وجاءت تسمية النظام بـ(العشري) لان عدد الرموز الداخلة في تركيبة أي عدد في هذا النظام هي عشرة رموز وهي (0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9) وفي حالة استخدام اكثر من رمز فان القيمة العددية تعتمد على موقع الرمز ضمن سلسلة الرموز ، ان عدد الرموز الداخلة في تركيب النظام العددي تسمى بأساس النظام ، لذلك فان اساس النظام العشري هو العدد (10) وسمي بأساس العدد لان كل عدد مكتوب بهذا النظام يعتمد بالاساس على هذا العدد .

مثال : العدد العشري 7654.23 يمكن تحليله إلى المراتب التالية

7 6 5 4 . 2 3

7×1000	6×100	5×10	4×1	$2\times1/10$	$3\times1/100$
↓	↓	↓	↓	↓	↓
7×10^3	6×10^2	5×10^1	4×10^0	2×10^{-1}	3×10^{-2}

النظام الثنائي: Binary System

وهو نظام عددي أساسه العدد (2) مقارنة بالنظام العشري الذي أساسه العدد (10) ، أي ان عدد الرموز المستخدمة في النظام هي رمزين فقط وهي (0 ، 1) لتمثيل كافة الاعداد . ويعتبر النظام الثنائي اساس اللغة التي تتعامل بها الحاسبة الالكترونية والأنظمة الرقمية ، مثال على اعداد بهذا النظام :

1001 , 10111.101 , 10.1101 , 0.1011

من خلال ملاحظتنا الاعداد اعلاه نلاحظ بان الاعداد بالنظام الثنائي ولكن توجد اعداد شبيهه بها في النظام العشري ، فلتمييز العدد المكتوب بالنظام المعين ، تكتب الاعداد داخل اقواس مع كتابة رمز اسفل القوس يمثل اساس النظام المكتوب به العدد .

فمثلا : العدد 110 يكتب بالثنائي $(110)_2$ وبالعشري $(110)_{10}$

مثال : لتحليل العدد $(110.101)_2$ الى مراتبه :

$$(110.101)_2 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$$

النظام الثماني : Octal System

وهو من الانظمة المستخدمة في الحاسبات الالكترونية أساسه العدد (8) ، الرموز المستخدمة في هذا النظام هي (0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7) مثال على إعداد النظام الثماني

$$(110.013)_8 \quad , \quad (203.62)_8 \quad , \quad (721.5)_8 \quad , \quad (0.513)_8$$

مثال : حلل العدد $(203.65)_8$ الى مراتبه

$$(203.65)_8 = 3 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 2 \times 8^2 + 6 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$$
$$= 3 \times 1 + 0 \times 8 + 2 \times 64 + 6 \times 1/8 + 5 \times 1/64$$

النظام السادس عشري : Hexadecimal System

وهو من الانظمة المهمة المستخدمة في الحاسبات الالكترونية أساسه العدد (16) أي إن عدد الرموز المستخدمة في تشكيل أعداد النظام هي 16 رمز وهي :

(F , E , D , C , B , A , 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1, 0)

ومثال على أعداد بالنظام السادس عشري :

$$(2D6.F3)_{16} \quad , \quad (10011.1)_{16} \quad , \quad (FFF)_{16} \quad , \quad (0.257)_{16}$$

مثال :: حلل العدد $(3A1.7F)_{16}$ إلى مراتبه :

$$(3A1.7F)_{16} = 1 \times 16^0 + 10 \times 16^1 + 3 \times 16^2 + 7 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2}$$
$$= 1 \times 1 + 10 \times 16 + 3 \times 256 + 7 \times 1/16 + 15 \times 1/256$$

ملاحظة : عند مقارنة الرموز السادس عشرية بالنظام العشري فان الرموز(A ⟵ F) تساوي في النظام العشري (10 ⟵ 15).

التحويلات بين الأنظمة العددية

أن عملية التحويل بين الأنظمة العددية من العمليات المهمة والتي يجب إن يتعرف عليها الشخص الذي يدرس عملية تصميم الأنظمة الرقمية . ولتسهيل عملية فهم هذه التحويلات سيتم تقسيمها إلى مجاميع كل مجموعة تتشابه بطريقة التحويل .

التحويل من الأنظمة (غير العشرية) إلى النظام العشري :

لتحويل أي عدد من أي نظام عددي إلى نظام العشري يتم تحليل العدد إلى مراتبه اعتمادا على أساس ذلك النظام ثم إيجاد ناتج جمع الحدود ، والعدد الناتج من الجمع سيكون هو العدد في النظام العشري .

مثال: حول العدد $(1101.01)_2$ إلى النظام العشري :

$$(1101.01)_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$
$$= 1 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 + 0 \times 1/2 + 1 \times 1/4$$
$$= 1 + 0 + 4 + 8 + 0 + 0.25$$
$$= (13.25)_{10}$$

مثال: حول العدد $(125.4)_8$ إلى النظام العشري :

$$(125.4)_8 = 5 \times 8^0 + 2 \times 8^1 + 1 \times 8^2 + 4 \times 8^{-1}$$
$$= 5 \times 1 + 2 \times 8 + 1 \times 64 + 4 \times 1/8$$
$$= 5 + 16 + 64 + 0.5$$
$$= (85.5)_{10}$$

مثال: حول العدد $(A15.C)_{16}$ إلى النظام العشري :

$$(A15.C)_{16} = 5 \times 16^0 + 1 \times 16^1 + 10 \times 16^2 + 12 \times 16^{-1}$$
$$= 5 \times 1 + 1 \times 16 + 10 \times 256 + 12 \times 1/16$$
$$= 5 + 16 + 2560 + 0.75$$
$$= (2581.75)_{10}$$

التحويل من النظام العشري إلى الأنظمة الأخرى :

لتحويل أي عدد عشري إلى أي نظام آخر يجب تجزئته إلى جزء صحيح وجزء كسري وتحويل كل جزء بطريقة خاصة ثم جمع ناتج التحويل للجزئين للحصول على الناتج النهائي .

أولاً: تحويل الجزء الصحيح :

لتحويل الجزء الصحيح للعدد العشري لأي نظام نقوم بتقسيم العدد العشري على أساس النظام المطلوب التحويل إليه ونحتفظ بباقي القسمة ، ثم نأخذ ناتج القسمة ونقسمه مرة أخرى على أساس النظام ونحتفظ بالباقي وهكذا نستمر بتكرار العملية إلى أن نحصل على ناتج قسمة يساوي صفر . فيكون ناتج التحويل في عمود باقي القسمة بقراءته من الأسفل إلى الأعلى وكتابته من اليسار إلى اليمين

ثانياً: تحويل الجزء الكسري :

لتحويل الجزء الكسري من العدد العشري إلى نظيره في الأنظمة الأخرى نقوم بضرب العدد الكسري في أساس النظام المطلوب التحويل إليه ثم اخذ الجزء الكسري فقط من ناتج الضرب وضربه مرة أخرى في الأساس وهكذا تستمر عملية الضرب إلى أن نتوقف في إحدى الحالات التالية :

- إما أن يكون الجزء الكسري الناتج في الضرب يساوي صفر .
- تكرار الجزء الكسري أكثر من مرة .
- تعقيد الجزء الكسري أكثر مع استمرار عملية الضرب .

بعد توقف عملية الضرب يتم قراءة ناتج التحويل في عمود الجزء الصحيح من الضرب بقراءته من الأعلى إلى الأسفل وكتابته بعد الفارزة من اليسار إلى اليمين .

مثال: حول العدد $(\mathbf{13.125})_{10}$ إلى النظام الثنائي :

	ناتج القسمة	باقي القسمة
$13 \div 2 =$	6	**1**
$6 \div 2 =$	3	**0**
$3 \div 2 =$	1	**1**
$1 \div 2 =$	0	**1**

$0.125 \times 2 =$	0.25
$0.25 \times 2 =$	0.5
$0.5 \times 2 =$	1.0

$(1\ 1\ 0\ 1)_2$ $\quad$ $(0.0\ 0\ 1)_2$

ناتج التحويل النهائي = $(1101.001)_2$

مثال: حول العدد $(\mathbf{145.45})_{10}$ إلى النظام الثماني :

	ناتج القسمة	باقي القسمة
$145 \div 8 =$	18	**1**
$18 \div 8 =$	2	**2**
$2 \div 8 =$	0	**2**

$0.45 \times 8 =$	**3**.6
$0.6 \times 8 =$	**4**.8
$0.8 \times 8 =$	**6**.4
$0.4 \times 8 =$	**3**.2
$0.2 \times 8 =$	**1**.6

$(2\ 2\ 1)_8$ $\quad$ $(0.3\ 4\ 6\ 3\ 1)_8$

ناتج التحويل النهائي = $(\mathbf{221.34631})_8$

مثال: حول العدد $(394.36)_{10}$ إلى النظام السادس عشري :

	ناتج القسمة	باقي القسمة
$394 \div 16 =$	24	10(A)
$24 \div 16 =$	1	8
$1 \div 16 =$	0	1

$0.36 \times 16 = 5.76$

$0.76 \times 16 = 12.16$

$0.16 \times 16 = 2.56$

$0.56 \times 16 = 8.96$

⋮

$(1\ 8\ A)_{16}$ $\quad$ $(0.5\ C\ 2\ 8)_{16}$

ناتج التحويل النهائي $\approx (18A.5C28)_{16}$

التحويل من النظام الثنائي إلى الثماني وبالعكس :

لتحويل العدد من النظام الثنائي إلى الثماني يقسم العدد الثنائي إلى مجاميع من ثلاثة مراتب ابتداء من الفارزة باتجاه اليسار للجزء الصحيح وباتجاه اليمين للجزء الكسري ،وإذا انتهت الأطراف بمراتب اقل من ثلاثة تكمل باصفار ، ثم تحول كل مجموعة ثلاثية في النظام الثنائي إلى ما يقابلها في النظام الثماني كما في الجدول أدناه ، والعدد الناتج هو العدد بالنظام الثماني .

الثماني	الثنائي		
	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

مثال: حول العدد $(11010111.1101)_2$ إلى النظام الثماني :

011 010 111 . 110 100

3 2 7 . 6 4

$$(11010111.1101)_2 = (327.64)_8$$

ولتحويل أي عدد من النظام الثماني إلى الثنائي فتكون العملية عكسية نسبة للتحويل السابق حيث يحول كل رمز ثماني إلى ما يعادله في النظام الثنائي من ثلاثة رموز وحسب الجدول السابق ، ثم نحذف الاصفار التي في الطرف الأيمن والأيسر من التحويل إن وجدت والعدد الباقي هو ناتج التحويل .

مثال: حول العدد $(321.64)_8$ إلى النظام الثنائي :

3 2 1 . 6 4

011 010 001 . 110 100

$$(321.64)_8 = (11010001.1101)_2$$

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام السادس عشري وبالعكس :

إن التحويل بين النظام السادس عشري و الثنائي هو شبيه بطريقة التحويل الثنائي والثماني الفرق فقط هو إن المجاميع الثنائية في التحويل هي أربعة مراتب وجدول التحويل هو المبين أدناه

السادس عشري	الثنائي			
	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
A	1	0	1	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	1
E	1	1	1	0
F	1	1	1	1

مثال: حول العدد $(1111011.10101)_2$ إلى النظام السادس عشري :

$$\begin{array}{cccc} 0111 & 1011 \, . & 1010 & 1000 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 7 & B \, . & A & 8 \end{array}$$

$$(1111011.10101)_2 = (7B.A8)_{16}$$

مثال: حول العدد $(8D.9)_{16}$ إلى النظام الثنائي :

$$\begin{array}{ccc} 8 & D \, . & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1000 & 1101 \, . & 1001 \end{array}$$

$$(8D.9)_{16} = (10001101.1001)_2$$

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- تزداد قيمة الرقم في العدد الصحيح إذا حركتهُ باتجاه ...... وتقل قيمته إذا حركتهُ باتجاه ....

.

2- في العدد $(937)_{16}$ ، القيمة الحقيقية للرقم 7 هي .....أما قيمة الرقم 3 فهي...... وقيمة الرقم 9 هي

....

3- النظام الثنائي هو نظام عددي أساسه العدد .... بينما النظام العشري أساسه العدد ....

4 - يكتب العدد $(203.62)_8$ بالنظام العشري بشكل ....

5- حول العدد $(17E.2A)_{16}$ إلى النظام الثنائي .

6- ان ناتج العملية الحسابية $(11001)_2 + (110110)_2$ هو ....

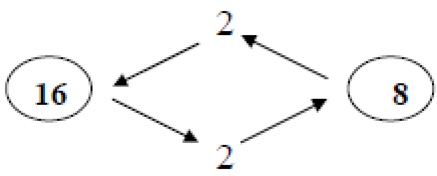
7- ان متمم الـ (2) للعدد الثنائي $(1010011)_2$ هو ....

8- ان ناتج العملية الحسابية $(110110)_2 - (11001)_2$ هو.........

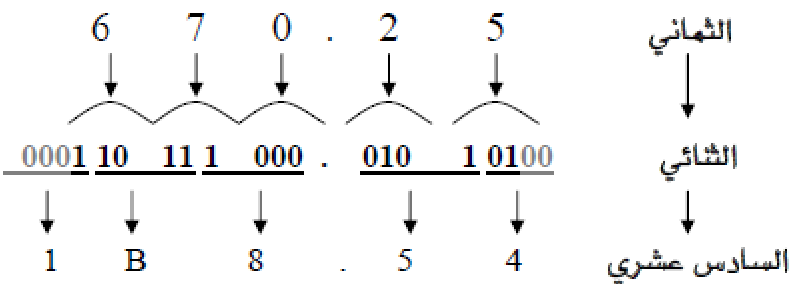
9- اذا استخدمت متمم الـ (1) فان ناتج العملية الحسابية $(110110)_2 - (11000)_2$ هو........

التحويل من النظام الثماني إلى السادس عشري وبالعكس :

للتحويل بين النظام الثماني و السادس عشري يتم الاستفادة من التحويلات السابقة لانجاز التحويل النهائي ، مثلا إذا أردنا التحويل من الثماني إلى السادس عشري ، يتم تحويل الثماني الثنائي ومن ثم تحويل الثنائي (الناتج) إلى السادس عشري ، والعكس صحيح .



<u>مثال:</u> حول العدد $(670.25)_8$ إلى النظام السادس العشري :



$(670.25)_8 = (1B8.54)_{16}$

<u>تمارين:</u>

1. حول العدد $(862.401)_{10}$ إلى النظام الثنائي ؟
2. حول العدد $(943.23)_{10}$ إلى النظام الثماني ؟
3. حول العدد $(746.533)_{10}$ إلى النظام السادس عشري ؟
4. حول العدد $(1101101.0101)_2$ إلى النظام العشري ؟
5. حول العدد $(2CE.3B)_{16}$ إلى النظام الثماني ؟
6. اوجد قيمة X في كل مما يأتي :

$(X)_{10} = (90F.62)_{16}$ ، $(X)_{16} = (100101010.1101)_2$ ، $(X)_8 = (46.547)_{10}$

7.1 العمليات الحسابية في النظام الثنائي

كلنا يعلم العمليات الحسابية التي تتم باستخدام الأعداد العشرية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة ، كل هذه العمليات يمكن اجرائها في الأنظمة العددية الأخرى ، ولأهمية النظام الثنائي في دراستنا لموضوع الدوائر الرقمية ، فسنقوم بدراسة تلك العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

1.7.1 الجمع في النظام الثنائي : Binary Addition

إن ابسط عملية جمع في النظام الثنائي هي التي تتم بين عددين كل عدد يتكون من رمز (مرتبة) ثنائي واحد . ولو أخذنا كافة الاحتمالات لهذه العملية فستكون الاحتمالات المبينة في أدناه . وبالاعتماد على هذه الاحتمالات يمكن تنفيذ أي عملية جمع ثنائية لأي عدد من المراتب.

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 0 \longrightarrow 1 \text{ محمل(Carry)}$$

مثال: . اجمع العددين $(11010.1)_2$, $(1011.01)_2$:

$$\begin{array}{r} 11010.10 \\ +\ 01011.01 \\ \hline 100101.11 \end{array}$$

مثال: ما ناتج جمع العددين $(11011.101)_2$, $(1110.11)_2$:

$$\begin{array}{r} 11011.101 \\ +\ 01110.110 \\ \hline 101010.011 \end{array}$$

ملاحظة : ناتج جمع $1 + 1 + 1 - 1$ ⟵ 1 محمل

2.7.1 الطرح في النظام الثنائي : Binary Subtraction

كما في عملية الجمع ، تكون احتمالات ابسط عملية طرح بين عددين ثنائيين ، وهي أربع احتمالات، وكما مبينة :

$0 - 0 = 0$

$0 - 1 = 1 \longrightarrow 1$ استعارة(Borrow)

$1 - 0 = 1$

$1 - 1 = 0$

مثال: اطرح العدد $(1011)_2$ من العدد $(1101.1)_2$:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ .\ 1 \\ -\quad 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 0\ .\ 1 \end{array}$$

تمرين / اطرح العدد $(110.1)_2$ من العدد $(1000.01)_2$.

3.7.1 الضرب في النظام الثنائي : Binary Multiplication

إن احتمالات عملية الضرب في النظام الثنائي هي :

$0 \times 0 = 0$

$0 \times 1 = 0$

$1 \times 0 = 0$

$1 \times 1 = 1$

مثال: اوجد ناتج ضرب العددين $(101)_2$, $(1010)_2$:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0 \\ \times\quad 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ \\ 1\ 0\ 1\ 0\ \ \ \ \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \end{array}$$

4.7.1 القسمة في النظام الثنائي : Binary Division

إن احتمالات عملية القسمة في النظام الثنائي هي :

$0 \div 0 = ?$

$0 \div 1 = 0$

$1 \div 0 = ?$

$1 \div 1 = 1$

مثال: اوجد ناتج قسمة العدد $(11000)_2$ على العدد $(100)_2$

```
        110
 100 | 11000
        100
        0100
         100
        0000
```

8.1 المتممات Complements

يستخدم مفهوم المتممات في الحاسبة في خزن الاعداد السالبة وسنبين ذلك في المواضيع القادمة، والاستخدام الثاني هو للتعويض عن عملية الطرح بعملية جمع متكرر والذي يؤدي بدوره إلى جعل الدوائر الالكترونية المسؤولة عن عملية الجمع بتنفيذ عملية الطرح مع بعض الإضافات للدائرة .

1.8.1 المتممات في النظام الثنائي :

هنالك نوعان من المتممات في النظام الثنائي .

1. المتمم لـ 1 (1's Complement) : مقلوب العدد (أي جعل كل واحد صفر وكل صفر واحد) .
2. المتمم لـ2 (2's Complement) : هو المتمم لـ 1 مضافا إليه 1 .

مثال:	العدد	المتمم لـ 1	المتمم لـ 2
	110111	001000	001001
	10010	01101	01110

الطرح الثنائي باستخدام المتممات :

أولا . الطرح باستخدام المتمم لـ 1 :

لطرح عددين ثنائيين باستخدام المتمم لـ 1 نتبع الخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل عددا بالمراتب (المطروح أو المطروح منه) .

2. إيجاد المتمم لـ 1 للعدد المطروح .

3. جمع المتمم لـ 1 للمطروح مع المطروح منه .

4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 وكما يلي :

أ. إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية (الباقي) ، فنقوم بجمعه مع بقية العدد والناتج من عما
الجمع يمثل ناتج عملية الطرح ويكون موجب .

ب. إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية (وهو دلالة إن ناتج الطرح سالب) ويكون ناتج الطرح بأخذ المتـ
لـ 1 لناتج الجمع للخطوة 3 ويكون ناتج العملية هو ناتج الطرح ويكون سالب.

مثال: اطرح العدد $(110)_2$ من العدد $(1010)_2$ باستخدام طريقة المتمم لـ 1 :

	1 0 1 0	المطروح منه
	− 1 1 0	المطروح
الخطوة 1	0 1 1 0	تكملة مراتب المطروح
الخطوة 2	1 0 0 1	المتمم لـ 1 للمطروح
الخطوة 3	1 0 0 1	المتمم لـ 1 للمطروح
	+ 1 0 1 0	المطروح منه
الخطوة 4	1 0 0 1 1 ←	المرتبة الإضافية
	+ 1	
	0 1 0 0 ←	ناتج الطرح

مثال: اطرح العدد $(10101)_2$ من العدد $(1011)_2$ باستخدام المتمم لـ 1 :

	01011	المطروح منه
−	10101	المطروح
	01010	المتمم لـ 1 للمطروح
+	01011	المطروح منه
	? 10101	المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة
−	01010	ناتج الطرح

ثانياً. الطرح باستخدام المتمم لـ 2 :

لطرح عددين ثنائيين باستخدام المتمم لـ 2 تتبع الخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل مراتب .
2. إيجاد المتمم لـ 2 للعدد المطروح .
3. جمع المتمم لـ 2 للعدد المطروح مع المطروح منه .
4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 :

أ. إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية ، فنقوم بحذف هذا الواحد والباقي هو ناتج الطرح (موجب) .

ب. إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية ، فنقوم بأخذ المتمم لـ 2 لناتج الجمع ويكون هو ناتج الطرح (سالب) .

مثال: اطرح العدد $(110)_2$ من العدد $(1010)_2$ باستخدام المتمم لـ 2 :

	1010	المطروح منه
−	0110	المطروح
	1001	المتمم لـ 1 للمطروح
+	1	
	1010	المتمم لـ 2 للمطروح
+	1010	المطروح منه
	1 0100	المرتبة الإضافية تحذف

ناتج الطرح

مثال: اطرح العدد $(10101)_2$ من العدد $(1011)_2$ باستخدام المتمم لـ 2 :

المطروح منه	0 1 0 1 1
المطروح	1 0 1 0 1 −
المتمم لـ 1 للمطروح	0 1 0 1 0
	1 +
المتمم لـ 2 للمطروح	0 1 0 1 1
المطروح منه	0 1 0 1 1 +
المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة ← ?	1 0 1 1 0

ونتيجة الطرح هو بأخذ المتمم لـ 2 لآخر نتيجة

0 1 0 0 1

1 +

0 1 0 1 0

إذن ناتج الطرح هو العدد (− 1 0 1 0)

رابعا : الاختبار البعدي Post test

اوجد قيمة (x) في المعادلات التالية :

1/ $(110110.11001)_2 = (x)_{10}$

2 / $(10110111011.01010)_2 = (x)_8$

3/ $(749.586)_{10} = (x)_2$

4 / $(11011100110.110101011)_2 = (x)_{16}$

5 / $(7605.4203)_8 = (x)_2$

6/ $(1010110)_2 - (101001)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(2)

7/ $(10110)_2 - (1100101)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(1)

8/ $(100110)_2 + (111011)_2 = (x)_2$

9/ $(101101)_2 - (1011011)_2 = (x)_2$ باستخدام متمم الـ(2)

10/ $(10110)_2 + (111011)_2 = (x)_2$

مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت	1	اليسار ، اليمين	1	$(54.78125)_{10}$
2	ب	2	2304 ، 48 ، 7	2	$(2673.24)_8$
3	أ	3	10 ، 2	3	$(1011101101.10010)_2$
4	ث	4	131.78	4	$(6E6.D58)_{16}$
5	ا	5	$(0001\ 0111\ 1110.0010\ 1010)_2$	5	$(111\ 110\ 000\ 101\ .\ 100\ 010\ 000\ 011)_2$
6	ث	6	$(1001111)_2$	6	$(101101)_2$
7	ب	7	$(10101101)_2$	7	$(-1001111)_2$
8	ث	8	$(-11101)_2$	8	$(1100001)_2$
9		9	$(-11110)_2$	9	$(-101110)_2$
10		10		10	$(1010001)_2$

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

المحاضرة الخامسة – السابعة : البوابات المنطقية (Logic Gates)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ – الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

تعتبر البوابات المنطقية (Logic Gates) وحدة البناء الاساسية في جميع الانظمة الرقمية .
لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب مبدأ عمل البوابات المنطقية وكيفية تمثيلها كدوائر كهربائية (باستخدام المفاتيح) وكرمز منطقي واستخراج جداول واقعيتها .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تمثيل البوابات المنطقية(AND ، OR ، NOT) باستخدام المفاتيح و استخراج جداول واقعيتها .
ثانيا : تمثيل البوابات المنطقية(AND ، OR ، NOT) باستخدام دايود ومقاومة وترانزستور .
ثالثا: تمثيل البوابات المنطقية(XOR ، XNOR) باستخدام البوابات المختلفة و استخراج جداول واقعيتها .
رابعا : تمثيل البوابات المختلفة باستخدام بوابة (NAND) مرة وبوابة (NOR) مرة أخرى .
خامسا : كتابة معادلة اخراج البوابات المنطقية .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية بناء البوابات المنطقية المختلفة باستخدام المفاتيح.
- يكتب معادلة اخراج البوابات المنطقية المختلفة .
- يرسم الرمز المنطقي الخاص بكل بوابة .
- يتعرف على كيفية تمثيل البوابات المختلفة باستخدام بوابة (NAND) مرة وبوابة (NOR) مرة أخرى.

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- البوابات المنطقية هي عبارة عن دوائر الكترونية:

أ- تضع القرارات المنطقية .

ب- تسرع الالكترونات للمرور باتجاهها .

ت- تعمل على نظام الاعداد الثنائي.

ث- تتراوح قيمة اخراجها بين (1- 5) فولت.

2- في الدوائر المنطقية ، المنطق (1) يمثل :

أ- فولتية موجبة.

ب- فولتية عالية.

ت- فولتية صفر.

ث- فولتية واطئة.

3- ان اخراج بوابة OR ذات المدخلين يساوي صفر في حالة:

أ - كلا المدخلين يساوي (0) .

ب- أحد المدخلين يساوي (1) .

ت- كلا المدخلين يساوي (1) .

ث- أحد المدخلين يساوي (0) .

4- ان اخراج بوابة NAND ذات المدخلين يساوي صفر في حالة:

أ- كلا المدخلين يساوي (1).

ب- كلا المدخلين يساوي (0).

ت- أحد المدخلين يساوي (0) .

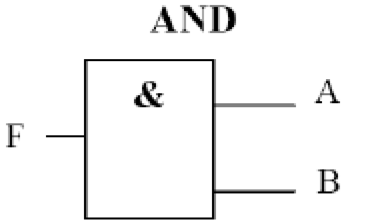
ث- أحد المدخلين يساوي (1) .

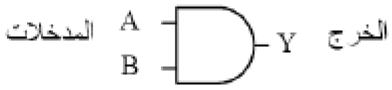
مقدمة

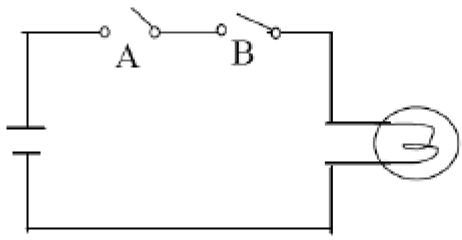
إن البوابة المنطقية (logic gate) هي وحدة البناء الأساسية في الأنظمة الرقمية. وحيث إن البوابات المنطقية تستخدم الأعداد الثنائية فإن هذه البوابات تسمى " البوابات المنطقية الثنائية ". إن كل الجهود المستخدمة في البوابات المنطقية تكون إما عالية (HIGH) أو منخفضة (LOW) وفي هذه الحقيبة فإن الجهد العالي (HIGH) سوف يعني الرقم الثنائي "1" في حين أن الجهد المنخفض(LOW) سوف يعني الرقم الثنائي "0" تذكر أن البوابات المنطقية هي دوائر إلكترونية ، وهذه الدوائر تستجيب فقط للجهود العالية وتسمى 1 أو الجهود المنخفضة وتسمى 0.

تبنى كل الأنظمة الرقمية باستخدام ثلاث بوابات منطقية أساسية فقط. هذه البوابات الأساسية هي بوابة " و " (AND gate) وبوابة " أو " (OR gate) وبوابة " النفي " (NOT gate) .

١ – **بوابة "و" AND gate**







شكل (٢ -١) الدائرة الكهربائية لبوابة AND   شكل (٢ -٢) الرمز المنطقي لبوابة " و " AND

الدخل		الخرج
المفتاح		المصباح
B	A	Y
off	off	Off
off	on	Off
on	off	Off
on	on	On

جدول (١)

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

جدول (٢)

الدائرة الكهربائية كما بالشكل (١) توضح عمل البوابة " AND " و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح لا يضيء إلا إذا كان المفتاحان A & B مغلقين On في نفس الوقت وغير هذه الحالة لا يضيء المصباح . كما بجدول رقم (١) .

ونلاحظ أن بوابة "و" AND يكون الخرج لها مساوياً " 1" فقط إذا كان الدخلان A& B كلاهما مساوياً "1" ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة وهو موضح في جدول رقم (٢) .

كيفية بناء جدول الحقيقة :

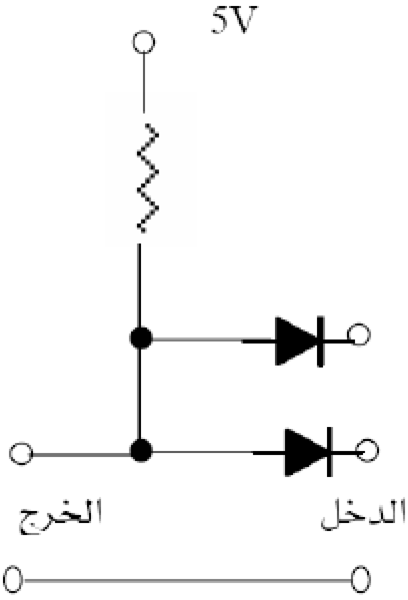
١ – تحدد احتمالات الدخل للبوابة عن طريق استخدام العلاقة :

عدد الاحتمالات = 2^n حيث n عدد مداخل البوابة .

٢ – عند كل حالة من حالات الدخل نحدد حالة الخرج المناظرة .

مثال : إذا كان عدد المداخل 2 فإن الاحتمالات = 2^n = 4 كما بالجدول رقم (١) . أما إذا كان n=3 فإن عدد الاحتمالات = 8

الدائرة ال إلكترونية لبوابة **AND** باستخدام الثنائيات



الشكل (٢ -٣)

الشكل (٣) يبين تمثيل بوابة "و" AND ذات مدخلين باستخدام الثنائيات وفي هذه الدائرة نجد أن :

- إذا كان الدخلان A&B "0" فإن الثنائيات ستكون في حالة انحياز أمامي وبالتالي جهد الخرج صفراً .
- إذا كان أحد الدخلين A , B "0" فإن الخرج يساوي صفراً لأن أحد الثنائيات يكون في حالة انحياز أمامي .
- إذا كان الدخلان A , B "1" فإن الثنائيات ستكون في حالة انحياز عكسي وبالتالي يون جهد الخرج مساوياً 5v+ أي منطقياً "1"

المعادلة البولية لبوابة **AND** " معادلة الجبر البولي لبوابة **AND**"

الجبر البولي Boolean Algebra هو أحد أشكال المنطق الرمزي والذي يبين كيفية عمل البوابات المنطقية والتعبير البولي هو وسيلة اختزال لتوضيح ما يحدث في الدائرة المنطقية .

معادلة لبوابة **AND** ذات مدخلين

$$A . B = y$$

وتقرأ A و B تساوي الخرج Y أو Y=A and B

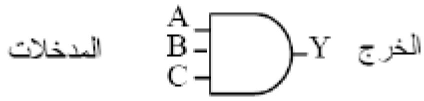
قوانين بوابة " و " AND

$$A . 0 = 0$$
$$A . 1 = A$$
$$A . A = A$$
$$A . \overline{A} = 0$$

نلاحظ وجود الشرطة فوق المتغير في القانون الأخير . وهذا يعني نفي المتغير A أو عكس A .

في أحوال كثيرة يكون للدائرة المنطقية ثلاثة مداخل أو أكثر. ويبين الشكل (٤ -أ) الرمز المنطقي لبوابة " و " ذات الثلاثة مداخل وتظهر المداخل الثلاثة على يسار الرمز (A,B,C)والخرج هو Y. كما يبين الشكل (٤ -ب) التعبير البولي للبوابة.

يبين جدول الصواب في الشكل (٤ – ج)الحالات الثمانية المحتملة باستخدام القانون السابق ونلاحظ مجدداً أن خرج البوابة " و " يكون 1 فقط إذا كانت جميع المداخل الثلاثة في الوضع 1.



(أ) الرمز المنطقي لبوابة "و " AND ذات ثلاثة مداخل

(ب) معادلة الجبر البولي ذات ثلاثة مداخل

$$A \, . \, B \, . \, C = Y$$

الدخل			الخرج
C	**B**	**A**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

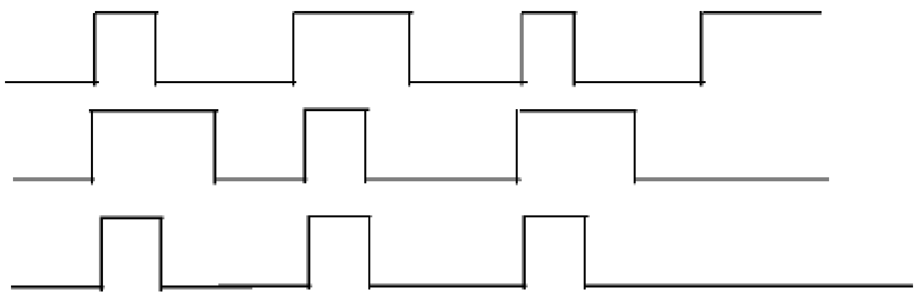
(ج) جدول الحقيقة لبوابة AND ذات ثلاثة مداخل

شكل (٢ -٤)

المخطط البياني الزمني لبوابة **AND** " الشكل الموجي لخرج البوابة "

مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات المدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

الحل :



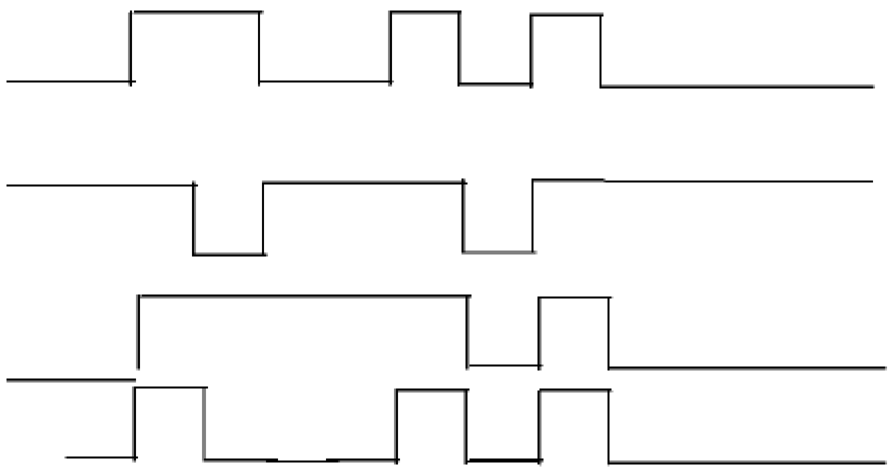
الدخل A

الدخل B

الخرج Y

مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات ثلاثة مداخل ، إذا كانت إشارات الدخل كما هو مبين في الشكل التالي :

الحل :



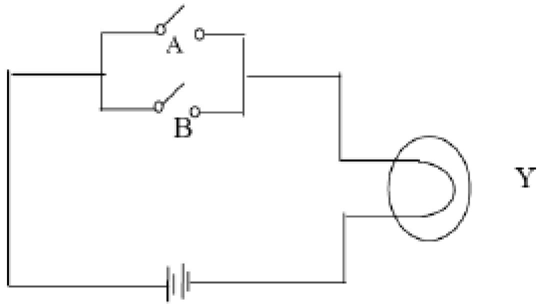
الدخل A

الدخل B

الدخل C

الخرج Y

٢- بوابة "أو" OR gate



شكل (٢ -٥) الدائرة الكهربائية لبوابة OR

شكل (٢ -٦) الرمز المنطقي لبوابة "أو" OR

الخرج	الدخل	
المصباح	المفتاح	
Y	A	B
Off	off	off
On	on	off
On	off	on
On	on	on

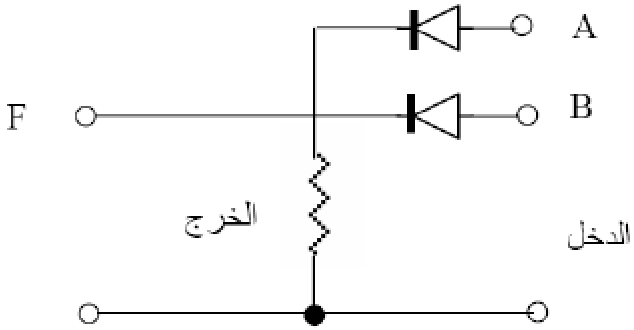
جدول (٣)

الخرج	الدخل	
Y	A	B
0	0	0
1	1	0
1	0	1
1	1	1

جدول (٤)

الدائرة الكهربائية كما بالشكل (٢ -٥) توضح عمل البوابة "OR" و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح يضيء إذا كان أحد المفتاحين A & B مغلق On أو كلاهما معاً . كما بجدول رقم (٣) ونلاحظ أن بوابة "أو" OR يكون الخرج لها مساوياً "0" فقط إذا كان الدخلان A& B كلاهما مساوياً "0" وعدا ذلك يكون الخرج لها مساوياً " 1 " ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة كما هو موضح في جدول رقم (٤) .

الدائرة ال إلكترونية لبوابة **OR** باستخدام الثنائيات



شكل (٢-٧)

نلاحظ من الدائرة في الشكل (٢ -٧) ما يلي :

- إذا كان الدخلان A و B "0" تكون الثنائيات في حالة انحياز عكسي ويكون الخرج مساوياً الصفر ويكون المصباح غير مضيء . الخرج = 0

- إذا كان أحد الدخلين A و B "1" يكون الثنائيات في حالة انحياز أمامي ويكون جهد الخرج موجباً وبالتالي يضيء المصباح . الخرج = 1 .

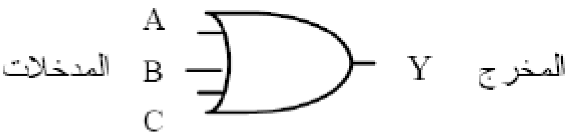
- إذا كان الدخلان A و B "1" تكون الثنائيات في حالة انحياز أمامي ويكون جهد الخرج موجباً وبالتالي يضيء المصباح . الخرج = 1 .

معادلة الجبر البولي لبوابة OR

$$A + B = Y$$

وتقرأ A أو B تساوي Y وتقرأ A OR B = Y

مثال : إرسم الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل ؟ واكتب جدول الحقيقة لها .



الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

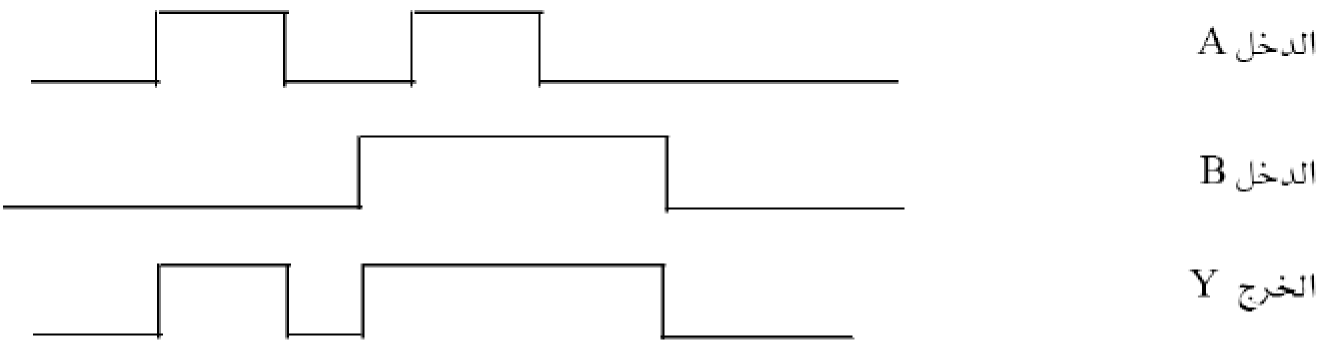
الخرج	الدخل		
Y	A	B	C
0	0	0	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

جدول الحقيقة لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

المخطط البياني الزمني لبوابة OR

مثال : ارسم المخطط البياني الزمني لبوابة OR ذات مدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح في الشكل التالي ، واكتب معادلة الجبر البولي الخاصة بها ؟

الحل :

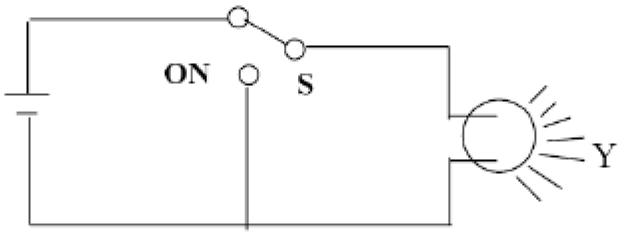


معادلة الجبر البولي لبوابة OR ذات مدخلين $A + B = Y$

٣ – **بوابة النفي** NOT gate

الرمز المنطقي لبوابة **NOT**

الدائرة الكهربائية لبوابة النفي **NOT**

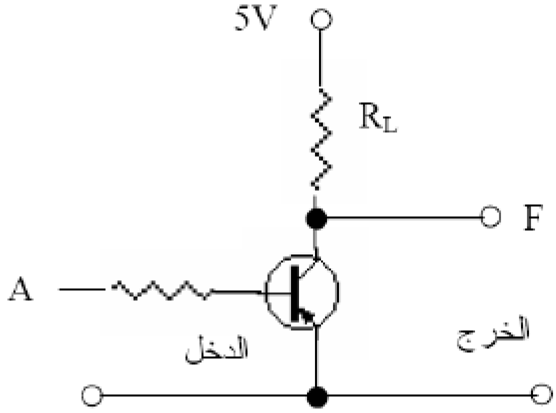


الدخل	الخرج
المفتاح	المصباح
A	Y
Off	on
on	off

شكل (٢ -٨) الدائرة الكهربائية لبوابة NOT .

من الشكل (٢ -٨) الذي يوضح عمل بوابة النفي NOT حيث تعكس إشارة الدخل إذا كان الدخل OFF يكون الخرج ON والعكس لذلك بوابة NOT تنفي الدخل . وهي بوابة لها دخل وخرج واحد .

الدائرة ال إلكترونية لبوابة **NOT** باستخدام الترانزيستور



الشكل (٢ -٩) دائرة NOT باستخدام ترانزيستور

في الدائرة المبينة بالشكل (٢ -٩) عند عدم وجود جهد عند الطرف A لا يمر تيار في الترانزيستور ويكون جهد الخرج 5V . وعند وضع جهد 5V عند الطرف A يمر تيار في القاعدة بالنسبة للترانزيستور وبالتالي يعمل الترانزيستور ويكون جهد الخرج تقريباً صفراً .
وهكذا فإن " صفر " عند الدخل تعطي " واحد " عند الخرج و "واحد " عند الدخل يعطي " صفر " عند الخرج ، وهذا هو عمل بوابة النفي NOT

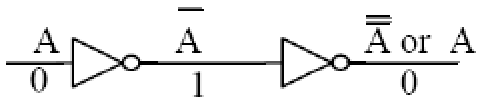
جدول الحقيقة لبوابة NOT

الخرج	الدخل
Y	A
1	0
0	1

معادلة الجبر البولي لبوابة NOT

$$Y = \overline{A}$$

إذا كان

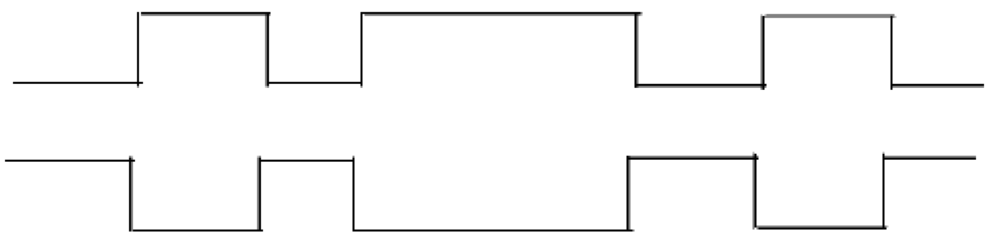


$A = 1$ $\overline{A} = 0$ $\therefore \overline{\overline{A}} = 1$

المخطط البياني الزمني لبوابة NOT

مثال : ارسم الرسم البياني الزمني لخرج بوابة النفي NOT إذا كانت إشارة الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

الحل :



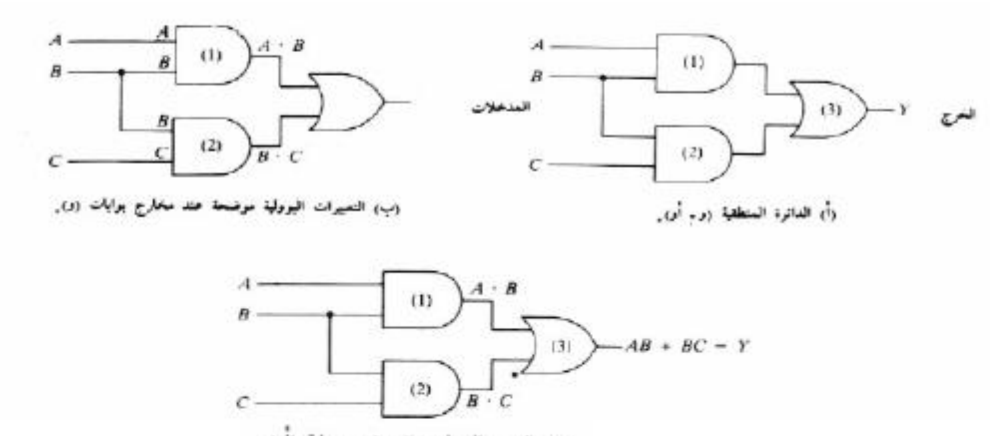
الدخل A

الخرج Y

تجميع البوابات المنطقية

تعتبر البوابات السابقة دراستها هي اللبنة الأساسية لبناء الدوائر المنطقية التي تؤدي وظائف معينة ويمكن تجميع البوابات المنطقية بأسلوب :

منطق " و – أو " "AND - OR gates"



(أ) الدائرة المنطقية (و- أو).

(ب) التعبيرات البولية موضحة عند مخارج بوابات (و).

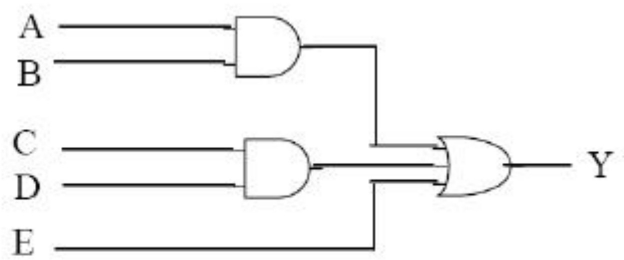
(جـ) التعبير البولى عند مخرج بوابة (أو).

شكل (٢ – ١٠) تجميع البوابات المنطقية

مثال : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $Y = A \,.\, B + C \,.\, D + E$ باستخدام منطق " و – أو " .

الحل :

باستخدام منطق " و - أو " .



$$Y = A \,.\, B + C \,.\, D + E$$

أسئلة وتمارين

س ١ – اشرح بوابة AND مع رسم الرمز – الدائرة الكهربائية وكتابة جدول الحقيقة ومعادلة الجبر البولي ؟

س٢ : ارسم رمز بوابة OR والدائرة الكهربائية واشرح كيف تعمل البوابة ثم اكتب جدول الحقيقة ومعادلة الجبر البولي ؟

س٣ : ارسم المخطط الزمني لبوابة OR ذات مدخلين ؟

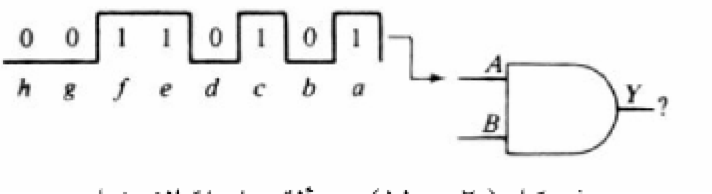
س٤ : ارسم بوابة NOT واشرح الدائرة ال إلكترونية لهذه البوابة مع الرسم ؟

س ٥ : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي التالي : $A \cdot B \cdot C \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} = Y$

س٦ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل(٢ – ١١)عندما يكون B :؟

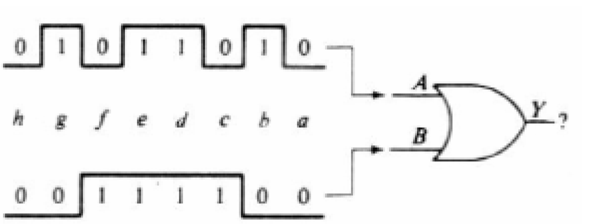
١ - B = 1

٢ - B = 0



شكل (٢ -١١) مسألة سلسلة النبضات

س٧ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل(٢ – ١٢)عندما يكون الدخل كما هو موضح؟

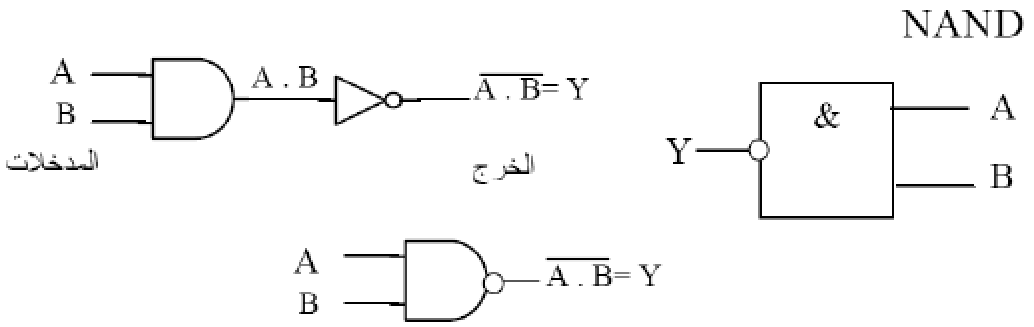


شكل (٢ -١٢) مسألة سلسلة النبضات

إن النظم الرقمية شديدة التعقيد، مثل الحاسبات الكبيرة ، يتم بناؤها بواسطة البوابات المنطقية الأساسية. وتعتبر بوابات " و " ، " أو " و النفي هي البوابات الأساسية ومن هذه النبائط الأساسية يمكن أن تصنع أربع بوابات منطقية مفيدة أخرى. وتسمى هذه البوابات الأخرى : بوابة " نفي و " (NAND) ،وبوابة نفي أو " (NOR) وبوابة أو الاستثنائية (Exclusive OR) ، وبوابة نفي أو الاستثنائية Exclusive NOR .

١ - بوابة نفي و NAND gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٣ -١) . ففيه بوابة " و " قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم ضرب المداخل A,B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A.B) .ثم تعكس عن طريق بوابة النفي ،لذا نلاحظ أن الشرطة العليا " _____ " قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي و"(NAND) .



شكل (٣ -١) الرمز المنطقي لبوابة نفي " و"

يظهر الرمز المنطقي المستخدم لبوابة " نفي و " في أسفل شكل (٣ - ١). لاحظ أن رمز " نفي و " هو رمز بوابة " و " مع إضافة دائرة صغيرة عند المخرج. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة العاكسة.

معادلة الجبر البولي لبوابة NAND

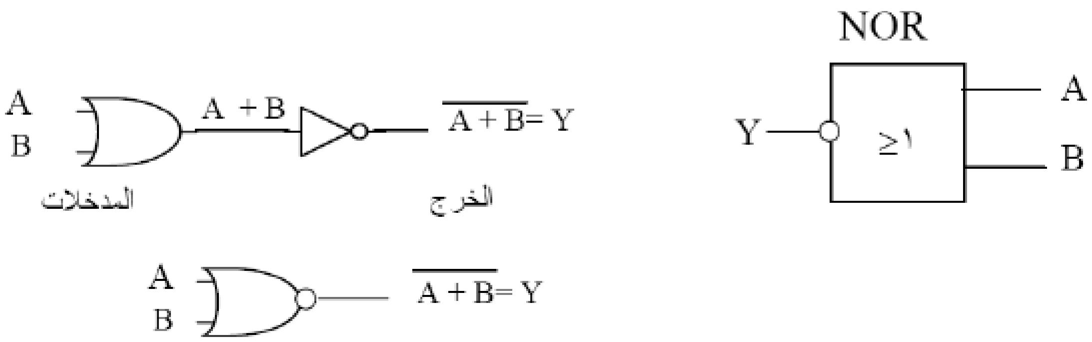
$$Y = \overline{A . B}$$

جدول الحقيقة " الصواب " لبوابة NAND

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

٢ - بوابة "نفي أو" NOR gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٢ -٢) . ففيه بوابة "أ و " قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم جمع المداخل A,B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A+ B) .ثم تعكس عن طريق بوابة النفي ،لذا نلاحظ أن الشرطة العليا " _____ " قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي " أ و"(NOR)



شكل (٢ -٢) الرمز المنطقي لبوابة نفي "أ و"

يظهر الرمز المنطقي المستخدم لبوابة " نفي أو " في أسفل شكل (٢ - ٢). لاحظ أن رمز " نفي أو " هو رمز بوابة " أو " مع إضافة دائرة صغيرة عند المخرج. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة العاكسة.

معادلة الجبر البولي للبوابة :

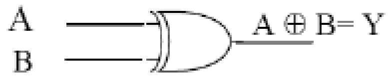
$$Y = \overline{A + B}$$

جدول الحقيقة لبوابة NOR

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

٣ – بوابة "أو" الاستثنائية Exclusive OR gate = EXOR

تسمى هذه البوابة بالمقارنة كما يشار إليها بأنها بوابة " أيهما وليس كليهما " حيث تعطي خرج حقيقي "1" عند اختلاف مستويات الدخل وما عد ذلك يكون الخرج "0" وتسمى كذلك بوابة XOR

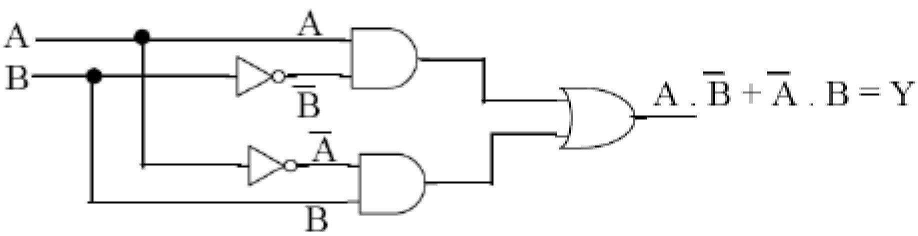


شكل (٢ -٣) الرمز المنطقي لبوابة "أ و"الاستثنائية

معادلة الجبر البولي EXOR

$$Y = A \oplus B \longrightarrow Y = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

تمثيل بوابة XOR ببوابات AND و OR و NOT

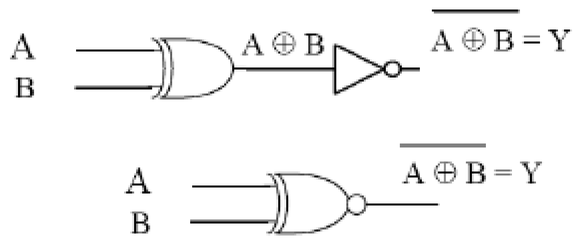


جدول الحقيقة " الصواب "

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

٤ - بوابة نفي أو الاستثنائية EXNOR

يتم في شكل (٢ – ٤) عكس خرج بوابة " أو الاستثنائية ". ويسمى خرج العاكس (بوابة النفي) على اليمين بدالة "نفي أو الاستثنائية "ويرمز لها بالرمز EXNOR . لذا فمما سبق عرفنا أن بوابة أو الاستثنائية تنتج التعبير البولي $A \oplus B = Y$ وبعكس هذا التعبير نحصل على $\overline{A \oplus B} = Y$. وهي لا تعطي خرج حقيقي "1" إلا عند اتفاق مستويات الدخل وما عدا ذلك يكون الخرج "0" وتسمى كذلك بوابة XOR



شكل (٢ -٤) الرمز المنطقي لبوابة نفي "أ و"الاستثنائية

معادلة الجبر البولي EXOR

$$Y = \overline{A \oplus B}$$

جدول الحقيقة " الصواب "

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- ان بوابة AND مكافئة لعمل …… .

أ- مفاتيح مربوطة على التوالي.

ب- مفاتيح مربوطة على التوازي.

2- ان اخراج بوابة XOR ذات المدخلين يساوي (1) في حالة :

أ- أن يكون كلا المدخلين ذو فولتية عالية .

ب- أن يكون كلا المدخلين ذو فولتية واطئة.

ت- أن يكون أحدهما ذو فولتية واطئة والاخر ذو فولتية عالية.

ث- أن يكون كلا المدخلين متساويي الفولتية .

3- ان الاشارة الخارجة من بوابة النفي (NOT) التي اشارة ادخالها 10100 هي :

أ- (01111) .

ب- (10101) .

ت- (01011) .

ث- (01011)

4- ان العمل الاساسي لبوابة النفي هو :

أ- وقف الاشارة الخارجة .

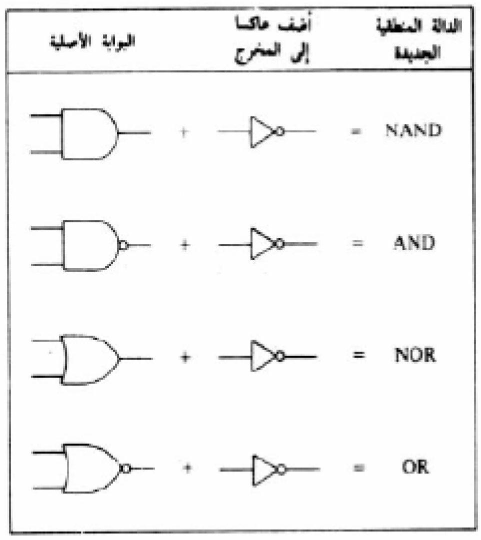
ب- عكس الاشارة الداخلة .

ت- جعل الاشارة الخارجة تساوي (0) فولت .

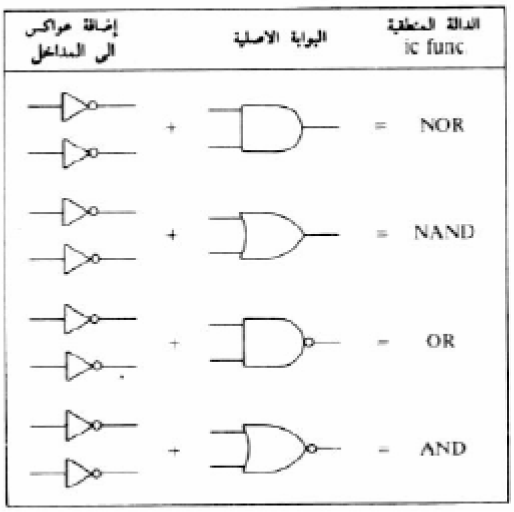
ث- تصفير قيمة الاشارة الخارجة من (1) الى (0) فولت.

تحويل البوابات باستخدام العواكس

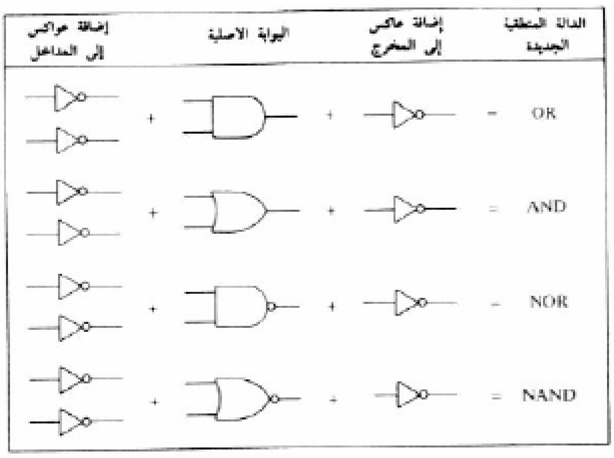
عند استعمال البوابات المنطقية تظهر الحاجة إلى التحويل إلى دالة منطقية أخرى. والطريقة السهلة للتحوي هي استخدام عواكس (بوابات النفي) على مداخل أو مخارج البوابات. وقد أوضحنا كيف أن عاكساً يوصل بمخرج بوابة " و " ينتج دالة " نفي و " لذا فالجداول التالية توضح هذه التحويلات.



شكل(٣-٥)تأثير عكس مخارج البوابات



شكل (٣ – ٦) تأثير عكس مداخل البوابات



شكل (٣ – ٧) تأثير عكس مداخل ومخارج البوابات

تجميع البوابات المنطقية

تعتبر البوابات التي سبق دراستها هي اللبنة الأساسية لبناء الدوائر المنطقية التي تؤدي وظائف معينة ويمكن تجميع البوابات المنطقية بأسلوبين أو طريقتين :

١ – منطق " و – أو " "AND - OR gates "

٢ – منطق " نفي و " "NAND gates "

ويعتبر المنطق الثاني هو الأكثر استخداماً

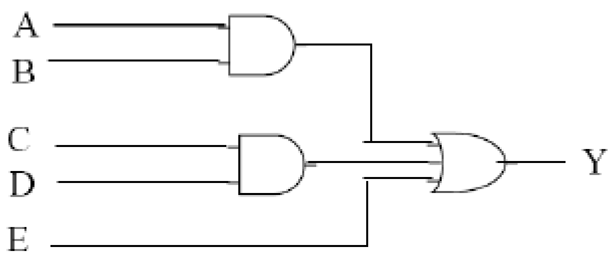
مثال : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $Y = A . B + C .D + E$

أولا : باستخدام منطق " و – أو " .

ثانيا : باستخدام منطق " نفي و " .

الحل :

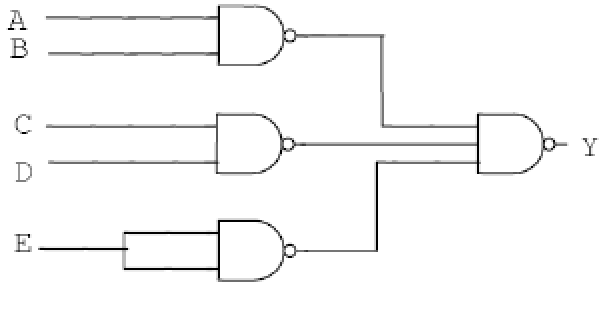
١ – باستخدام منطق " و - أو " .



$F = A . B + C . D + E$

٢ – باستخدام منطق " نفي و "

استبدال كل البوابات في المنطق السابق ببوابات " نفي و " NAND



$Y = A . B + C . D + E$

أسئلة وتمارين

س١ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي و (NAND) ذات الأربعة مداخل؟

س٢ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي أو (NOR) ذات الأربعة مداخل؟

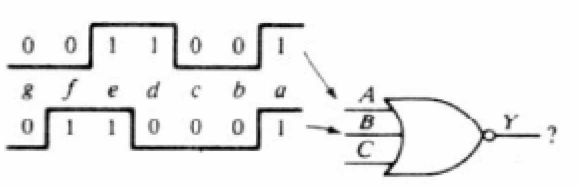
س٣ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة أو الاستثنائية(EXOR) ذات الأربعة مداخل؟

س٤ : اكتب التعبير البولي وارسم الرمز المنطقي لبوابة نفي أو الاستثنائية(EXNOR) ذات الأربعة مداخل؟

س٥ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة في الشكل (٣ – ٨)عندما يكون الدخل C:

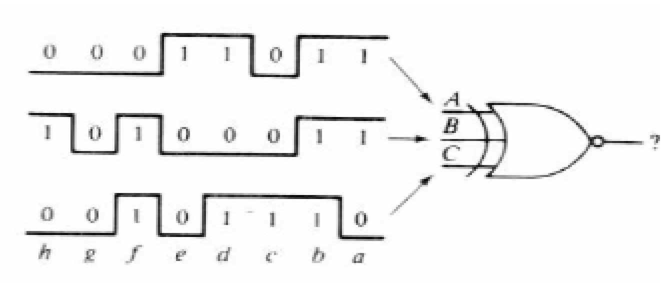
١ - C = 1 دائماً

٢ - C = 0 دائماً



شكل (٣ -٨) مسألة سلسلة النبضات

س٦ : كيف تكون سلسلة النبضات الخارجة من بوابة نفي أو الاستثنائية في الشكل (٣ – ٩)



شكل (٣ -٩) مسألة سلسلة النبضات

س٧ : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $\overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot\overline{C} = Y$ مستخدماً عواكس ،بوابات " و" وبوابة "أو " واحدة؟

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) ، تكون قيمة الاخراج(Y=0) وبخلاف ذلك تكون (Y=1) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- AND .

ب- OR .

ت- NAND .

ث- XNOR .

2- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) و(A=B=1) تكون قيمة الاخراج(Y=1) وبخلاف ذلك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- XNOR .

3- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل (A=B=0) تكون قيمة الاخراج(Y=1) وبخلاف ذلك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- XNOR .

4- من جدول الحقيقة لاحدى الدوائر المنطقية لاحظنا بانه فقط عندما تكون قيمة المداخل(A=B=1) تكون قيمة الاخراج (Y=1) وبخلاف ذلك تكون (Y=0) نستنتج من ذلك بان الدائرة هي دائرة بوابة :

أ- NOR .

ب- XOR .

ت- AND .

ث- NAND .

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت	1	أ	1	ب
2	ب	2	ت	2	ث
3	أ	3	ت	3	أ
4	أ	4	ب	4	ث
5		5		5	
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	
10		10		10	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.
2- Digital Principles &Application
3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))
4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))
5- Modern Digital electronics (R.P.Jain
6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

(المحاضرتان الثامنة و التاسعة : الجبر البوليني (Boolean Algebra)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

لقد وضعت قوانين وقواعد جبر بولين (**Boolean Algebra**) لتسهيل تحليل وتبسيط وتصميم الدوائر المنطقية

لذلك صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب البديهيات والعلاقات الجبرية المنطقية وكيفية استخدامها في تبسيط وتصميم الدوائر والمعادلات المنطقية المختلفة .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : العلاقات الجبرية البولينية ونظريتا دي موركان.

ثانيا : تبسيط الدوال المنطقية باستخدام قوانين ونظريات الجبر البوليني .

ثالثا : ايجاد جدول الحقيقة لدوائر تستخدم بوابات مختلفة .

رابعا :كتابة المعادلة المنطقية من جدول الواقع –اما باستخدام نتاج المجموع او مجموع النتاج .

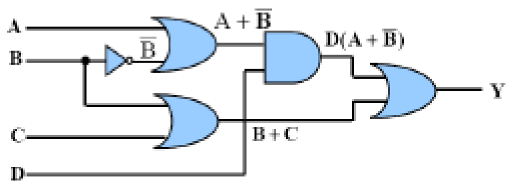
د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية استخدام قوانين ونظريات الجبر البوليني في تبسيط الدوال المنطقية المختلفة .
- يستنتج معادلات الاخراج لدوائر منطقية مختلفة
- يتعرف على كيفية تنفيذ البوابات المختلفة باستخدام نوع واحد من البوابات (**NOR** أو **NAND**)

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

1- أكتب معادلة أخرج الدائرة المنطقية التالية :



2- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية :

$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,C + A\,\overline{B}\,C$

3- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة التالية : $Y = \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني : $Y = A\,B + A\,(A + C) + B\,(A + C)$

5- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة المعادلة المبسطة في السؤال السابق .

التعبير البوليني لدائرة منطقية The Boolean Expression for a Logic Circuit.

لاستنتاج التعبير البوليني لأي دائرة منطقية، نبدأ من المدخلات في أقصى اليسار متجهين إلى الخرج النهائي للدائرة وذلك بكتابة الخرج لكل بوابة. وكمثال على ذلك، نفترض الدائرة المنطقية الموضحة في شكل (٢ -١٨). ويمكن استنتاج التعبير البوليني لهذه الدائرة كما يلي:

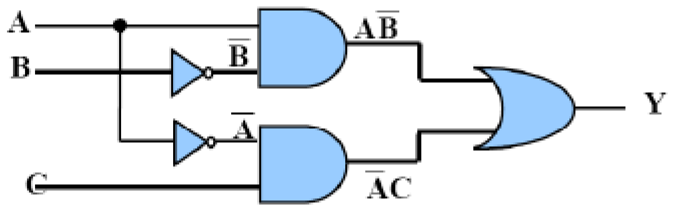
١. التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها الدخلان $A, \ \overline{B}$ هو $A\overline{B}$.

٢. التعبير البوليني لبوابة AND والتي لها الدخلان $\overline{A}, C$ هو $\overline{A}C$.

٣. ويكون التعبير البوليني لبوابة OR والتي لها الدخلان $A\overline{B}, \ \overline{A}C$ هو $A\overline{B} + \overline{A}C$.

وعلى ذلك يكون الخرج النهائي للدائرة هو:

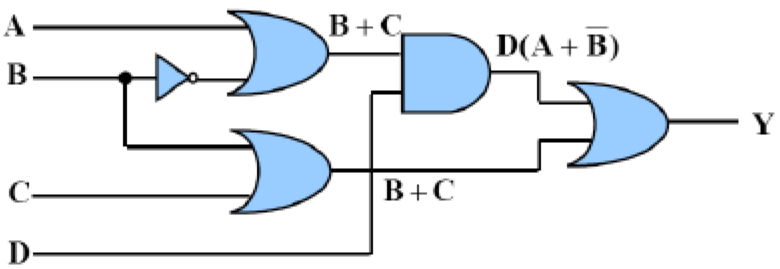
$$Y = A\overline{B} + \overline{A}C$$



شكل (٢ -١٨) دائرة منطقية تبين كيفية استنتاج التعبير البوليني للخرج.

مثال (٢ -٢): اكتب التعبير البوليني للدائرة المنطقية الموضحة في شكل (٢ -١٩).

الحل:



شكل (٢ -١٩) الدائرة المنطقية لمثال (٢ -٢) وتبين كيفية الحصول على التعبير البوليني للخرج.

ويكون التعبير البوليني لخرج الدائرة النهائي هو:

$$Y = D(A + \overline{B}) + (B + C)$$

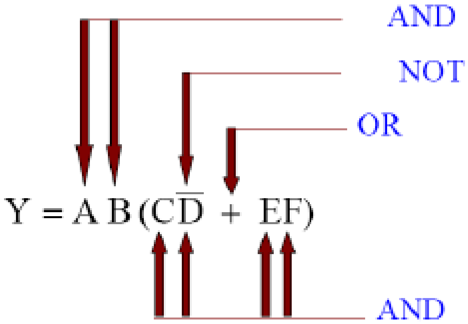
تمثيل دائرة منطقية باستخدام التعبير البوليني

Implementation of a Logic Circuit Using a Boolean Expression :

عن طريق بعض الأمثلة التوضيحية سوف نناقش الآن كيف يمكن تمثيل دائرة منطقية ما بمعلومية التعبير البوليني لها. لنفترض الآن أننا نريد تمثيل التعبير البوليني الآتي:

$$Y = AB(C\overline{D} + EF)$$

عند تقسيم هذا التعبير البوليني نجد أن المتغيرات $A,\ B$ ثم $(C\overline{D} + EF)$ تمثل ثلاث مدخلات لبوابة AND، والمتغير $(C\overline{D} + EF)$ يمكن تشكيله بأخذ $C, \overline{D}$ على دخلي بوابة AND، وأخذ E,F على دخلي بوابة AND أخرى، ثم نأخذ كل من خرج البوابتين AND على دخلي بوابة OR. ويمكن توضيح عملية التقسيم السابقة كالآتي:



قبل أن نبدأ في تمثيل هذا التعبير البوليني يجب أولا الحصول على الحد $(C\overline{D} + EF)$ ؛ ولكن قبل الحصول على هذا الحد علينا الحصول على الحدين $C\overline{D}, EF$ ؛ ولكن قبل ذلك يجب الحصول على المتغير $\overline{D}$ ، وبذلك كما نرى هناك سلسلة من العمليات المنطقية يجب أن تتم على الترتيب. وعلى ذلك فإن البوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني $AB(C\overline{D} + EF)$ هي:

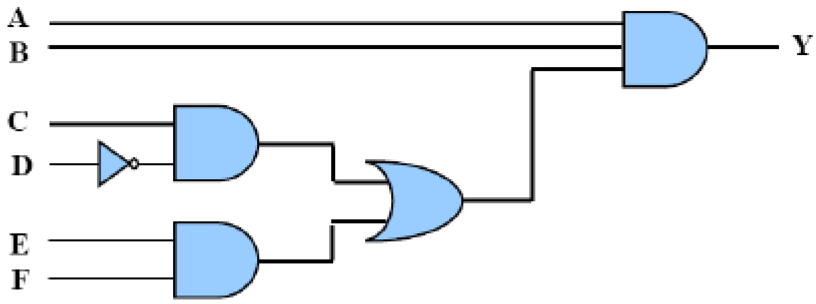
١. بوابة NOT لتمثيل المتغير $\overline{D}$.

٢. بوابتي AND لكل منهما مدخلان لتمثيل الحدين $C\overline{D}, EF$.

٣. بوابة OR ذات مدخلين لتمثيل الحد $(C\overline{D} + EF)$.

٤. بوابة AND لها ثلاثة مدخلات لتمثيل الخرج النهائي Y.

والدائرة المنطقية التي تمثل التعبير البوليني السابق موضحة في شكل (2 -20).



الشكل (2 -20) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $AB(C\overline{D}+EF)$.

2 -11 تمثيل الدائرة المنطقية من خلال جدول الحقيقة

Implementation of a Logic Circuit via a Truth Table

سوف نتعرف في هذا الجزء على كيفية تمثيل دائرة منطقية من خلال جدول الحقيقة الخاص بها بدلا من التعبير البوليني، حيث يمكن لنا كتابة التعبير البوليني من جدول الحقيقة ومن ثم تمثيل الدائرة المنطقية. جدول (2 -12) يبين جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما، والمراد تمثيل هذه الدائرة والتي تحقق هذا الجدول. يمكن الحصول على التعبير البوليني من جدول الحقيقة كما يلي:

1. نحدد من جدول الحقيقة تشكيلة المدخلات التي تعطي الخرج $Y = 1$، ففي الصف الثالث من الجدول نجد أن الخرج $Y = 1$ حيث قيمة المدخلات هي $A = 0, B = 1, C = 0$، وتكتب بالتعبير البوليني على الشكل $\overline{A}B\overline{C}$ حيث يكتب المتغير برمزه إذا كان يساوي (1)، ويكتب بعكس رمزه إذا كان يساوي (0). وبالمثل فإن الخرج يساوي (1) في الصف السابع من الجدول والذي يكتب بالتعبير البوليني على الشكل $AB\overline{C}$.

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

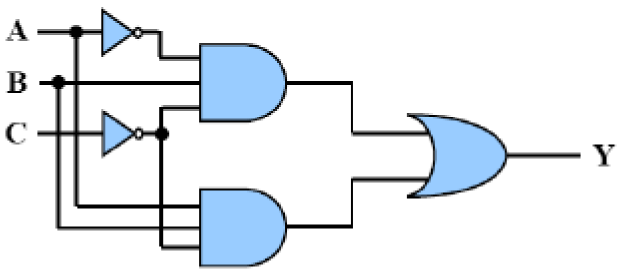
الجدول (2 -12) جدول الحقيقة لدائرة منطقية ما يراد تمثيلها.

2. بتجميع التعبيرات البولينية التي تعطي الخرج $Y = 1$ عن طريق بوابة OR نحصل على:

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$$

الحد الأول في التعبير البوليني السابق $\overline{A}B\overline{C}$ يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة $\overline{A}, B, \overline{C}$ على بوابة AND ، والحد الثاني من التعبير البوليني $AB\overline{C}$ يمكن تمثيله عن طريق تجميع المتغيرات الثلاثة $A, B, \overline{C}$ على بوابة AND ، وبتجميع الحدين الأول والثاني على بوابة OR يمكننا الحصول على التعبير البوليني للخرج Y.

والبوابات المنطقية المطلوبة لتمثيل التعبير البوليني السابق هي: بوابتان NOT لتمثيل كل من المتغيرين $\overline{A}, \overline{C}$ ؛ بوابتان AND ذات ثلاثة مدخلات لتمثيل الحدين $\overline{A}B\overline{C}$ ، $AB\overline{C}$ ، وبوابة OR بدخلين لنحصل منها على دالة الخرج النهائي $\overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$ ، والدائرة المنطقية التي تمثل هذا التعبير البوليني موضحة في شكل (2 -21).



الشكل (2 -21) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\overline{\mathbf{C}} + \mathbf{AB}\overline{\mathbf{C}}$.

مثال (2 -3): استنتج الدائرة المنطقية المطلوبة لتمثيل جدول الحقيقة الموضح في جدول (2 -13).

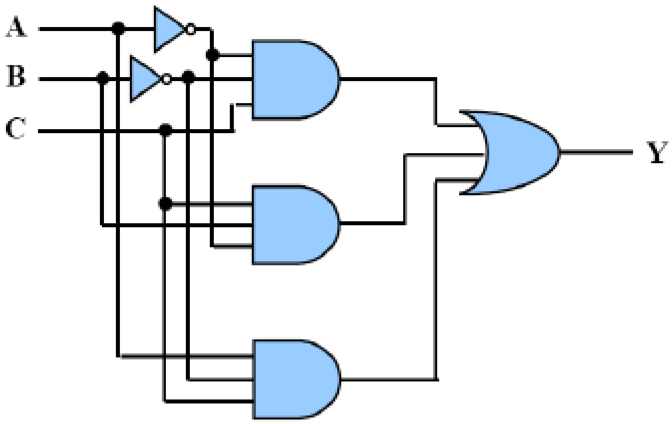
المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

الجدول (2 -13) جدول الحقيقة للدائرة المنطقية المراد تمثيلها.

الحل: التعبير البوليني لجدول الحقيقة المبين يمكن كتابته عن طريق تجميع الحدود التي تعطي الخرج Y = ١ (الحدود المظللة بالجدول) على بوابة OR كما يلي:

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C$$

ويكون التمثيل النهائي للدائرة كما هو موضح بشكل (٢ -٢٢).



شكل (٢ -٢٢) الدائرة المنطقية للتعبير البوليني $\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C$.

تحويل التعبير البوليني إلى جدول الحقيقة

Converting a Boolean Expression to a Truth Table :-

جدول الحقيقة ببساطة هو عبارة عن قائمة بالتشكيلات المحتملة لعدد المتغيرات وقيم الخرج المقابلة لها (٠ or١). وللتعبير البوليني المحتوي على متغيرين، هناك أربع تشكيلات مختلفة (٤ = $٢^{٢}$)، وللتعبير المحتوي على ثلاثة متغيرات، هناك ثماني تشكيلات مختلفة (٨ = $٢^{٣}$)، وهكذا.

لعمل جدول الحقيقة للتعبير البوليني، نبدأ بكتابة التشكيلات المختلفة حسب عدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني ثم نضع (١) في عمود الخرج (Y) لكل حد موجود في التعبير البوليني، ونضع (٠) أمام الحدود المتبقية، والمثال التالي يوضح ذلك.

مثال (2 -4): استنتج جدول الحقيقة للتعبير البوليني:

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + ABC$$

الحل: هناك ثلاثة متغيرات (A وB وC) في التعبير البوليني المعطى، وبالتالي فهناك ثمانية احتمالات أو تشكيلات مختلفة لهذه المتغيرات كما هو موضح بالأعمدة الثلاثة على اليسار في الجدول (2 -14).

القيم الثنائية لكل حد من الحدود الأربعة في التعبير البوليني هي:

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C} = 000,\ \overline{A}B\overline{C} = 010,\ AB\overline{C} = 110,\ ABC = 111$$

أمام كل من هذه القيم الثنائية يوضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح بالجدول، ولكل التشكيلات الثنائية المتبقية يوضع (0) في عمود الخرج (Y).

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (2 -14) جدول الحقيقة للتعبير البوليني $\mathbf{Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + ABC}$.

Rules of Boolean Algebra قواعد الجبر البوليني

جدول (3 -1) يبين القواعد الأساسية للجبر البوليني والتي تستخدم في تناول وتبسيط التعبيرات البولينية.

1. $A + 0 = A$	2. $A + 1 = 1$
3. $A \bullet 0 = 0$	4. $A \bullet 1 = A$
5. $A + A = A$	6. $A + \overline{A} = 1$
7. $A \bullet A = A$	8. $A \bullet \overline{A} = 0$
9. $\overline{\overline{A}} = A$	10. $A + AB = A$

الجدول (3 -1) القواعد الأساسية للجبر البوليني.

والآن سوف نرى كيفية تحقيق هذه القواعد وذلك من خلال تطبيقها على البوابات المنطقية التي سبق دراستها.

__القاعدة (1): A + 0 = A__ هذه القاعدة يمكن فهمها بملاحظة ماذا يحدث عندما يكون أحد الدخلين لبوابة OR دائماً يساوي (0) والدخل الآخر، A، والذي يمكن أن يأخذ القيمة (1) أو (0). فإذا كان A=1 فإن الخرج يساوي (1) والذي يساوي A. وإذا كان A=0 فإن الخرج يساوي (0) وهو أيضا يساوي A. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (0) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير.

__القاعدة (2): A + 1 = 1__ هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة OR دائماً يساوي (1) والدخل الآخر، A، والذي يأخذ القيمة (1) أو القيمة (0). وجود (1) على أحد الدخلين لبوابة OR يعطي دائماً خرجاً يساوي (1) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة OR مع (1) فإن الخرج دائماً يساوي (1).

القاعدة (3): $A \bullet 0 = 0$ هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة AND دائماً يساوي (0) والدخل الآخر، A، فإن الخرج دائما يساوي (0) بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي على الدخل الآخر. وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع (0) فإن الخرج دائماً يساوي (0).

القاعدة (4): $A \bullet 1 = A$ هذه القاعدة تقول إذا كان أحد الدخلين لبوابة AND دائماً يساوي (1) والدخل الآخر، A، فإن الخرج يساوي قيمة المتغير (A)، فإذا كان المتغير A=0 فإن خرج البوابة AND يساوي (0)، وإذا كان المتغير A=1 فإن خرج البوابة AND يساوي (1) لأن الدخلين الآن قيمتهما تساوي (1). وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND مع (1) فإن الخرج يساوي قيمة هذا المتغير.

القاعدة (5): $A + A = A$ مفهوم هذه القاعدة أنه إذا كان كل من الدخلين للبوابة OR عليهما نفس المتغير A، فإن الخرج يكون قيمة هذا المتغير. فإذا كان المتغير $A = 0$ فذلك يعني $0 = 0 + 0$، وإذا كان المتغير $A = 1$ فهذا يعني $1 + 1 = 1$.

القاعدة (6): $A + \overline{A} = 1$ يمكن شرح هذه القاعدة كالتالي: إذا دخل متغير A على أحد دخلي بوابة OR والمتغير $\overline{A}$ على المدخل الآخر لنفس البوابة فإن الخرج دائماً يساوي (1). إذا كانت A=0 يكون $1 - 1+0 - \overline{0}+0$. وإذا كانت $A = 1$ يكون $1+\overline{1} - 1+0 - 1$.

القاعدة (7): $A \bullet A = A$ إذا دخل المتغير A على دخلي البوابة AND فإن الخرج يكون قيمة هذا المتغير. فإذا كان المتغير $A = 0$ فذلك يعني $0 = 0 \bullet 0$، وإذا كان المتغير $A = 1$ فهذا يعني $1 = 1 \bullet 1$، وفي كلتا الحالتين يكون خرج البوابة AND يساوي قيمة المتغير A.

القاعدة (8): $A \bullet \overline{A} = 0$ إذا دخل متغير A على أحد دخلي بوابة AND والمتغير $\overline{A}$ على المدخل الآخر لنفس البوابة فإن الخرج دائما يساوي (0). وهذا من السهل فهمه لأن أحد الدخلين A أو $\overline{A}$ سوف يساوي (0) دائما، وعندما يوجد (0) على أحد دخلي بوابة AND فمن المؤكد أن الخرج يساوي (0) أيضاً.

القاعدة (9): $\overline{\overline{A}} = A$ إذا تم عكس متغير مرتين تكون النتيجة هى قيمة هذا المتغير. إذا كان المتغير $A = 0$ وتم عكسه نحصل على (1)، فإذا تم عكس (1) مرة أخرى نحصل على (0) وهو يساوي قيمة المتغير الأصلي.

القاعدة (10): يمكن تحقيق هذه القاعدة باستخدام القاعدة (2) والقاعدة (4) كالآتي:

$$\begin{aligned} A + AB &= A\,(1 + B) \\ &= A\,(1) \\ &= A \end{aligned}$$

نظريات ديمورجان Demorgan's Theorems

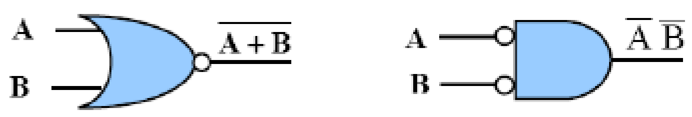
نظريات ديمورجان تعتبر جزءاً هاماً من الجبر البوليني، فهذه النظريات تستخدم لتحويل التعبيرات الجبرية من وضعية AND الأساسية إلى وضعية OR وبالعكس. كما تسمح لنا بحذف العلامات الفوقية (bars) من المتغيرات المتعددة، ويمكن كتابة نظريتي ديمورجان لمتغيرين على الشكل التالي:

نظرية ديمورجان الأولى: $\overline{A+B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$

نظرية ديمورجان الثانية: $\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$

النظرية الأولى تغير من وضعية OR الأساسية إلى وضعية AND كما هو موضح في شكل (3 -1) حيث تكافئ البوابة NOR في الطرف الأيسر البوابة AND ولكن بمدخلين معكوسين في الطرف الأيمن حيث تقوم الدائرة الصغيرة في المدخل مقام بوابة العاكس.

ويمكن إثبات هذه النظرية عن طريق جدول الحقيقة كما هو مبين في الجدول (3 -2). يطلق على البوابة التي في الطرف الأيمن اسم بوابة AND السالبة (negative AND).



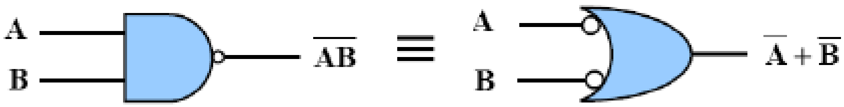
الشكل (3 -1) التغير من وضعية OR إلى وضعية AND.

المدخلات		الخرج	
A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \bullet \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

الجدول (3 -2) اثبات نظرية ديمورجان الأولى.

وتغير النظرية الثانية من وضعية AND الأساسية إلى وضعية OR كما هو موضح في شكل (3 -2) حيث تكافئ البوابة NAND في الطرف الأيسر البوابة OR بمدخلين معكوسين في الطرف الأيمن (تقوم الدائرة الصغيرة في الدخل مقام بوابة العاكس)، ويمكن أيضاً إثبات هذه النظرية عن

طريق جدول الحقيقة المبين في الجدول (3 -3). ويطلق أيضاً على البوابة التي على اليسار اسم بوابة OR السالبة (negative OR).



الشكل (3 -2) التغير من وضعية AND إلى وضعية OR.

المدخلات		الخرج	
A	**B**	$\overline{A \bullet B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

الجدول (3 -3) إثبات نظرية ديمورجان الثانية.

نظريات ديمورجان يمكن تطبيقها أيضاً على التعبيرات البولينية والتي لها أكثر من متغيرين. والأمثلة الآتية توضح كيفية تطبيق نظريات ديمورجان على ثلاثة متغيرات وأربعة متغيرات.

مثال (3 -1): طبق نظريات ديمورجان على التعبير البوليني التالي:

$$Y=\overline{(A+\overline{B}+\overline{C})\bullet(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

الحل:

$$Y=\overline{(A+\overline{B}+\overline{C})\bullet(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

$$=\overline{(A+\overline{B}+\overline{C})}+\overline{(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

$$=\overline{A}\,\overline{\overline{B}}\,\overline{\overline{C}}+\overline{\overline{A}}\,\overline{B}\,\overline{\overline{C}}=\overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,C$$

مثال (3 -2): طبق نظريات ديمورجان على التعبير البوليني التالي:

$$Y = \overline{(\overline{A} + B) + CD}$$

الحل:

$$\begin{aligned} Y &= \overline{(\overline{A} + \overline{B}C) + \overline{B(A + \overline{C})}} \\ &= \overline{(\overline{A} + \overline{B}C)} \bullet \left(\overline{B\overline{(A + \overline{C})}}\right) \\ &= A\overline{(\overline{B}C)} \bullet \left(\overline{B} + \overline{\overline{(A + \overline{C})}}\right) \\ &= A(B + \overline{C})(\overline{B} + A + \overline{C}) \end{aligned}$$

تبسيط التعبيرات البولينية باستخدام الجبر البوليني

Simplification of Boolean Expressions Using Boolean algebra :-

تستخدم قواعد الجبر البوليني والتي سبق شرحها لتبسيط الدوال المنطقية (التعبيرات البولينية) وذلك لتمثيلها بأقل عدد من البوابات المنطقية، وكذلك بأقل عدد من المدخلات، ولذلك فإنه عند تمثيل هذه الدوال المنطقية عملياً، يجب أولاً أن نضعها في أبسط صورة ممكنة لاقتصاديات التصميم، والمثال التالي يوضح كيفية إجراء عملية التبسيط.

مثال (3 -4): باستخدام قواعد الجبر البوليني بسط الدالة المنطقية الآتية:

$$Y = AB + A(A + C) + B(A + C)$$

الحل: الخطوة الأولى في عملية التبسيط هي فك الأقواس الموجودة بالدالة فنحصل على:

$$Y = AB + AA + AC + AB + BC$$

نعوض عن قيمة الحد AA بالمتغير A (راجع القاعدة رقم 7 من قواعد الجبر البوليني) فتصبح الدالة:

$$Y = AB + A + AC + AB + BC$$

وبتطبيق القاعدة رقم 5 حيث $A + A = A$ ، فإن $AB + AB = AB$ ، وتصبح الدالة:

$$Y = AB + A + AC + BC$$

وبأخذ المتغير A عاملاً مشتركاً بين الحد الأول والثاني والثالث فنحصل على:

$$Y = A(B + 1 + C) + BC$$

وبتطبيق القاعدة رقم 2 حيث $A + 1 = 1$ ، نجد أن:

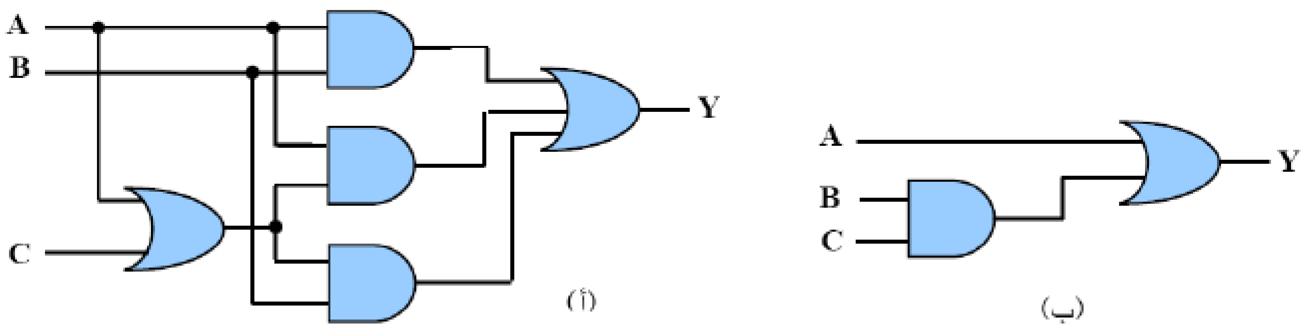
$$Y = A\ (1) + BC$$

وأخيرا بتطبيق القاعدة رقم 4 حيث $A(1) = A$ ، نحصل على:

$$Y = A + BC$$

عند هذه المرحلة فإن التعبير البوليني قد تم وضعه في أبسط صورة ممكنة. يجب أن نلاحظ هنا أنه عند اكتساب الخبرة في تطبيق قواعد الجبر البوليني فليس من الضروري تبسيط الدالة على شكل خطوات، ولكننا نبين هنا فقط كيفية الوصول إلى الصورة النهائية للدالة المبسطة وما هي القواعد التي تم استخدامها.

شكل (3 -3) يوضح كيف أمكن تمثيل الدالة بعد تبسيطها بأقل عدد ممكن من البوابات حيث أمكن تمثيلها باستخدام بوابتين فقط (الشكل(ب))، بينما احتاج تمثيل الدالة الأصلية قبل التبسيط إلى خمس بوابات (الشكل(أ)).



الشكل (3 -3) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (3 -4) قبل وبعد تبسيطها.

ومن المهم التحقق من أن هاتين الدائرتين متكافئتان، بمعنى أنه لأي تشكيلة من المدخلات A وB و C ، نحصل على نفس الخرج من الدائرتين.

مثال (3 -5): ضع التعبير البوليني الآتي في أبسط صورة ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير قبل وبعد التبسيط.

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

الحل: بأخذ الحدين الأول والثاني مع بعضهما ، وكذلك الحدين الثالث والرابع ، نحصل على:

$$Y = (\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C) + (\overline{A}BC + ABC)$$
$$= \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A)$$

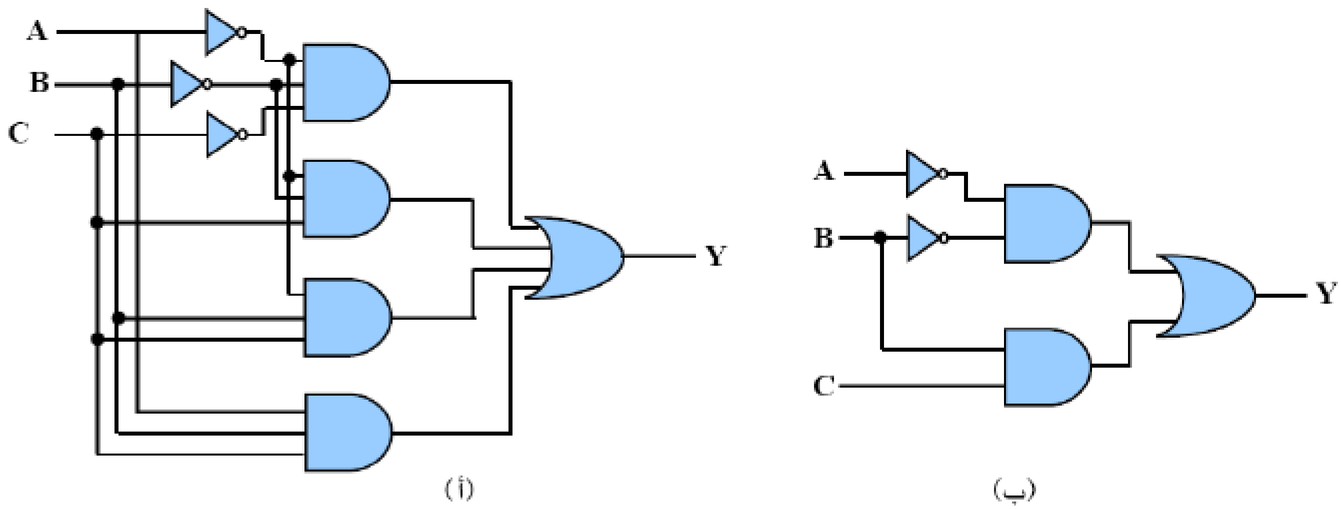
وبتطبيق القاعدة رقم 6 نحصل على:

$$Y = \overline{A}\overline{B} \bullet 1 + BC \bullet 1$$

ثم بتطبيق القاعدة رقم 4 نحصل على الصورة النهائية للتعبير البوليني وهي:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B} + B\,C$$

شكل (3 -4) يوضح تمثيل التعبير البوليني بالبوابات قبل وبعد عملية التبسيط.



الشكل (3 -4) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (3 -5) قبل وبعد تبسيطها.

الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية Standard Forms of Boolean Expressions

جميع التعبيرات البولينية ، بصرف النظر عن شكلها ، يمكن تحويلها إلى شكلين قياسيين ، الشكل الأول يسمى بمجموع الحدود المضروبة (*sum-of-products*) ويكتب اختصاراً (SOP) ، ويسمى الشكل الثاني بمضروب الحدود المجموعة (*product-of-sums*) ويكتب اختصاراً (POS). الأشكال القياسية تجعل عمليات التقييم والتبسيط والتمثيل للتعبيرات البولينية أكثر سهولة.

3 -5 -1 الشكل (SOP) The Sum-of-Products (SOP) form

في البداية يجب أن نعرف ما المقصود بالحد المضروب (product term). الحد المضروب يتكون من مجموعة من المتغيرات مضروبة في بعضها البعض مثل $AB, A\overline{B}$, $A\overline{B}C\overline{D}$ وهكذا. عند جمع حد أو أكثر من الحدود المضروبة جمعاً منطقياً نحصل على ما يسمى بمجموع الحدود المضروبة (Sum-of-Products) مثل:

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,\overline{C}$$

ويطلق على شكل مجموع الحدود المضروبة السابق اسم الشكل القياسي وذلك لإحتواء كل حد من الحدود المضروبة على نفس عدد المتغيرات، وسوف يكون التعامل في هذه الوحدة مع الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية فقط. والحد المضروب يمثل خرج بوابة AND، وبالتالي له قيمة واحدة فقط عند (1) وعدة قيم عند (0) (ارجع إلى جدول الحقيقة للبوابة AND).

3 -5 -2 الشكل (POS) The Product-of-Sums (POS) form

في البداية كما في الفقرة السابقة، يجب أن نعرف ما هو المقصود بالحد المجموع (sum term). الحد المجموع يتكون من حاصل جمع مجموعة من المتغيرات مثل $A+\overline{B}$, $A+\overline{B}+C$ وهكذا. عند ضرب حد أو أكثر من الحدود المجموعة ضرباً منطقياً نحصل على ما يسمى بمضروب الحدود المجموعة (Product-of-Sums) مثل:

$$(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B}+\overline{C})(A+B+C)$$

ويطلق على شكل مضروب الحدود المجموعة السابق اسم الشكل القياسي وذلك لاحتواء كل حد من الحدود المجموعة على نفس عدد المتغيرات، وسوف يكون التعامل في هذه الوحدة كما ذكرنا سابقاً مع الأشكال القياسية للتعبيرات البولينية فقط. والحد المجموع يمثل خرج بوابة OR، وبالتالي له قيمة واحدة فقط عند (0) وعدة قيم عند (1) (ارجع إلى جدول الحقيقة للبوابة OR).

3 -6 التحويل من الشكل القياسي (SOP) إلى الشكل القياسي (POS)

Converting Standard (SOP) to Standard (POS)

يجب معرفة أن القيم الثنائية (binary values) للحدود المضروبة في أي تعبير قياسي على شكل (SOP) لا تظهر في التعبير المكافئ القياسي على شكل (POS). وأيضاً، القيم الثنائية غير الممثلة في التعبير القياسي (SOP) تظهر في التعبير المكافئ القياسي على شكل (POS). وبناءً على ذلك، للتحويل من الشكل القياسي (SOP) إلى الشكل القياسي (POS)، نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: نحدد قيمة كل حد مضروب في التعبير القياسي (SOP)، أي نحدد الأعداد الثنائية التي تمثل الحدود المضروبة.

الخطوة الثانية: نحدد جميع الأعداد الثنائية غير الموجودة في الخطوة الأولى.

الخطوة الثالثة: نكتب الحد المجموع المكافئ لكل عدد ثنائي من الخطوة الثانية ثم نكتب هذه الحدود على شكل التعبير (POS).

باستخدام خطوات مشابهه لنفس الخطوات السابقة، يمكننا التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP).

مثال (3 -6): حول التعبير (SOP) القياسي التالي إلى التعبير (POS) القياسي.

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$$

الحل: نحدد أولاً القيمة الثنائية لكل الحدود المضروبة مع ملاحظة وضع المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (1)، ووضع المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، وبالتالي نحصل على:

$$Y = 001 + 011 + 100 + 110 + 111$$

نلاحظ وجود ثلاث متغيرات في التعبير السابق، وبالتالي يكون لدينا ثمانٍ من التشكيلات الثنائية (2^3). التعبير على شكل (SOP) يحتوي على خمسة من هذه التشكيلات، وعلى ذلك فان التعبير على شكل (POS) يجب أن يحتوي على التشكيلات الثلاثة الأخرى وهي 101 ,010 ,000، ويكتب التعبير كالتالي:

$$Y = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

نلاحظ أننا وضعنا المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، ووضعنا المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (1).

مثال (3 -7): حول التعبير (SOP) القياسي التالي إلى التعبير (POS) القياسي.

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C}$$

الحل: القيمة الثنائية للحدود المضروبة هي:

$$Y = 000 + 001 + 101 + 110$$

وعليه فان القيمة الثنائية للحدود المجموعة تكون كالتالي:

010, 011, 100, 111

ويكتب التعبير البوليني (POS) القياسي على الشكل:

$$Y = (A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

3 -7 التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP)

Converting Standard (POS) to Standard (SOP)

كما ذكرنا في الجزء السابق ، وباستخدام خطوات مشابهه لنفس الخطوات السابقة ، يمكننا التحويل من الشكل القياسي (POS) إلى الشكل القياسي (SOP). والأمثلة التالية توضح كيفية إجراء عملية التحويل.

مثال **(3 -8)**: حول التعبير (POS) القياسي التالي إلى التعبير (SOP) القياسي.

$$Y = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

الحل: نحدد أولاً القيمة الثنائية لكل الحدود المجموعة مع ملاحظة وضع المتغير غير المعكوس بالقيمة الثنائية (0)، ووضع المتغير المعكوس بالقيمة الثنائية (1)، وبالتالي نحصل على:

$$Y = (000)(001)(011)(101)(110)$$

نلاحظ أن التعبير (POS) يحتوي على خمسة تشكيلات من الثمانية، وبالتالي فان التعبير (SOP) يجب أن يحتوي على التشكيلات الثلاثة الأخرى وهي 010, 100, 111 ، ويكتب التعبير كالتالي:

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$

مثال **(3 -9)**: حول التعبير (POS) القياسي التالي إلى التعبير (SOP) القياسي.

$$Y = (A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

الحل: القيمة الثنائية للحدود المجموعةهي:

$$Y = (010)(011)(101)(111)$$

وعليه فان القيمة الثنائية للحدود المضروبة تكون كالتالي:

$$Y = 000 \text{ و } 001 \text{ و } 100 \text{ و } 110$$

ويكتب التعبير البوليني (SOP) القياسي على الشكل:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}$$

3 -8 تحويل التعبيرات (SOP) القياسية إلى جدول الحقيقة

Converting Standard (SOP) Expressions to Truth Table Format

لعمل جدول الحقيقة لأي تعبير بوليني على شكل (SOP) القياسي، نرسم الجدول أولاً ثم نكتب فيه عدد التشكيلات المختلفة طبقاً لعدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني. كمثال، لعدد ثلاث متغيرات فإن جدول الحقيقة يجب أن يحتوي على ثماني تشكيلات ($2^3 = 8$)، ولعدد أربعة متغيرات فإن جدول الحقيقة يجب أن يحتوي على ستة عشر من التشكيلات ($2^4 = 16$). في النهاية نضع (1) في عمود الخرج (Y) أمام القيمة الثنائية لكل حد مضروب في التعبير البوليني، ونضع (0) أمام القيم الثنائية المتبقية. والأمثلة التالية توضح ما سبق شرحه.

مثال (3 -10): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (SOP) التالي :

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$

الحل: يحتوي التعبير البوليني على ثلاث متغيرات ، وبالتالي يوجد ثماني تشكيلات ممكنة كما هو موضح في الأعمدة الثلاثة على اليسار بجدول الحقيقة (3 -4). القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة بالتعبير السابق هي:

$\overline{A}\overline{B}C \Rightarrow 001 \qquad A\overline{B}\overline{C} \Rightarrow 100 \qquad ABC \Rightarrow 111$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية ، نضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في الجدول، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (0) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

الجدول (3 -4) جدول الحقيقة لمثال (3 -10).

مثال (3 -11): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (SOP) التالي :

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C}$$

الحل: القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة بالتعبير السابق هي:

$\overline{A}B\overline{C} \Rightarrow 010 \qquad \overline{A}BC \Rightarrow 011 \qquad A\overline{B}C \Rightarrow 101 \qquad AB\overline{C} \Rightarrow 110$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية ، نضع (1) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في جدول الحقيقة (3 -5)، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (0) في عمود الخرج.

الخرج		المدخلات	
Y	**C**	**B**	**A**
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	1	0
0	0	0	1
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1

الجدول (3 -5) جدول الحقيقة لمثال (3 -11).

3 -9 تحويل التعبيرات (POS) القياسية إلى جدول الحقيقة

Converting Standard (POS) Expressions to Truth Table Format

كما ذكرنا سابقاً، وباتباع نفس الخطوات، لعمل جدول الحقيقة للتعبير البوليني على شكل (POS) القياسي، نرسم الجدول أولاً ثم نكتب فيه عدد التشكيلات المختلفة طبقاً لعدد المتغيرات الموجودة بالتعبير البوليني.

مثال (3 -12): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (POS) التالي :

$$Y = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)$$

الحل: يحتوي التعبير البوليني السابق على ثلاث متغيرات، وبالتالي يوجد ثماني تشكيلات ممكنة كما هو موضح في الأعمدة الثلاثة على اليسار بجدول الحقيقة (3 -6). القيم الثنائية لكل حد من الحدود المجموعة بالتعبير (POS) السابق هي:

$$A + B + C \Rightarrow 000 \qquad A + \overline{B} + C \Rightarrow 010 \qquad \overline{A} + B + C \Rightarrow 100$$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية، نضع (0) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في الجدول، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (1) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (3 -5) جدول الحقيقة لمثال (3 -12).

مثال (3 -13): استنتج جدول الحقيقة للتعبير القياسي (POS) التالي :

$$Y = (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

الحل: القيم الثنائية لكل حد من الحدود المضروبة في التعبير السابق هي:

$$A + B + \overline{C} \Rightarrow 001,\ \ A + \overline{B} + \overline{C} \Rightarrow 011,\ \ \overline{A} + \overline{B} + C \Rightarrow 110,\ \ \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \Rightarrow 111$$

لكل قيمة من هذه القيم الثنائية، نضع (0) في عمود الخرج (Y) كما هو موضح في جدول الحقيقة (3 -6)، ولكل القيم الثنائية المتبقية نضع (1) في عمود الخرج.

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

الجدول (3 -6) جدول الحقيقة لمثال (3 -13).

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

1- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني: $Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}\,\bar{B}\,C + \bar{A}\,B\,C + A\,B\,C$

2- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة المبسطة في السؤال السابق .

3- حول التعبير(SOP) القياسي التالي الى التعبير(POS) القياسي $Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}\,\bar{B}\,C + A\,\bar{B}\,C + A\,B\,\bar{C}$

4- حول التعبير(POS) القياسي التالي الى التعبير(SOP) القياسي:

$Y = (A + \bar{B} + C)\,(A + \bar{B} + \bar{C})\,(\bar{A} + B + \bar{C}) + (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

5- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية : $Y = \bar{A}\,\bar{B}\,C + A\,\bar{B}\,\bar{C} + A\,B\,C$

3 -10 استنتاج التعبيرات القياسية من جدول الحقيقة

Determining Standard Expressions from a Truth Table

لاستنتاج التعبير القياسي (SOP) الممثل بجدول الحقيقة، حدد القيم الثنائية للدخل لكل خرج يساوي (1). حول كل قيمة ثنائية إلى الحد المضروب المقابل لها، وذلك باستبدال كل (1) بالمتغير المقابل له، وكل (0) بعكس المتغير المقابل له. كمثال، القيمة الثنائية 0101 يمكن تحويلها إلى حد مضروب كما يلي:

$$0101 \Rightarrow \overline{A}B\overline{C}D$$

لاستنتاج التعبير القياسي (POS) الممثل بجدول الحقيقة، حدد القيم الثنائية للدخل لكل خرج يساوي (0). حول كل قيمة ثنائية إلى الحد المجموع المقابل لها، وذلك باستبدال كل (0) بالمتغير المقابل له، وكل (1) بعكس المتغير المقابل له. كمثال، القيمة الثنائية 1010 يمكن تحويلها إلى حد مجموع كما يلي:

$$1010 \Rightarrow \overline{A} + B + \overline{C} + D$$

مثال (3 -14): من جدول الحقيقة (3 -7)، استنتج التعبير القياسي (SOP)، (POS):

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

الجدول (3 -7) جدول الحقيقة لمثال (3 -14).

الحل: هناك أربعة 1's في عمود الخرج والقيم الثنائية المقابلة لها هي: 011, 100, 110, and 111. هذه القيم الثنائية يمكن تحويلها إلى حدود مضروبة كما يلي:

$$011 \Rightarrow \overline{A}BC \quad و \quad 100 \Rightarrow A\overline{B}\overline{C} \quad و \quad 110 \Rightarrow AB\overline{C} \quad و \quad 111 \Rightarrow ABC$$

وبالتالي يكون التعبير القياسي بشكل (SOP) للخرج (Y) هو:

$$Y = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C} + ABC$$

وللتعبير (POS)، الخرج يساوي (0) عند القيم الثنائية 000و001 و010 و101 and . هذه القيم الثنائية يمكن تحويلها إلى حدود مجموعة كما يلي:

$$000 \Rightarrow A + B + C \text{ و } 001 \Rightarrow A + B + \overline{C} \text{ و } 010 \Rightarrow A + \overline{B} + C \text{ و } 101 \Rightarrow \overline{A} + B + \overline{C}$$

وبالتالي يكون التعبير القياسي بشكل (POS) للخرج (Y) هو:

$$Y = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

3 -11 الخواص العامة لبوابات NAND و NOR

The Universal Property of NAND and NOR Gates

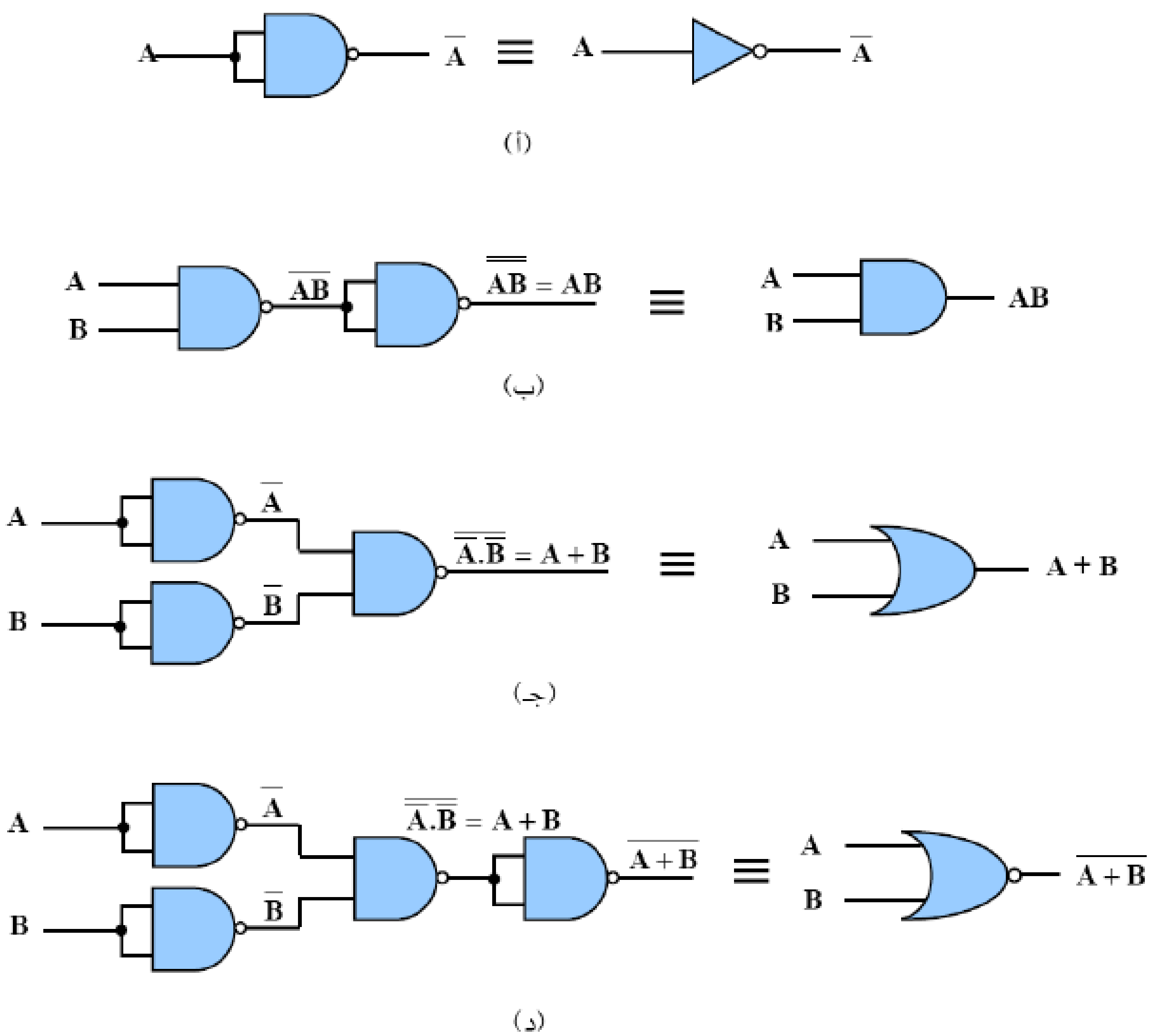
استعرضنا في بداية هذه الوحدة كيفية تمثيل الدوائر المنطقية باستخدام بوابات AND، وبوابات OR، والعواكس. وهنا سوف نناقش استخدام بوابات NAND وبوابات NOR كبوابات عامة (Universal Gates) لتمثيل أي تعبير بوليني. ومعنى كلمة بوابة عامة يعني أنه يمكن استخدامها كعاكس، وتركيبة من بوابات NAND يمكننا استخدامها في تمثيل بوابة AND، وكذلك NOR. وبالمثل فمعنى كلمة بوابة NOR عامة تعني أنه يمكن استخدامها كعاكس وتركيبة من بوابات NOR يمكننا استخدامها في تمثيل بوابة AND وOR وكذلك NAND.

3 -11 -1 البوابة **NAND** كعنصر منطقي عام

NAND gate as a Universal Logic Element

البوابة NAND هي بوابة عامة لأنه يمكن استخدامها في تنفيذ عملية العاكس، وعملية AND، وعملية OR، وكذلك عملية NOR. والعاكس يمكن بناؤه من البوابة NAND عن طريق توصيل جميع المدخلات في مدخل واحد كما هو موضح في الشكل(3 -5 (أ)) وذلك لبوابة NAND ذات مدخلين. ويمكن توليد عملية AND باستخدام بوابات NAND فقط كما هو موضح في شكل(3 -5(ب)).

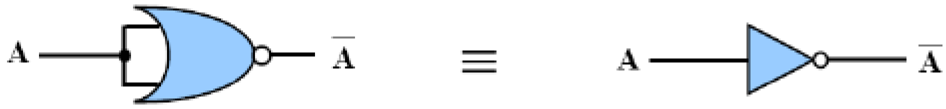
والبوابة OR يمكن بناؤها باستخدام بوابات NAND كما في شكل(3 -5(ج)). وأخيراً البوابة NOR يمكن بناوها كما هو موضح في شكل(3 -5(د)).



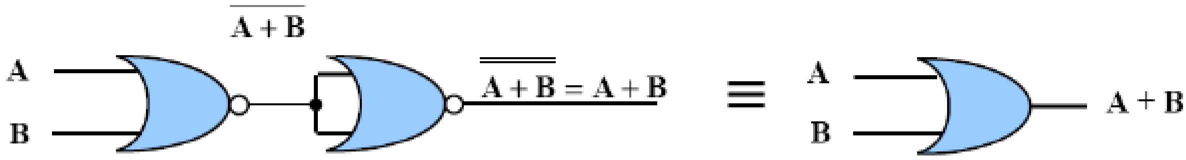
الشكل (3 -5) التطبيق العام لبوابات NAND.

3 -11 -2 البوابة NOR كعنصر منطقي عام NOR Gate as a Universal Logic Element

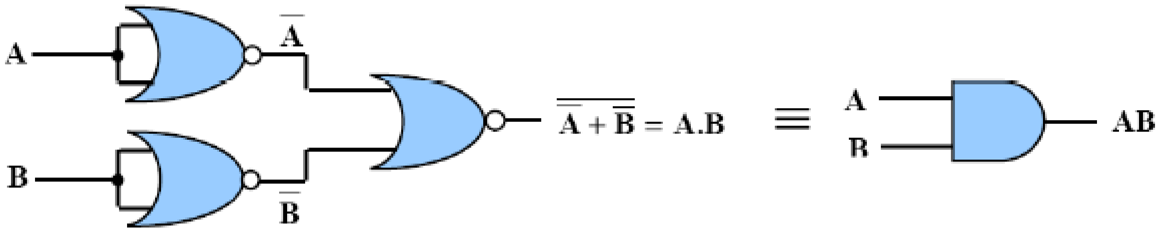
مثل بوابة NAND، فإن البوابة NOR يمكن استخدامها لبناء بوابات عاكس.AND و OR، وكذلك بوابة NAND. شكل (3 -6) يوضح كيفية توصيل البوابة NOR لتقوم بعمل بوابة NOT وبوابة OR وكذلك بوابة NAND.



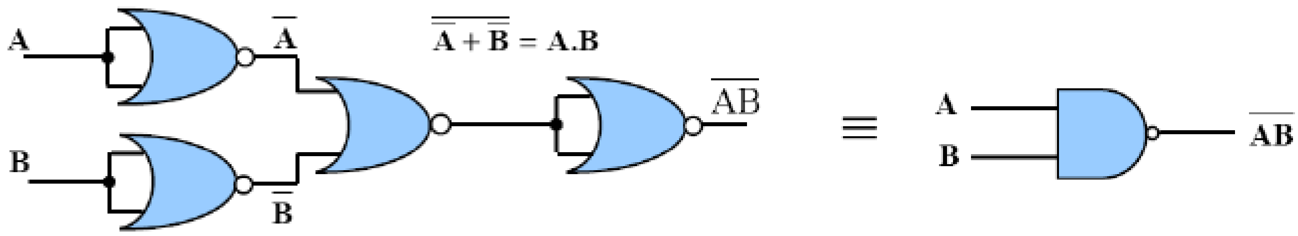
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

الشكل (3 -6) التطبيق العام لبوابات NOR.

مثال (٢ -٦): ضع التعبير البوليني الآتي في أبسط صورة ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير قبل وبعد التبسيط.

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}BC + ABC$$

الحل: بأخذ الحدين الأول والثاني مع بعضهما ، وكذلك الحدين الثالث والرابع، نحصل على:

$$\begin{aligned} Y &= (\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC) + (\overline{A}BC + ABC) \\ &= \overline{A}B(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A) \end{aligned}$$

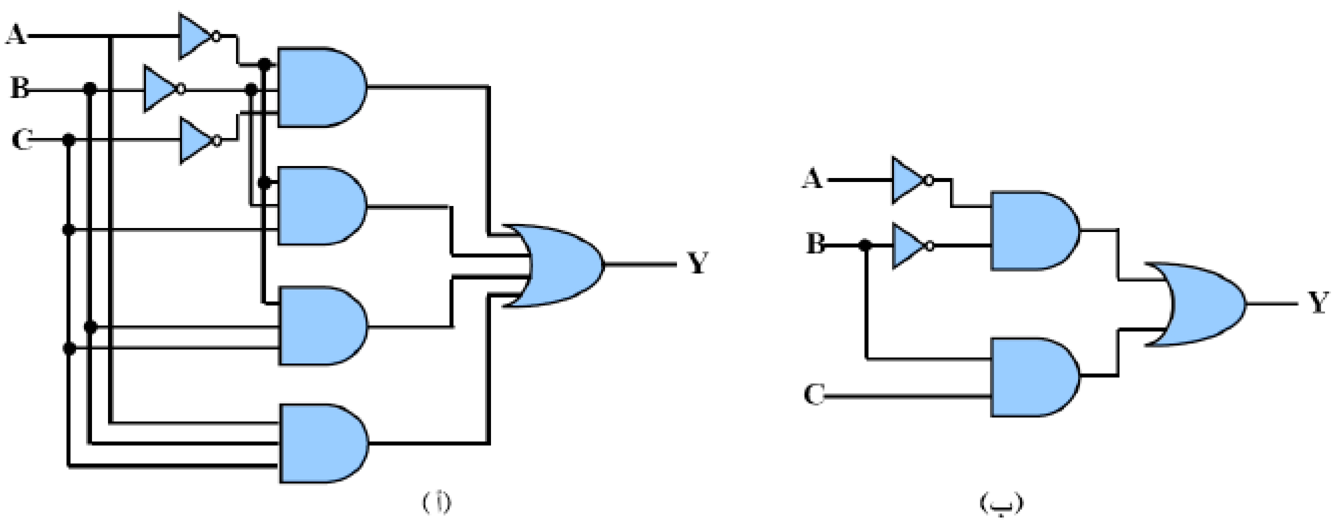
وبتطبيق القاعدة رقم ٦ نحصل على:

$$Y = \overline{A}B \bullet 1 + BC \bullet 1$$

ثم بتطبيق القاعدة رقم ٤ نحصل على الصورة النهائية للتعبير البوليني وهي:

$$Y = \overline{A}B + BC$$

شكل (٢ -٢٤) يوضح تمثيل التعبير البوليني بالبوابات قبل وبعد عملية التبسيط.



شكل (٢ -٢٤) تمثيل الدالة المنطقية لمثال (٢ -٦) قبل وبعد تبسيطها.

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية: $Y = \overline{A}\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C}$

2- أكتب جدول واقعية الدالة المنطقية التالية : $Y = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)$

3- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + B\,D + A\,\overline{B}$$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام قوانين الجبر البوليني

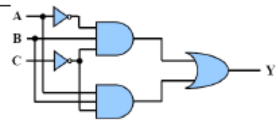
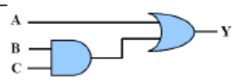
$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C + B\,C\,D + B\,C + A\,\overline{C}$$

5- أكتب معادلة أخرج الدائرة المنطقية الممثلة بالجدول التالي :

الدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات

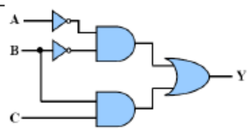
Pre test الاختبار القبلي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	$Y = D(A+\overline{B})+(B+C)$
2	(جدول الصواب أدناه)
3	
4	Y= A + BC
5	

السؤال 2:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Self test الاختبار الذاتي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	$Y = \overline{A}\,\overline{B}+B\,C$
2	
3	$Y = (A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$
4	$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}$
5	(جدول الصواب أدناه)

السؤال 5:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Post test الاختبار البعدي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	(جدول الصواب أدناه)
2	(جدول الصواب أدناه)
3	$Y = \overline{B}+D$
4	$Y = \overline{C}D+A\overline{B}+B\overline{D}$
5	$Y = \overline{AB}C+A\overline{BC}+ABC$

السؤال 1:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

السؤال 2:

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو))

(المحاضرة العاشرة – الثانية عشر : خريطة كارنوف (Karnaugh Map)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ– الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

تعتبر قوانين الجبر البوليني الاساس في تبسيط المعادلات والدوائر المنطقية المعقدة الا انها تصبح غير فاعلة عندما يزداد عدد مدخلات الدائرة لذلك تستخدم طريقة خريطة كارنوف .

حيث صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب طريقة تبسيط الدوائر والمعادلات المنطقية المختلفة باستخدام خريطة كارنوف .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : خارطة كارنوف- خارطة كارنوف لمتغيرين ، خارطة كارنوف لثلاثة متغيرات ، خارطة كارنوف لأربع متغيرات .

ثانيا : كيفية نقل جدول الواقعية الى خارطة كارنوف .

ثالثا : تبسيط الدوال المنطقية والدوائر المنطقية باستخدام خارطة كارنوف.

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يتعرف على كيفية التبسيط باستخدام خريطة كارنوف لمتغيرين و خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات و خريطة كارنوف لأربع متغيرات ..
- ينقل جدول الواقعية الى خريطة كارنوف .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

1- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

المدخلات			الخرج
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

2- أرسم الدائرة المنطقية المكافئة للمعادلة المبسطة في السؤال السابق .

3- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + B\,D + A\,\overline{B}$$

4- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C + B\,C\,\overline{D} + B\,\overline{C} + A\,\overline{C}$$

5- بسط المعادلة المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

$$F = Y\overline{Z} + \overline{X}Z + XYZ$$

مقدمة

خريطة كارنوف أو خريطة K- هي طريقة مرئية لتبسيط التعبيرات الجبرية، وإذا ما استخدمت بطريقة جيدة فسوف تعطي لنا التعبير البوليني في أبسط صورة ممكنة. وكما رأينا في الوحدة السابقة فإن استخدام قواعد الجبر البوليني لتبسيط تعبير جبري ما يعتمد إلى حد كبير على الإلمام بجميع قواعد الجبر البوليني وكذلك القابلية لتطبيقه، وعادة فإن المهارة غالباً تمثل عامل هام في التبسيط باستخدام قواعد الجبر المنطقي. من ناحية أخرى فإن خريطة كارنوف تقدم لنا طريقة سهلة للتبسيط.

وخريطة كارنوف تماثل جدول الحقيقة لأنها تعطي لنا كل القيم المحتملة للمدخلات ونتيجة الخرج لكل قيمة. وبدلاً من تنظيمها على شكل أعمدة وصفوف مثل جدول الحقيقة، فإن خريطة كارنوف عبارة عن مصفوفة (array) من الخلايا (cells) ، وتمثل كل خلية القيمة الثنائية لإحدى تشكيلات المدخلات. وترتب الخلايا بطريقة تجعل عملية التبسيط للتعبير المعطى وتجميع الخلايا في غاية السهولة.

خريطة كارنوف يمكن استخدامها مع تعبيرات بولينية لها متغيران ، ثلاثة ، أربعة، أو خمسة متغيرات، ولكننا سنكتفي هنا بالشرح حتى أربعة متغيرات فقط لتوضيح أساسيات التبسيط. ويلاحظ أنه عند ازدياد عدد المتغيرات عن خمسة فأكثر فإن استخدام خريطة كارنوف يزداد صعوبة لذا يتم اللجوء إلى استخدام طرق أخرى خارج نطاق الحقيبة مثل طريقة كواين ماكلوسكي (Quine - McClusky) حيث يمكن استخدامها لعدد كبير من المتغيرات ويمكن برمجة هذه الطريقة على الحاسب بشكل سهل. عدد الخلايا في خريطة كارنوف يساوي عدد التشكيلات المحتملة للمدخلات، ويماثل ذلك عدد الصفوف في جدول الحقيقة. ولعدد ثلاثة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $8 = 2^3$ ولعدد أربعة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $16 = 2^4$.

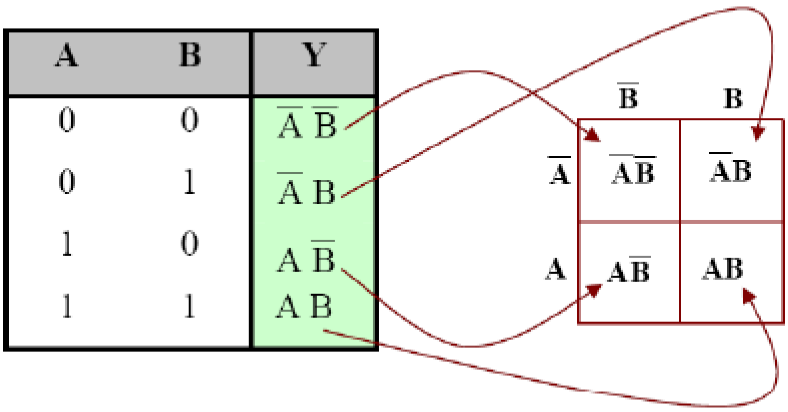
التبسيط باستخدام خريطة كارنوف :

للمدخلات، ويماثل ذلك عدد الصفوف في جدول الحقيقة. ولعدد ثلاثة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $8 = 2^3$ ولعدد أربعة متغيرات يكون عدد الخلايا يساوي $16 = 2^4$.

3 -13 -1 شكل خريطة كارنوف لاثنين وثلاثة وأربعة متغيرات

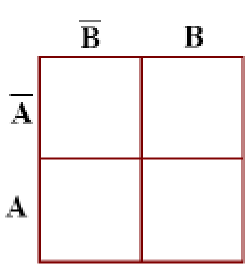
Karnaugh Map for Two, Three, and Four Variables

عرفنا سابقاً أن عدد الخلايا في خريطة كارنوف يعتمد على عدد المتغيرات (المدخلات). وكمثال في شكل (3 -17)، هناك متغيران فقط هما (A و B) والمتمم لهما ($\overline{A}, \overline{B}$) وبناء على ذلك فإن خريطة كارنوف تحتوي (كما في جدول الحقيقة لمتغيرين) فقط على أربعة تشكيلات (00و01و10و11).



الشكل (3 -17) إعادة ترتيب جدول الحقيقة في خريطة كارنوف.

وكل خلية في خريطة كارنوف ذات المتغيرين تمثل واحداً من التشكيلات الأربع للدخل. عملياً علامات الدخل (Input Labels) توضع خارج الخلايا كما هو موضح في شكل (3 -18) وتطبق على كل من الصف والعمود للخلايا. فمثلاً، الصف الذي أمامه المتغير $\overline{A}$ يطبق على الخلايا العليا، بينما الذي أمامه A يطبق على الخلايا السفلى. ونرى في أعلى الخريطة المتغير $\overline{B}$ يطبق على الخلايا التي على اليسار، بينما المتغير B يطبق الخلايا التي على اليمين. وكمثال، فإن الخلية العليا التي على اليمين تمثل تشكيلة الدخل $\overline{A}B$.



الشكل (3 -18) خريطة كارنوف لمتغيرين ($2^2 = 4$ خلايا).

شكل (3 -19(أ))، (3 -19(ب)) يوضحان هيئة خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات (ثماني خلايا)، وأربعة متغيرات (ستة عشر خلية).

	$\overline{B}\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$				
A				

(أ)

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$				
$\overline{A}B$				
AB				
$A\overline{B}$				

(ب)

الشكل (3 -19) خريطة كارنوف لثلاثة وأربعة متغيرات.

3 -13 -2 تبسيط التعبيرات على شكل (SOP) Karnaugh Map (SOP) Minimization

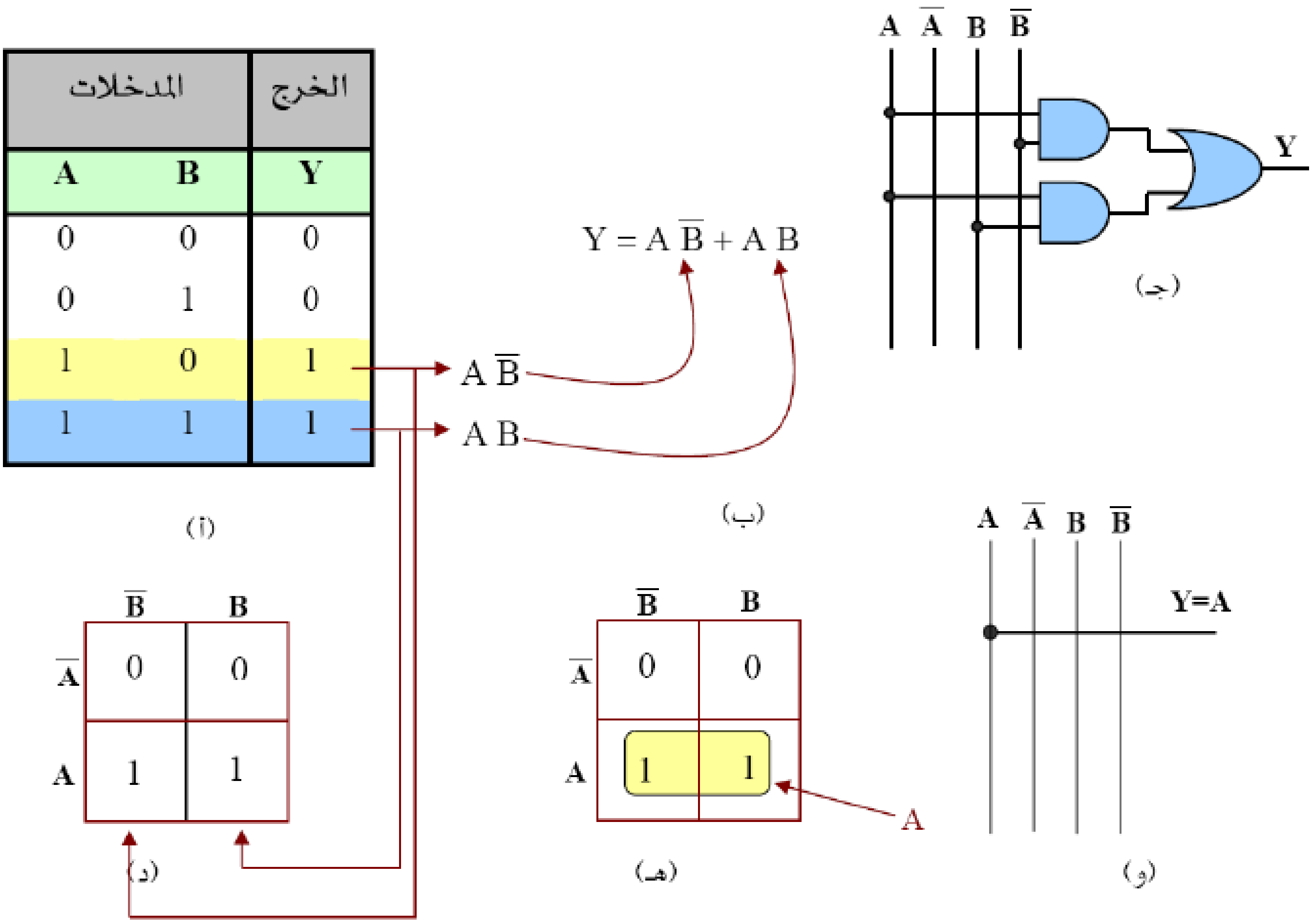
والآن بعد معرفتنا لكيفية إنشاء خريطة كارنوف، فسوف نرى كيف يمكن أن تستخدم لتبسيط التعبيرات البولينية على شكل (SOP). وكمثال على ذلك، نفترض أننا نريد تصميم دائرة منطقية لها جدول الحقيقة الموضح في شكل (3 -20(أ)).

الخطوة الأولى هي الحصول على التعبير البوليني من خلال جدول الحقيقة، وذلك بكتابة التشكيلة التي أمامها (1) في الخرج وبعد ذلك نضع هذه التشكيلات على شكل التعبير البوليني (SOP) كما في شكل (3 -20(ب)).

الدائرة المنطقية المكافئة لهذا التعبير البوليني موضحة في شكل(3 -20(جـ)). الخطوة التالية هي تمثيل هذا التعبير البوليني على خريطة كارنوف لمتغيرين كما نرى في شكل (3 -20(د)).

عند تمثيل التعبير البوليني على خريطة كارنوف يجب أن نتذكر أن كل خلية تمثل تشكيلة من التشكيلات الأربع المحتملة للمدخلات في جدول الحقيقة. الخرج (1) في جدول الحقيقة يجب أن يظهر (1) في الخلية المكافئة له على خريطة كارنوف، والخرج (0) في جدول الحقيقة يجب أن يظهر (0) في الخلية المكافئة له على خريطة كارنوف. وبناء على ذلك فإن (1) سوف يظهر في الخلية السفلى على

اليسار (يمثل $A\bar{B}$)، وفي الخلية السفلى على اليمين (يمثل AB) . والتشكيلات الأخرى للدخل ($\bar{A}B, \bar{A}\,\bar{B}$) وكلاهما يعطي (0) في الخرج، وبناءً عليه يجب وضع (0) في هاتين الخليتين العلويتين.



الشكل (3 -20) كيفية استخدام خريطة كارنوف في تبسيط التعبير المنطقي.

تبيسط المعادلات البولينية بصفة عامة يمكن الحصول عليه عن طريق تطبيق قاعدة المتممات (Complements)، والتي تقول أن $A + \bar{A} = 1$. والآن وبعد تمثيل المعادلة البولينية على خريطة كارنوف كما في شكل (3 -20(د))، الخطوة التالية هي تجميع الحدود ثم نحدد العامل المشترك بينها.

فاذا نظرنا إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -20(د)) فسوف نرى أن الخلايا المتجاورة (adjacent cells) تختلف في متغير واحد فقط. وهذا يعني أننا لو حركنا أياً منهما من مكانه إلى الخلية المجاورة له رأسياً أو أفقياً، فلن يحدث تغيير إلا في متغير واحد فقط. وبتجميع الخلايا المتجاورة المحتوية على (1) كما نرى من الشكل (3 -20(هـ)) فإنه يمكن تبسيط الخلايا باستخدام قاعدة المتممات

وجعلها حداً واحداً. في هذا المثال الخلايا $AB, A\overline{B}$ تحتوي على B و $\overline{B}$ وبالتالي يتم حذف هذه المتممات، وتكون النتيجة ، A كما يلي:

$$Y = A\overline{B} + AB \qquad \text{(الأزواج المجمعة)}$$

$$Y = A(\overline{B} + B)$$
$$= A \bullet 1 = A$$

هذا التحليل يمكن استنتاجه بدراسة جدول الحقيقة للدائرة الموضحه في شكل (3 -20(أ)) والذي نرى فيه أن الخرج (Y) يتبع تماماً الدخل (A). وبناء على ذلك تكون الدائرة المكافئة كما هو موضح في شكل (3 -20(و)).

مثال (3 -17): صمم دائرة منطقية في أبسط صورة لجدول الحقيقة الموضح في شكل (3 -21(أ)) مبيناً كل خطوة في عملية التبسيط.

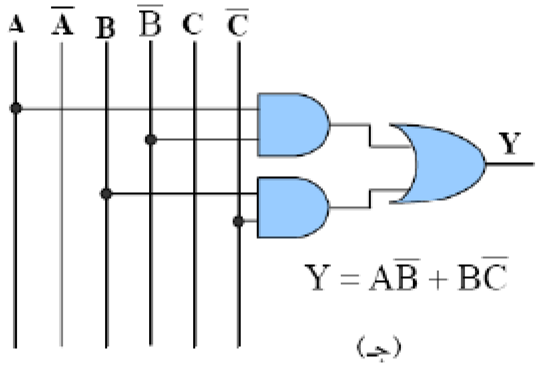
الحل: لدينا هنا ثلاثة متغيرات، والخطوة الأولى هي رسم خريطة كارنوف لثلاثة متغيرات، كما هو موضح في شكل (3 -21(ب)).

الخطوة الثانية أن ننظر إلى الخرج الذي يساوي (1) في جدول الحقيقة في شكل (3 -21(أ)) ثم نقوم بوضع هذه الآحاد في الخلايا المكافئة لها على خريطة كارنوف كما هو موضح في شكل (3 -21(ب)). وبعد وضع (0) في الخلايا الفارغة المتبقية، نجمع الآحاد في شكل أزواج كما في شكل (3 -21(ب)) ، ثم نحدد من خلال الصف والعمود المتغيرات المشتركة في هذه المجموعات (الأزواج) لنرى أي متغير سوف يتم حذفه تبعاً لقاعدة المتممات. في المجموعة التي على اليمين $A, \overline{A}$ يتم حذفها والنتيجة $\overline{B}C$ ، وفي المجموعة التي على اليسار يتم حذف $C, \overline{C}$ والنتيجة $A\overline{B}$.

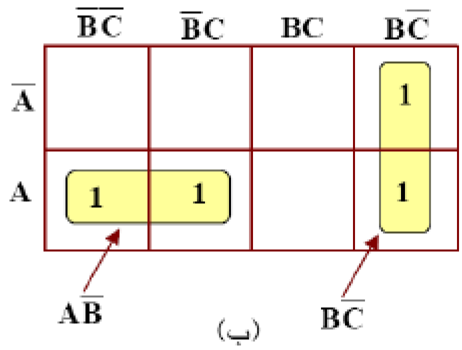
والحدود السابقة المبسطة سوف تشكل لنا المعادلة البولينية المكافئة بعد التبيسط والدائرة المنطقية، كما نرى في شكل 3 -21(جـ). وفي هذا المثال نرى أن المعادلة الأصلية تتكون من أربعة حدود كل حد منها يمثل بوابة AND بثلاثة مداخل مجمعة على بوابة OR بأربعة مداخل أي أن عدد المداخل الكلية للبوابات يساوي 16 مدخلاً، وبعد التبسيط أصبحت الدائرة تتكون من حدين كل منهما ممثل ببوابة AND بمدخلين مجمعين على بوابة OR بمدخلين أيضاً، وبالتالي يصبح عدد المداخل الكلية للبوابات بعد التبسيط يساوي 6 مدخلات كما نرى في الشكل (3 -21(جـ)).

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

(أ)



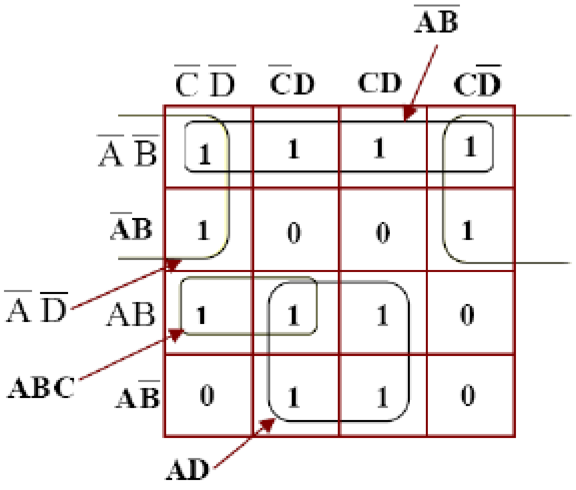
(جـ)



(ب)

الشكل (3 -21) تصميم الدائرة المنطقية باستخدام خريطة كارنوف.

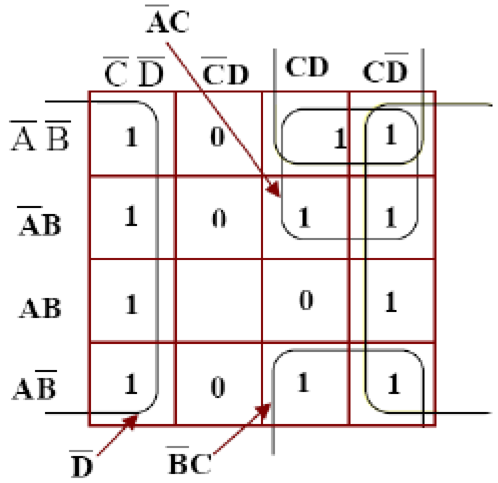
الآحاد (1's) في خريطة كارنوف يمكن أن تجمع كأزواج (مجموعات من اثنين) أو مجموعات من أربعة ، أو ثمانية، أو ستة عشر وهكذا لكل القوى 2. شكل (3 -22) يوضح بعض الأمثلة للتجميع، وكيف أن خريطة كارنوف تستخدم لتبسيط التعبيرات البولينية الكبيرة. لاحظ أن المجموعات الكبيرة أي التي تحتوي على عدد كبير من الآحاد (1's) تعطينا لنا حداً صغيراً وعليه تكون البوابات المستخدمة في التصميم لها مدخلات قليلة. ولهذا السبب يجب أن نبدأ بالبحث عن المجموعات التي تحتوي على أكبر عدد من الآحاد ، فإن لم نجد نبحث عن الأقل وهكذا (بمعنى أننا نبحث عن المجموعات التي تحتوي على ثماني آحاد ، فإن لم نجد نبحث عن المجموعات التي تحتوي على أربعة آحاد ، وأخيراً فإن لم نجد نبحث عن المجموعات التي تحتوي على زوج من الآحاد).



$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$$
$$+ \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D$$
$$+ ABCD + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$$ (قبل التبسيط)

$$Y = AB\bar{C} + AD + \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}\bar{B}$$ (بعد التبسيط)

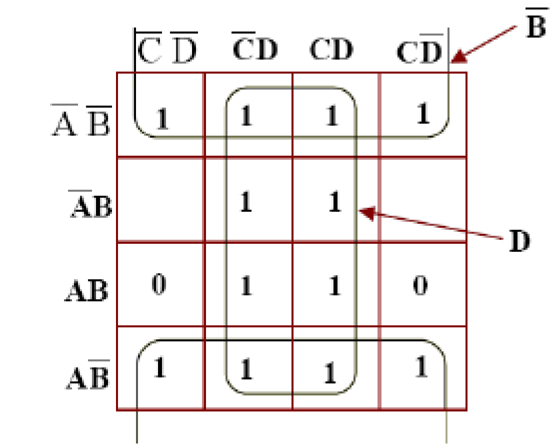
(أ)



$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$
$$+ \bar{A}BCD + \bar{A}BC\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D}$$
$$+ A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$$ (قبل التبسيط)

$$Y = \bar{A}C + \bar{B}C + \bar{D}$$ (بعد التبسيط)

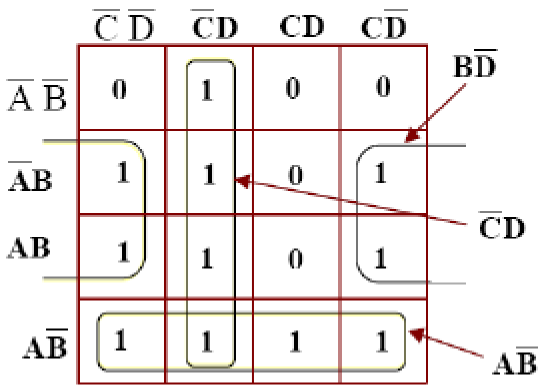
(ب)



$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$$
$$+ \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + ABCD$$
$$+ A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + AB\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D}$$ (قبل التبسيط)

$$Y = \bar{B} + D$$ (بعد التبسيط)

(حـ)



$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D}$$
$$+ AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$
$$+ A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$$ (قبل التبسيط)

$$Y = \bar{C}D + A\bar{B} + B\bar{D}$$ (بعد التبسيط)

(د)

الشكل (3 -22) أمثلة مختلفة عن التجميع في خرائط كارنوف.

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

بسط المعادلات المنطقية التالية بإستخدام خريطة كارنوف :

1- $F(A, B, C, D) = \Sigma m\ (2, 4, 8, 9, 10, 11, 13, 15)$

2- $F(X, Y, Z, W) = \Sigma m\ (0, 4, 5, 8, 12, 13)$

3- $F(A, B, C, D) = \Sigma m\ (0, 1, 2, 7, 8, 9, 10)$

4- $F(A, B, C, D) = ABC' + ABC + BCD' + BCD + AB'D' + A'B'D' + A'BC'D$

-

مثال 3 -18: اكتب التعبير البوليني على الشكل القياسي (SOP) الذي يمثله جدول الحقيقة المبين في جدول (3 -8)، ثم قم بتبسيطه باستخدام خريطة كارنوف.

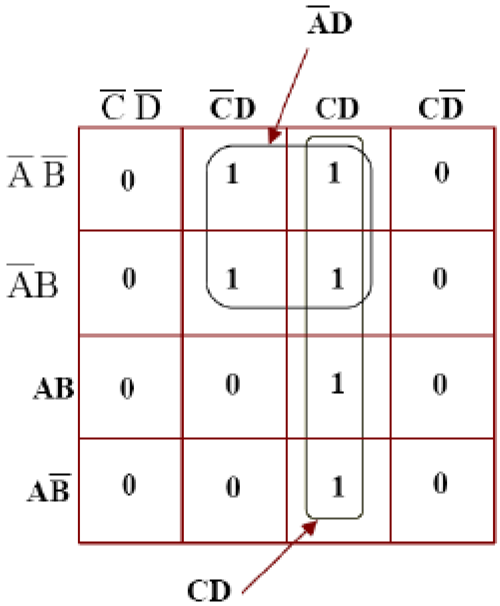
المدخلات				الخرج
A	**B**	**C**	**D**	**Y**
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

الجدول (3 -8) جدول الحقيقة المطلوب تبسيط التعبير البوليني له في مثال (3 -18).

الحل: الخطوة الأولى للحصول على التعبير البوليني هي كتابة الحدود التي تعطي الخرج (Y) في جدول الحقيقة والمساوية للقيمة (1)، وبتجميع هذه الحدود يمكننا استنتاج التعبير البوليني وهو كما يلي:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + A\overline{B}CD + ABCD$$

والخطوة التالية هي رسم خريطة كارنوف لأربعة متغيرات كما نرى في شكل (3 -23)، ونقوم بوضع الآحاد التي في عمود الخرج (Y) من جدول الحقيقة في الخلايا المكافئة لها في خريطة كارنوف.



الشكل (3 -23) خريطة كارنوف للتعبير البوليني في مثال (3 -18).

وبالنظر إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -23) نجد أنه يمكن تجميع الآحاد في مجموعتين كل مجموعة تحتوي على أربعة من الآحاد (1's). وبالتالي فإن الحلقة المربعة العليا والتي تحتوي على أربعة آحاد المتغير B والمتغير $\overline{B}$ يمكن حذفهما وبالمثل المتغير C والمتغير $\overline{C}$ وتكون النتيجة هي $\overline{A}D$. وكذلك بالنسبة للحلقة المستطيلة على الخريطة والتي تحتوي على أربعة آحاد فإنه يمكن حذف كل من المتغيرات B و $\overline{B}$ و A و $\overline{A}$ والنتيجة هي CD. والتعبير الجبري المبسط على ذلك يكون :

$$Y = \overline{A}D + CD$$

3 -13 -3 تبسيط التعبيرات على شكل (POS) Karnaugh Map (POS) Minimization

والآن بعد معرفتنا لكيفية تبسيط التعبيرات البولينية على شكل (SOP)، سوف نشرح الآن وبنفس الطريقة كيف يمكننا تبسيط الدوال على شكل (POS).

مثال 3 -19: اكتب التعبير البوليني على الشكل القياسي (POS) الذي يمثله جدول الحقيقة المبين في جدول (3 -9)، ثم قم بتبسيطه باستخدام خريطة كارنوف.

الحل: الخطوة الأولى للحصول على التعبير البوليني على شكل (POS)، هي كتابة الحدود المجموعة التي تعطي الخرج (Y) في جدول الحقيقة القيمة (0)، وبوضع هذه الحدود على شكل (POS) نحصل على التعبير البوليني وهو كما يلي:

$$Y=(A+B+C+D)(A+B+C+\overline{D})(\overline{A}+B+C+D)(A+\overline{B}+C+\overline{D})$$
$$(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+B+C+D)(\overline{A}+\overline{B}+C+D)$$

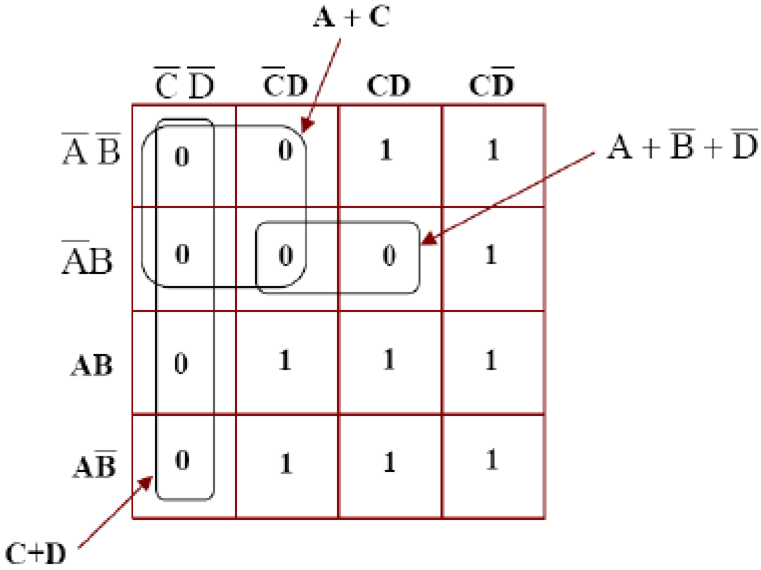
المدخلات				الخرج
A	**B**	**C**	**D**	**Y**
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

الجدول (3 -9) جدول الحقيقة المطلوب تبسيط التعبير البوليني له في مثال (3 -19).

والخطوة التالية هي رسم خريطة كارنوف لأربعة متغيرات كما نرى في شكل(3 -24)، ونقوم بوضع الأصفار التي في عمود الخرج (Y) من جدول الحقيقة في الخلايا المكافئة لها في خريطة كارنوف.

وبالنظر إلى خريطة كارنوف في شكل (3 -24) نجد أنه يمكن تجميع الأصفار في ثلاثة مجموعات، مجموعتين تحتوي على أربعة من الأصفار (0's)، والمجموعة الثالثة تحتوي على صفرين. وبالتالي فإن الحلقة المربعة العليا والتي تحتوي على أربعة أصفار المتغير B والمتغير $\overline{B}$ يمكن حذفهما وبالمثل المتغير D والمتغير $\overline{D}$ وتكون النتيجة هي A+C. وكذلك بالنسبة للحلقة المستطيلة على الخريطة والتي تحتوي على أربعة أصفار فإنه يمكن حذف كل من المتغيرات B و $\overline{B}$ و A و $\overline{A}$ والنتيجة هي C+D. اما بالنسبة للحلقة التي تحتوي على صفرين فإنه يمكن حذف C والمتغير $\overline{C}$ ، والنتيجة هى $A+\overline{B}+\overline{D}$ ، ويكتب التعبير البوليني المبسط على شكل (POS) كما يلي:

$$Y=(C+D)(A+C)(A+\overline{B}+\overline{D})$$



الشكل (3 -24) خريطة كارنوف للتعبير البوليني في مثال (3 -19).

أسئلة وتمارين

1) طبق نظريات ديمورجان على كل من التعبيرات الآتية:

a) $\overline{A\overline{B}(C+\overline{D})}$

b) $\overline{AB(CD+EF)}$

c) $\overline{(A+\overline{B}+C+\overline{D})}+\overline{ABC\overline{D}}$

d) $\overline{\overline{(\overline{A}+B+C+D)\,(A\overline{B}\,\overline{C}D)}}$

2) باستخدام قواعد الجبر البوليني بسط التعبيرات البولينة التالية:

a) $F=A\overline{B}+A\overline{(B+C)}+B\overline{(B+C)}$

b) $F=[AB(C+\overline{BD})+\overline{AB}]CD$

c) $F=A\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,C+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

d) $F=\overline{A\,B}+\overline{A\,C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

3) حول التعبيرات القياسية (SOP) الآتية إلى التعبيرات (POS) القياسية:

a) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}$

b) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,C$

c) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

4) حول التعبيرات القياسية (POS) الآتية إلى التعبيرات (SOP) القياسية:

a) $F=(A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

b) $F=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(A+B+C)$

c) $F=(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$

5) استنتج جدول الحقيقة للتعبيرات القياسية (SOP) الآتية:

a) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

b) $F=A\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,C$

c) $F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$

6) استنتج جدول الحقيقة للتعبيرات القياسية (POS) الآتية:

a) $F=(A+B+C)(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

b) $F=(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(A+B+C)$

c) $F=(A+B+C)(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$

7) استنتج التعبيران القياسيان (POS),(SOP) من جدول الحقيقة الآتي:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

8) حقق كلاً من التعبيرات المنطقية الآتية مستخدماً بوابات NAND فقط:

a) $ABCD+\overline{D}E$

b) $A\overline{B}C+AB+\overline{D}$

c) $A\overline{B}\overline{C}+D+E$

d) $A\overline{B}C+\overline{A}BC+ABC+AB\overline{C}$

9) حقق كل من التعبيرات المنطقية الآتية مستخدماً بوابات NOR فقط:

a) $(A+B+C)\,(A+\overline{B})$

b) $\overline{\overline{A}B\overline{C}+(D+\overline{E})}$

c) $(\overline{A}B+C)\,(D\overline{E}+\overline{F})$

d) $\overline{(\overline{A+\overline{B}})+(\overline{\overline{C}+D})}$

10) باستخدام خريطة كارنوف صمم دائرة منطقية في أبسط صورة على شكل (SOP)، لجدول الحقيقة الموضح بأسفل:

المدخلات			الخرج
A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

11) باستخدام خريطة كارنوف بسط كلاً من التعبيرات البولينية الآتية على شكل (SOP), (POS):

a) $F_1 = A\overline{B}\,\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + AB\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D}$

b) $F_2 = ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\,\overline{C}D + AB\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + ABC\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$

c) $F_3 = \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + AB\overline{C}\,\overline{D} + AB\overline{C}D + A\overline{B}\,\overline{C}D$

d) $F_4 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + +\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}D + A\overline{B}CD$

رابعا : الاختبار البعدي Post test

بسط المعادلات المنطقية التالية باستخدام خريطة كارنوف :

1- $F = x'y' + yz + x'yz'$

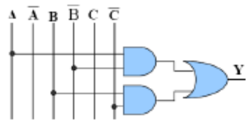
2- $F = xy + x'y'z' + x'yz'$

3- $F = xyz + x'y'z + xyz'$

4- $F = x'y + yz' + y'z'$

5- $F = \Sigma(4, 5, 7, 12, 13, 14, 15)$

6- $F = \quad F = \Sigma(0, 1, 2, 3, 8, 10, 15)$

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
Post test الاختبار البعدي		Self test الاختبار الذاتي		Pre test الاختبار القبلي	
الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال
$F = x' + yz$	1	$F(A, B, C, D) = AB' + AD + B'CD' + A'BC'D'$	1	$Y = A\overline{B} + B\overline{C}$	1
$F = xy + x'z'$	2	$F(X, Y, Z, W) = YZ' + Z'W'$	2		2
$F = x'y'z + xy$	3	$F(A, B, C, D) = A'BCD + B'D' + B'C'$	3		
$F = = x'y + z'$	4	$F(A, B, C, D) = BD + B'D' + BC + AD'$	4		
$F = BC' + BD + AB$	5		5	$Y = \overline{B} + D$	3
$F = B'D' + A'B' + ABCD$	6		6	$Y = \overline{C}D + A\overline{B} + B\overline{D}$	4
	7		7	$F = \overline{X}Z + Y$	5
	8		8		6
	9		9		7
	10		10		8

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.
2- Digital Principles &Application
3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))
4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))
5- Modern Digital electronics (R.P.Jain
6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

(المحاضرة الثالثة عشر الدوائر الحسابية (Arithmetic Circuits)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب-مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

من الدوائر المهمة الموجودة في وحدة الحساب والمنطق (ALU) التابعة لوحدة المعالجة المركزية (CPU) في الحاسبات الالكترونية هي الدوائر الحسابية والتي تقوم بالعمليات الحسابية كالجمع والطرح وغيرها .
وقد صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب كيفية تصميم دائرة نصف الجامع- دائرة الجامع التام .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تصميم دائرة نصف الجامع .

ثانيا : تصميم دائرة الجامع التام .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يصمم دائرة نصف الجامع .
- يصمم دائرة الجامع التام .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- ان عدد مداخل دائرة نصف الجامع هو .....، وعدد مخارجها هو.....

أ- (3,2) .

ب- (2,3) .

ت- (2,2) .

ث- (1,2).

2- تستخدم دائرة نصف الجامع لجمع :

أ- رقمين .

ب- عددين .

ت- رقم وعدد .

ث- موجتين جيبيتين .

3- تتكون دائرة نصف الجامع من :

أ- بوابة NOR و بوابة AND.

ب- بوابة XOR و بوابة OR.

ت- بوابة AND بوابة NAND.

ث- بوابة XOR و بوابة AND.

4- تتكون دائرة الجامع التام من:

أ- بوابة NOT و دائرة نصف جامع .

ب- بوابة OR و بوابتي AND .

ت- دائرتي نصف جامع و بوابة OR ذات مدخلين .

ث- دائرتي نصف جامع و بوابة AND ذات مدخلين .

تحقق من سلامة اجابتك بمراجعتك صفحة (مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية المحاضرة، فاذا حصلت على نسبة اجابة اكثر من 75٪ فأنت لست بحاجة لهذه المحاضرة ، اما اذا حصلت على اقل من ذلك فانتقل الى الخطوة التالية: (نص المحاضرة)

4 -2 دوائر الجمع والطرح الثنائية Binary Adders and Subtractors

سبق وأن درسنا في الوحدة الأولى النظم العددية المختلفة في الدوائر الرقمية وكذلك العمليات الحسابية لكل نظام، ثم درسنا في الوحدة الثانية الأنواع المختلفة للبوابات المنطقية وكيفية عملها. وهنا سوف نتناول بالدراسة كيفية إجراء عمليات الجمع والطرح الثنائي فقط بواسطة البوابات المنطقية كأحد العمليات الرئيسة في الأنظمة الرقمية أو ما يطلق عليه الدوائر الحسابية للجمع والطرح الثنائي.

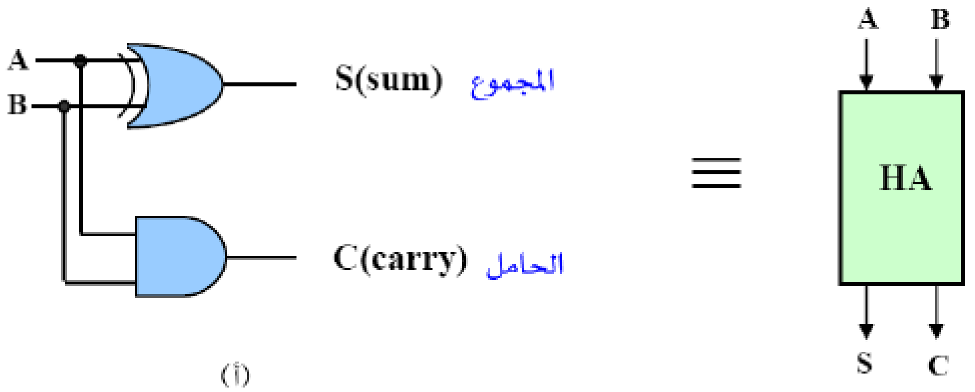
4 -2 -1 دائرة الجامع النصفي The Half-Adder Circuit

سبق وأن درسنا القواعد الأربعة للجمع الثنائي ، والجدول (4 -1) مراجعة لهذه القواعد حيث المدخلات هي A,B والخرج يمثل حاصل الجمع [Sum(S)] والباقي المرحل أو الحامل [Carry (C)].

المدخلات		الخرج		
A	B	S	C	
0	0	0	0	$0 + 0 = 0$ مع عدم وجود حامل
0	1	1	0	$0 + 1 = 1$ مع عدم وجود حامل
1	0	1	0	$1 + 0 = 1$ مع عدم وجود حامل
1	1	0	1	$1 + 1 = 10_2$ or 2_{10} والتي تمثل 0 وحامل 1

الجدول (4 -1) القواعد الأربعة للجمع الثنائي.

وبدراسة عمود الجمع (S) في جدول الحقيقة نجد أنه يماثل تماماً خرج البوابة (XOR). والآن إذا نظرنا إلى عمود الحامل (C) نجد أنه يماثل تماماً خرج البوابة AND. شكل (4 -1(أ)) يوضح كيفية توصيل البوابتين لجمع الدخلين A, B والحصول على الخرجين C,S واللذين يتبعان جدول الحقيقة السابق. وتسمى الدائرة باسم الجامع النصفي.



(أ) (ب)

الشكل (4 -1) الدائرة المنطقية للجامع النصفي.

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1- ان عدد مداخل دائرة الجامع التام هو .....، وعدد مخارجها هو.....

أ- (3,2) .

ب- (3,3) .

ت- (2,3) .

ث- (1,3).

2- يمكن الحصول على دائرة الجامع التام عن طريق ربط :

ج- دائرتي نصف جامع وبوابة AND .

ح- دائرتي نصف جامع وبوابة OR .

خ- دائرتي نصف جامع وبوابتي OR.

د- دائرتي نصف جامع وبوابتي AND .

3- تستخدم دائرة الجامع التام لجمع :

أ- عددين .

ب- اربعة ارقام .

ت- ثلاثة ارقام .

ث- رقمين .

4- صمم دائرة نصف الجامع .

والمخطط الصندوقي لدائرة الجامع النصفي موضحة في شكل (4 -1(ب)) حيث يرمز الحرفان HA إلى كلمتي (**H**alf **A**dder) أي الجامع النصفي. والدالة المنطقية المبسطة للخرجين S وC يمكن الحصول عليهما مباشرة من جدول الحقيقة ، وبالرجوع إلى الجدول نجد أن:

$$S = \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$C = AB$$

4 -2 -2 دائرة الجامع الكامل The Full-Adder Circuit

عند دراستنا لأمثلة جمع الأعداد الثنائية وجدنا أنه عند جمع خانتين ثنائيتين (2-bits) غالباً ما يتبقى مقدار يسمى الباقي أو المرحل أو الحامل (carry) والذي يجب أن يرحل ليجمع مع الخانة التالية ، وعلى هذا فإنه في أحد الأعمدة يكون الجمع لثلاثة خانات ثنائية (3-bits) وليس لخانتين فقط وبالتالي فإن الجامع النصفي لا يمكن استخدامه في هذه الحالة، ونكون في حاجة إلى دائرة جديدة تستطيع جمع ثلاثة خانات ثنائية في نفس الوقت، وهذه الدائرة تسمى بدائرة الجامع الكامل.

ودائرة الجامع الكامل هي دائرة توافقية تستطيع جمع ثلاثة خانات ثنائية (3-bits) في نفس الوقت، وهي تتكون من ثلاثة مدخلات وخرجين، اثنان من المدخلات هما A وB يمثلان الرقمين المراد جمعهما والدخل الثالث C_{in} (Input carry) يمثل الحامل الباقي أو المرحل من جمع الخانتين الثنائيتين السابقتين. وهناك خرجان هما الحامل (Carry) ، والمجموع (Sum). جدول الحقيقة لدائرة الجامع الكامل الموضح بالجدول (4 -2).

المدخلات			الخرج		
A	B	C_{in}	S	C	
0	0	0	0	0	$0 + 0 + 0 = 0$ مع عدم وجود حامل
0	0	1	1	0	$0 + 0 + 1 = 1$ مع عدم وجود حامل
0	1	0	1	0	$0 + 1 + 0 = 1$ مع عدم وجود حامل
0	1	1	0	1	$0 + 1 + 1 = 10_2$ or 2_{10} والتي تمثل 0 وحامل 1
1	0	0	1	0	$1 + 0 + 0 = 1$ مع عدم وجود حامل
1	0	1	0	1	$1 + 0 + 1 = 10_2$ or 2_{10} والتي تمثل 0 وحامل 1
1	1	0	0	1	$1 + 1 + 0 = 10_2$ or 2_{10} والتي تمثل 0 وحامل 1
1	1	1	1	1	$1 + 1 + 1 = 11_2$ or 3_{10} والتي تمثل 1 وحامل 1

الجدول (4 -2) قواعد الجمع في حالة الجامع الكلي.

الأعمدة الثلاثة الأولى في الجدول تمثل الدخل والمكون من A, B, C وبذلك يكون عدد احتمالات الدخل يساوي ($8 = 2^3$) ثمانية احتمالات. أما بالنسبة لأعمدة الخرج والمكونة من C, S فإنه يتم الحصول عليها من حاصل الجمع الرياضي للمدخلات الثلاثة وكما هو مبين في الجدول السابق. نلاحظ أنه يمكن كتابة التعبير المنطقي الذي يمثل الخرج S, C من جدول الحقيقة كما يلي:

$$S = \overline{A}\,\overline{B}C_{in} + \overline{A}B\overline{C}_{in} + A\overline{B}\,\overline{C}_{in} + ABC_{in}$$
$$C = \overline{A}BC_{in} + A\overline{B}C_{in} + AB\overline{C}_{in} + ABC_{in}$$

وللوصول إلى الشكل النهائي والمبسط لدائرة الجامع الكامل، يجب البدء بكتابة المعادلتين السابقتين للوصول إلى التصميم الأمثل ولنبدأ بمعادلة الخرج S:

$$\begin{aligned} S &= \overline{A}\,\overline{B}C_{in} + \overline{A}B\overline{C}_{in} + A\overline{B}\,\overline{C}_{in} + ABC_{in} \\ &= (\overline{A}B + A\overline{B})\overline{C}_{in} + (\overline{A}\,\overline{B} + AB)C_{in} \end{aligned}$$

المقدار $\overline{A}B + A\overline{B}$ يمثل معادلة XOR بمدخلين، والمقدار $\overline{A}\,\overline{B} + AB$ يمثل معادلة XNOR بمدخلين ويمكن وضع المعادلة السابقة على الصورة التالية:

$$S = (A \oplus B)\overline{C}_{in} + (\overline{A \oplus B})C_{in}$$

وبالنظر إلى هذه المعادلة نجد أنها تمثل XOR بدخلين أحدهما $(A \oplus B)$ والآخر C_{in} وبالتالي فإن الصورة النهائية لمعادلة S تصبح:

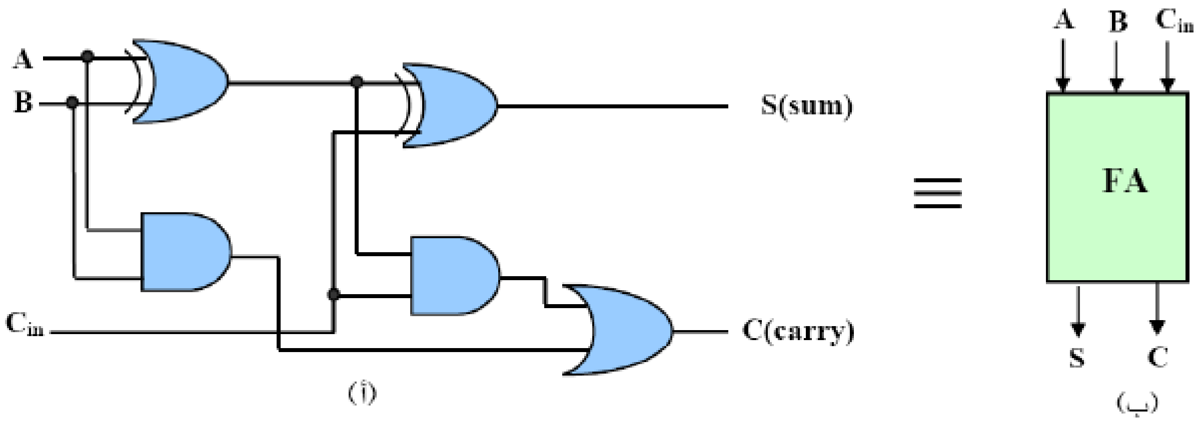
$$S = (A \oplus B) \oplus C_{in} = A \oplus B \oplus C_{in}$$

وبالتالي فان معادلة S يمكن تمثيلها باستخدام بوابتي XOR، الأولى دخلها A, B والثانية دخلها هو خرج الأولى مع C_{in}.

والآن لنبدأ في تحليل معادلة C للوصول إلى التمثيل الأمثل لها:

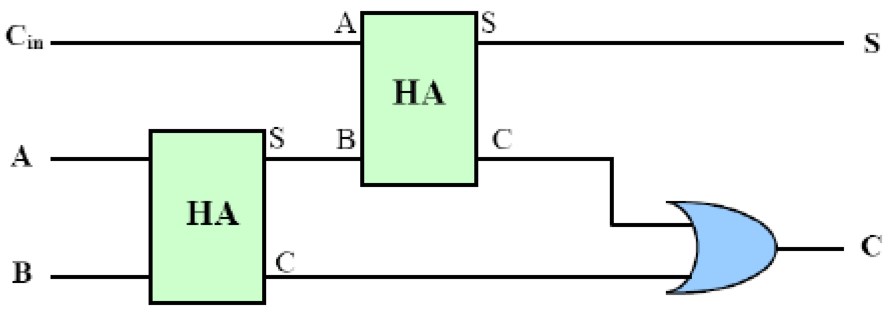
$$
\begin{aligned}
C &= \overline{A}BC_{in} + A\overline{B}C_{in} + AB\overline{C}_{in} + ABC_{in} \\
&= (\overline{A}B + A\overline{B})C_{in} + AB(\overline{C}_{in} + C_{in}) \\
&= (A \oplus B)C_{in} + AB \Leftarrow (\overline{C}_{in} + C_{in} = 1)
\end{aligned}
$$

وتمثيل معادلة S ومعادلة C بالبوابات موضح في شكل (4 -2 (أ)). والمخطط الصندوقي لدائرة الجامع الكامل موضح في شكل (4 -2 (ب)) حيث يرمز الحرفان FA إلى اختصار كلمتي (**F**ull **A**dder) أي الجامع الكامل.



الشكل (4 -2) الدائرة المنطقية للجامع الكامل.

ومن الدائرة في شكل (4 -2 (أ)) يتضح لنا أن الجامع الكامل يتكون من دائرتين للجامع النصفي مع بوابة OR والمخطط الصندوقي للجامع الكامل باستخدام عدد 2 جامع نصفي وبوابة OR موضح في الشكل (4 -3).



الشكل (4 -3) المخطط الصندوقي للجامع الكامل.

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- ان البوابة التي تمثل الباقي في دائرة الجامع التام هي :

أ- بوابة XOR .

ب- بوابة AND .

ت- بوابة OR .

ث- بوابة NOR .

2- ان البوابة التي تمثل المجموع في دائرة نصف الجامع هي بوابة :

أ- AND .

ب- NAND.

ت- XNOR .

ث- XOR .

3- ان البوابة التي تمثل الباقي في دائرة نصف الجامع هي :

أ- بوابة XOR .

ب- بوابة AND .

ت- بوابة OR .

ث- بوابة NOR .

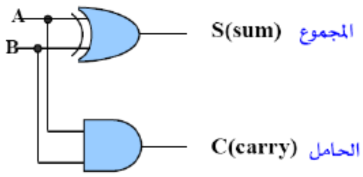
4- صمم دائرة الجامع التام .

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات

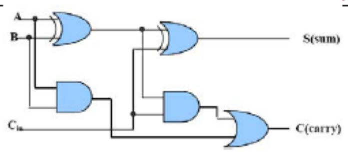
الاختبار القبلي Pre test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت
2	أ
3	ث
4	ت
5	
6	
7	
8	
9	
10	

الاختبار الذاتي Self test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت
2	ب
3	ت
4	

الاختبار البعدي Post test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت
2	ث
3	ب
4	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

المحاضرة الرابعة عشر

الدوائر الحسابية (Arithmetic Circuits)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

من الدوائر المهمة الموجودة في وحدة الحساب والمنطق (ALU) التابعة لوحدة المعالجة المركزية (CPU) في الحاسبات الالكترونية هي الدوائر الحسابية والتي تقوم بالعمليات الحسابية كالجمع والطرح وغيرها .
وقد صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب كيفية تصميم دائرة نصف الطارح - دائرة الطارح التام .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : تصميم دائرة نصف الطارح.
ثانيا : تصميم دائرة الطارح التام .

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يصمم دائرة نصف الطارح .
- يصمم دائرة الطارح التام .

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- ان عدد مداخل دائرة نصف الطارح هو .....، وعدد مخارجها هو.....

أ- (3,2) .

ب- (2,3) .

ت- (2,2) .

ث- (1,2).

2- تستخدم دائرة نصف الطارح لطرح :

أ- رقمين .

ب- عددين .

ت - رقم وعدد .

ث - موجتين جيبيتين .

3- تتكون دائرة نصف الطارح من :

أ- بوابة **NOR** و بوابة **AND** وبوابة **NOT**.

ب- بوابة **XOR** و بوابة **OR** وبوابة **NOT**.

ت - بوابة **AND** و بوابة **NAND** وبوابة **NOT**.

ث - بوابة **XOR** و بوابة **AND** وبوابة **NOT**.

4- تتكون دائرة الطارح التام من:

أ- بوابة **NOT** و دائرة نصف طارح.

ب- بوابة **OR** و بوابتي **AND** .

ت - دائرتي نصف الطارح و بوابة **OR** ذات مدخلين .

ث - دائرتي نصف الطارح و بوابة **AND** ذات مدخلين .

4 -2 -3 دائرة الطارح النصفي Half Subtractor Circuit

إن طرح عددين ثنائيين يمكن أن يتم عن طريق أخذ المتمم للمطروح ثم نجمع الناتج على المطروح منه. بهذه الطريقة عملية الطرح أصبحت عملية جمع وتتطلب جامعاً كاملاً أو عدداً منه لتمثيل الدائرة. ومن الممكن تمثيل الطرح باستخدام الدوائر المنطقية بطريقة مباشرة، كما نجريها بالورقة والقلم. وبهذه الطريقة، كل خانة (bit) من المطروح تطرح من الخانة المقابلة لها من المطروح منه للحصول على خانة (bit) حاصل الطرح أو الفرق (difference). إذا كانت خانة المطروح منه أصغر من خانة المطروح، فهناك واحد (1) سوف يستعار (Borrowed) من الخانة التي تليه. وكما أن هناك جامع نصفي وجامع كامل ، فيوجد لدينا أيضاً طارح نصفي وطارح كامل.

الطارح النصفي هو دائرة توافقية تطرح خانتين ثنائيتين (2-bits) وتعطي لنا خرجاً يمثل الفرق بينهما ولها أيضاً خرج آخر يساوي (1) في حالة الاستعارة أو الاستلاف. وسنرمز للمطروح منه بالرمز A والمطروح بالرمز B.

لتنفيذ $(A - B)$ يجب أن نختبر مقدار كل من B, A. لو كان $A \geq B$ ، نحصل على ثلاثة احتمالات وهي : $0 - 0 = 0,\ 1 - 0 = 1,\ 1 - 1 = 0$ وتسمى النتيجة خانة الفرق (Difference bit). إذا كان $A < B$ يكون لدينا $0 - 1$ ، ومن الضروري استعارة واحد (1) من المرحلة التالية. والواحد المستعار يضيف 2 على المطروح منه، كما في النظام العشري، حيث الاستعارة تضيف عشرة (10) على خانة المطروح منه، وبما أنه أصبح المطروح منه يساوي (2)، فإن الفرق يصبح $2 - 1 = 1$.

والطارح النصفي يحتاج إلى خرجين، أحدهما يمثل الفرق ويرمز له بالرمز (D) والخرج الثاني يمثل الاستعارة أو الاستلاف ويرمز له بالرمز (B_0).

جدول الحقيقة والذي يوضح العلاقة بين المدخلات والخرج للطارح النصفي موضح في جدول (4 -3). والتعبير البوليني للخرج (D)، الخرج (B_0) للطارح النصفي يمكن استنتاجه مباشرة من جدول الحقيقة:

$$D = \overline{A}B + A\overline{B}$$

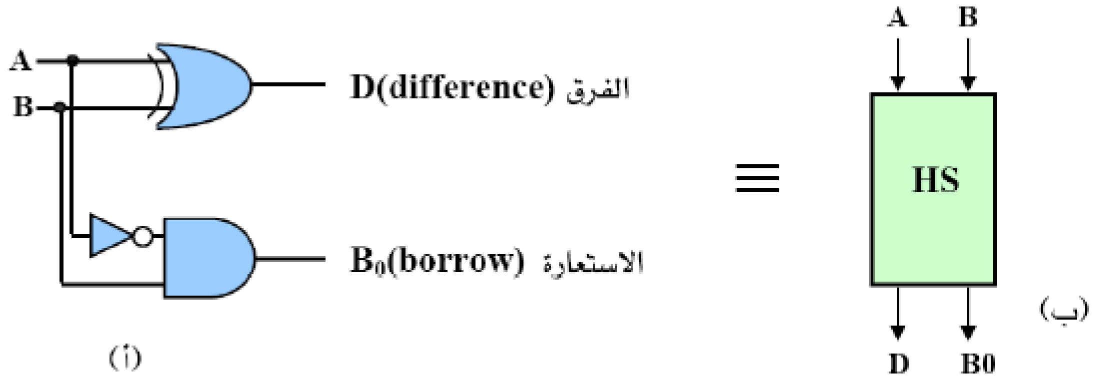
$$B_0 = \overline{A}B$$

نلاحظ من معادلة الخرج (D) أنه يماثل تماماً الخرج (S) في الجامع النصفي وبذلك يمكن تمثيله عن طريق بوابة XOR ، بينما الخرج (B_0) يختلف عن الخرج (C) في الجامع النصفي بأن المتغير A معكوس ويمكن تمثيل الخرج (B_0) أيضاً عن طريق بوابة AND لها الدخلان $\overline{A}$ و B .

المدخلات		الخرج	
A	B	D	B_0
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

الجدول (4 -3) القواعد الأربعة للطرح الثنائي.

الشكل (4 -4(أ)) يوضح كيفية تمثيل الطارح النصفي، بينما الشكل (4 -4(ب)) يمثل المخطط الصندوقي له ، حيث يرمز الحرفان HS إلى اختصار كلمتي (**H**alf **S**ubtractor).



الشكل (4 -4) الدائرة المنطقية للطارح النصفي.

4 -2 -4 دائرة الطارح الكامل The Full-Subtractor Circuit

الطارح الكامل هو دائرة توافقية تؤدي عملية الطرح بين خانتين ثنائيتين (2-bits) مأخوذاً في الاعتبار أن (1) ربما يستعار من الرقم الذي يليه. هذه الدائرة لها ثلاثة مدخلات ومخرجان. المدخلات الثلاثة هي A, B, B_{in} وترمز إلى المطروح منه (A) والمطروح (B) والاستلاف السابق (B_{in}) على الترتيب. الخرجان D, B_0 يرمزان إلى الفرق والمستعار. جدول الحقيقة لهذه الدائرة موضح في الجدول (4 -4).

حيث إن الصفوف الثمانية تحت المدخلات تمثل التشكيلات المحتملة من 0's,1's التي يمكن أن يأخذها المتغير الثنائي. أما 0's,1's للمتغيرات في الخرج فإنه يمكن تحديدها من العلاقة $A-B-B_{in}$. التشكيلات التي لها $B_{in}=0$ كأنها تمثل الاحتمالات الأربعة في جدول الحقيقة للجامع النصفي. عندما يكون $A=0, B=0, B_{in}=1$ يجب أن نستعير (1) من المرحلة المقبلة والذي يجعل $B_0=1$ ونضيف (2) على A ، وبالتالي نقول $2-0-1=1$ ، ويكون $D=1$.

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

1- ان عدد مداخل دائرة الطارح التام هو .....، وعدد مخارجها هو.....

يمكن الحصول على دائرة الطارح التام عن طريق ربط :

أ- دائرتي نصف الطارح وبوابة **AND** .

ب- دائرتي نصف الطارح وبوابة **OR** .

ت- دائرتي نصف الطارح وبوابتي **NOR**.

ث- دائرتي نصف الطارح وبوابتي **AND** .

2- تستخدم دائرة الطارح التام لطرح :

أ- عددين .

ب- رقم وعدد .

ت- ثلاثة ارقام .

ث- رقمين .

3- صمم دائرة نصف الطارح .

المدخلات			الخرج	
A	**B**	**B_{in}**	**D**	**B_0**
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

الجدول (4 -4) قواعد الطرح في حالة الطارح الكامل.

وعندما يكون $A = 0, B = 1, B_{in} = 1$ يجب أن نستعير (1) من المرحلة المقبلة والذي يجعل $B_0 = 1$ و $A = 2$، وبالتالي نقول $2 - 1 - 1 = 0$، ويكون $D = 0$.

وعندما يكون $A = 1, B = 0, B_{in} = 1$، فإن $A - B - B_{in} = 0$ وهذا يجعل $B_0 = 0$، $D = 0$.

وأخيرا عندما يكون $A = 1, B = 1, B_{in} = 1$ يجب أن نستعير (1) من المرحلة المقبلة والذي يجعل $B_0 = 1$، $A=3$، ويكون $3 - 1 - 1 = 1$، ويكون $D = 1$.

ويمكن كتابة الدالة المنطقية للطارح الكامل من جدول الحقيقة كما يلي:

$$D = \overline{A}\overline{B}B_{in} + \overline{A}B\overline{B}_{in} + A\overline{B}\overline{B}_{in} + ABB_{in}$$

وهي تماثل تماماً معادلة (S) في الجامع الكامل، وبالتالي يمكن وضعها في الصورة النهائية لها على الشكل:

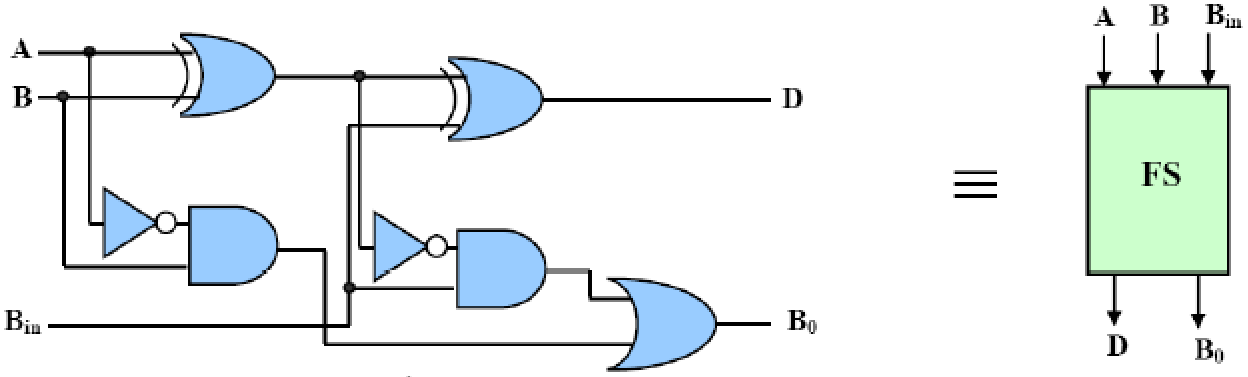
$$D = (A \oplus B) \oplus B_{in} = A \oplus B \oplus B_{in}$$

وبالنسبة للخرج الثاني (B_0)، فتكون شكل الدالة له كالآتي:

$$B_0 = \overline{A}\overline{B}B_{in} + \overline{A}B\overline{B}_{in} + \overline{A}BB_{in} + ABB_{in}$$
$$= B_{in}(\overline{A}\overline{B} + AB) + \overline{A}B(\overline{B}_{in} + B_{in})$$
$$B_0 = B_{in}(\overline{A \oplus B}) + \overline{A}B \Leftarrow (\overline{B}_{in} + B_{in} = 1)$$

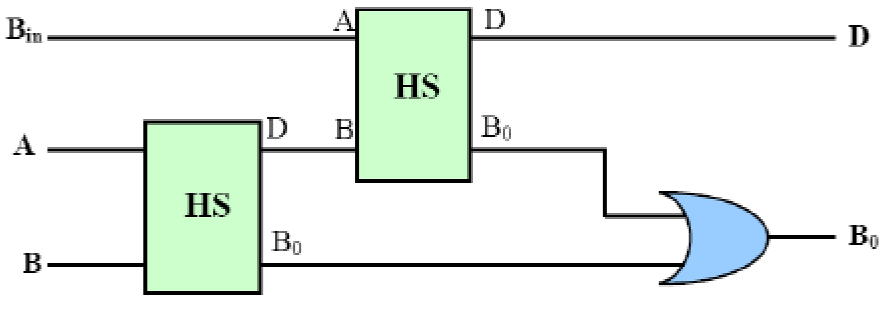
وتمثيل معادلتي الخرج (D), (B_0) موضح في شكل (4-5(أ))، والمخطط الصندوقي لدائرة الطارح الكامل موضح بشكل (4-5(ب))، حيث يرمز الحرفان FS إلى اختصار كلمتي (**F**ull **S**ubtractor) أي الطارح الكامل.

وبالرجوع الى الدائرة في شكل (4-5(أ)) يتضح لنا أن الطارح الكامل يتكون من دائرتين للطارح النصفي مع بوابة OR، والمخطط الصندوقي للطارح الكامل باستخدام عدد 2 طارح نصفي وبوابة OR موضح في الشكل (4-6).



(أ) (ب)

الشكل (4-5) الدائرة المنطقية للطارح الكامل.



الشكل (4-6) المخطط الصندوقي للطارح الكامل.

رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- ان البوابة التي تمثل الاستعارة في دائرة الطارح التام هي :

أ- بوابة XOR .

ب- بوابة AND .

ت- بوابة OR .

ث- بوابة NOR .

2- ان البوابة التي تمثل ناتج الطرح في دائرة نصف الطارح هي بوابة :

أ- AND

ب- NAND.

ت- XNOR

ث- XOR .

3- ان البوابة التي تمثل الاستعارة في دائرة نصف الطارح هي :

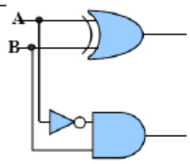
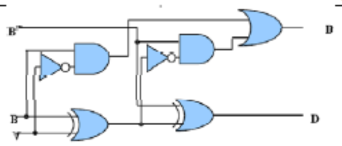
أ- بوابة XOR .

ب- بوابة AND .

ت- بوابة OR .

ث- بوابة NOR .

4- صمم دائرة الطارح التام .

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات					
الاختبار القبلي Pre test		الاختبار الذاتي Self test		الاختبار البعدي Post test	
رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة	رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	ت	1	2,3	1	ت
2	أ	2	ب	2	ث
3	ث	3	ت	3	ب
4	ت	4	 D(difference) الفرق B.(borrow) الاستعارة	4	
5					
6					
7					
8					
9					
10					

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

المحاضرة الخامسة عشر : المرجيح (الهزازات)(Flip-Flops)

أولا : النظرة الشاملة (Overview)

أ- الفئة المستهدفة Target Population

طلبة المرحلة الاولى في المعهد التقني كربلاء- قسم التقنيات الكهربائية

ب- مبررات المحاضرة وموضوعاتها Rationale

بالنظر للاستخدام الواسع للهزازات كوحدات بناء اساسية لدوائر العدادات وسجلات الازاحة والتخزين و دوائر التحكم والسيطرة بالاضافة الى تطبيقات عديدة اخرى مثل كواشف الترميز، المقارنة ، دوائر تقسيم التردد وغيرها .

فقد صممت هذه المحاضرة لكي يتعلم الطالب تركيب دوائر المراجيح المختلفة واستنتاج جداول واقعيتها .

ج- الأفكار المركزية Central Ideas

اولا : دراسة تركيب دائرة مرجاح RS واستنتاج جدول واقعيته .

ثانيا: دراسة تركيب دائرة مرجاح T واستنتاج جدول واقعيته.

ثالثا: دراسة تركيب دائرة مرجاح JK واستنتاج جدول واقعيته .

رابعا: دراسة تركيب دائرة مرجاح D واستنتاج جدول واقعيته.

خامسا: إضافة تحكم النبضات الى المراجيح السابقة الذكر.

د- أهداف المحاضرة Objectives

سيكون الطالب بعد دراسته لهذه المحاضرة قادرا على أن :

- يرسم دائرة مرجاح RS ويكتب جدول واقعيته .
- يرسم دائرة مرجاح T ويكتب جدول واقعيته.
- يرسم دائرة مرجاح JK ويكتب جدول واقعيته .
- يرسم دائرة مرجاح D ويكتب جدول واقعيته.
- يرسم نبضات التحكم الداخلة والخارجة للمراجيح السابقة الذكر.

ثانيا- الاختبار القبلي Pre test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

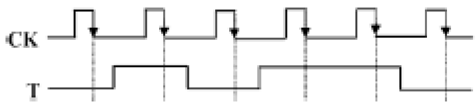
1- ان الميزة الرئيسية التي تشترك فيها الدوائر التعاقبية والتي تميزها عن الدوائر التركيبية هي ....

2- لهزاز SR ثلاث حالات مسموحة عند الادخال هي ....و حالة واحدة غير مسموحة عند الادخال هي ....

3- لهزاز JK اربع حالات مسموحة عند الادخال هي ....

4- ان العلاقة بين اخراجي الهزازات المختلفة هي ....

5- ارسم شكل موجة الاخراج (Q) لدائرة هزاز(T) اذا كانت الموجة الداخلة هي كما يلي (افرض ان الحالة السابقة لاخراج الهزاز كانت (Q=0) قبل وصول اول نبضة) :



5 -1 مقدمة Introduction

تصنف الدوائر المنطقية إلى نوعين رئيسين، النوع الأول ويسمى بالدوائر المنطقية التوافقية (Combinational Logic Circuits) وفيها يعتمد خرج الدائرة في أية لحظة زمنية على المدخلات الموجودة في تلك اللحظة، وقد سبق دراسة هذا النوع من الدوائر في الوحدة الرابعة، أما النوع الآخر فيسمى بالدوائر المنطقية المتعاقبة (Sequential Logic Circuits) ويتميز هذا النوع من الدوائر بوجود ذاكرة (Memory) حيث يعتمد خرج الدائرة في لحظة ما علي الدخل المطبق والخرج السابق للدائرة.

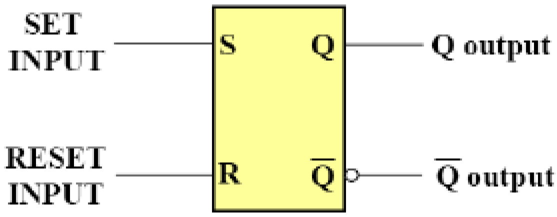
في الدوائر المنطقية التوافقية تكون وحدة البناء الأساسية هي البوابات المنطقية، بينما في الدوائر المنطقية المتعاقبة تكون وحدة البناء هي دائرة القلاب (Flip-Flop Circuit)، والقلاب عبارة عن دائرة رقمية منطقية عملها الأساسي هو تخزين المعلومات بسعة خانة رقمية واحدة إما صفر (0) أو واحد (1) منطقي. ويوجد القلاب في إحدى حالتين مستقرتين إحداهما تمثل الرقم الثنائي (1) أو المنطق (1)، والثانية تمثل الرقم الثنائي (0) أو المنطق (0). وإذا وضع القلاب في إحدى حالتي الاستقرار فإنه يظل فيها طالما تم تزويده بمصدر القدرة اللازمة أو حتى يتم تغيير هذه الحالة وذلك بتطبيق مستويات دخل منطقية مناسبة في الدخل وكما سيتضح ذلك من خلال دراستنا للأنواع المختلفة للقلابات والتي يطلق عليها أيضاً اسم متعددة الاهتزازات ثنائية الاستقرار (Bistable Multivibrator). ويمكن بناء القلابات من بوابات NAND أو بوابات NOR أو شراؤها على شكل دوائر متكاملة رقمية (Digital Integrated Circuits) . وأخيراً يمكن ربط القلابات لتكوين دوائر منطقية مثل العدادات (Counters)، ومسجلات الإزاحة (Shift Registers) وغيرها حيث سنقوم بدراسة هذه الدوائر في الوحدة السادسة.

5 -2 المساكات Latches

دائرة المساك هي نوع من عناصر التخزين ثنائية الاستقرار والتي عادة ما توضع في تصنيف منفصل عن دوائر القلابات. والمساكات من حيث طبيعة العمل تشبه دوائر القلابات لأنها عنصر ثنائي الاستقرار يمكن وضعه في إحدى حالتي الاستقرار بواسطة نظام التغذية الخلفية والذي فيه يوصل الخرج خلفياً إلى الدخل المعاكس. والفرق الرئيس بين المساكات والقلابات هو في الطريقة المستخدمة لتغيير حالتي الاستقرار فقط.

والمساك (Latch) هو نوع من المهتز متعدد التوافقيات ثنائي الاستقرار (Bistable Multivibrator). يوضح شكل (5 -1) الرمز المنطقي لدائرة المساك من النوع S-R ومنه يتضح وجود مدخلين يرمز لأحدهما بالرمز(S) ويعرف بالمدخل الفعال أو مدخل الوضع في الحالة "1" (Set Input) ويرمز للآخر

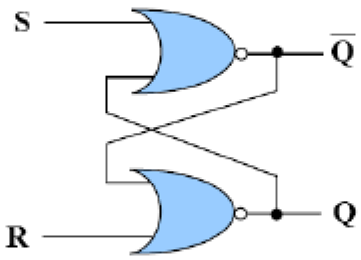
بالرمز **(R)** ويعرف بالمدخل غير الفعال أو مدخل الوضع في الحالة "0" (Reset Input) كما يوجد لها مخرجان يرمز لأحدهما بالرمز Q ويعرف بالمخرج الطبيعي ويرمز للآخر بالرمز $\overline{Q}$ ويعرف بالمخرج المتمم.



الشكل (5 -1) الرمز المنطقي لدائرة المساك من النوع S-R.

ويقال إن دائرة المساك في حالة فعالة أو نشطة (Set Condition) عندما يكون $Q = 1, \overline{Q} = 0$ ويقال إنها في حالة غير فعالة أو خاملة (Reset Condition) عندما يكون $Q = 0, \overline{Q} = 1$. ومن التعريف الأساسي للمساك نجد أنه عندما نؤثر على المدخل S بالمستوى المنطقي (1) يكون المستوى المنطقي للخرج $Q = 1$ (الحالة الفعالة) بغض النظر عن حالة Q السابقة ، وفي نفس الوقت يكون المستوى المنطقي للخرج $\overline{Q} = 0$. وإذا أثرنا على الدخل R بالمستوى المنطقي (1) يكون المستوى المنطقي للخرج $Q = 0$ (الحالة غير الفعالة) بينما يكون المستوى المنطقي للخرج $\overline{Q} = 1$ ، أما إذا أثرنا على كل من S وR في نفس الوقت بالمستوى المنطقي (1) فإن مستوى الخرج المنطقي يصير غير محدد وغير معروف (unpredictable)، ويجب محاولة تفادي ذلك حتى نتجنب الإخلال بدائرة المساك.

ويمكن بناء دائرة المساك S-R من بوابتي NOR باستخدام خاصية التغذية الخلفية المرتدة من مخرج إحدى البوابتين إلى مدخل البوابة الأخرى كما هو موضح في شكل (5 -2).



الشكل(5 -2) دائرة المساك S-R ذات المدخلات الفعالة العالية.

ونظراً لأن المستوى المنطقي الفعال لبوابة NOR هو (1) (أي مستوى الدخل الذي يحدث عنده تغيير في حالة الخرج)، لذا فإن جدول الحقيقة لدائرة المساك في هذه الحالة يأخذ الصورة الموضحة في

جـدول (5 -1)، وتسـمى الـدائرة في هـذه الحالـة بـدائرة المسـاك ذات المـدخلات الفعالـة العاليـة (Active High Inputs).

المدخلات S	R	الخرج Q	وضع التشغيل (Mode of Operation)
0	0	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change
0	1	0	الوضع غير الفعال Latch RESETS
1	0	1	الوضع الفعال Latch SETS
1	1	?	وضع الخطر أو الوضع غير المسموح به Invalid condition

الجدول (5 -1) جدول الحقيقة لدائرة المساك S-R ذات المدخلات العالية.

بالنظر إلى جدول الحقيقة الموضح يمكننا ملاحظة الآتي:

1- عند وجود المستوى المنطقي (0) على المدخلين S وR في نفس الوقت لا تتغير حالة المساك أي تظل قيمة الخرج (Q) كما هي (الصف الأول في جدول الحقيقة) ويعرف هذا الوضع بوضع الإمساك أو عدم التغيير.

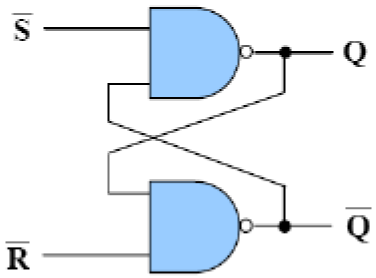
2- عندما يتغير المستوى المنطقي على الدخل R من (0) إلى (1) يتغير المستوى المنطقي للخرج Q إلى (0) أي أن Q = 0 (الحالة غير الفعالة) كما في الصف الثاني في الجدول ، أما إذا كان الخرج Q = 0 أصلاً فيظل كما هو بدون تغيير.

3- عندما يتغير المستوى المنطقي على الدخل S من (0) إلى (1) تتغير قيمة المستوى المنطقي على الخرج Q من (0) إلى (1) أي أن Q = 1 (الحالة الفعالة) كما في الصف الثالث في الجدول، أما إذا كان الخرج Q = 1 أصلاً فيظل كما هو بدون تغير.

4- غير مسموح بوجود المستوى المنطقي (1) على المدخلين S وR في نفس الوقت نظراً لأنه يمثل الحالة الفعالة للبوابة NOR ، ومن ثم تصير المخارج في هذه الحالة غير معرفة كما في الصف الأخير من الجدول.

5- حالة المخارج تتغير فقط عندما تتغير المداخل وتحتفظ المخارج بحالتها بدون أي تغير إذا ظلت المداخل بدون تغير، أي أن دائرة المساك تمسك على حالة معينة إذا لم تتغير المداخل، ومن ثم قيل إن لها خاصية الاحتفاظ بالبيانات بصفة مؤقتة.

ويمكن بناء دائرة المساك من بوابتي NAND كما في شكل (5 -3) ونظراً لأن المستوى الفعال لبوابة NAND هو (0) لذا فإن جدول الحقيقة في هذه الحالة يأخذ الصورة الموضحة في جدول (5 -2) تسمى الدائرة في هذه الحالة بدائرة المساك ذات المدخلات الفعالة المنخفضة (Active Low Inputs).



الشكل (5 -3) دائرة المساك S-R ذات المدخلات الفعالة المنخفضة.

المدخلات		الخرج	وضع التشغيل
$\overline{S}$	$\overline{R}$	Q	(Mode of Operation)
0	0	?	وضع الخطر أو الوضع غير المسموح به Invalid condition
0	1	1	الوضع الفعال Latch SETS
1	0	0	الوضع غير الفعال Latch RESETS
1	1	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change

الجدول (5 -2) جدول الحقيقة لدائرة المساك S-R ذات المدخلات المنخفضة.

وبالنظر إلى جدول الحقيقة الموضح يمكننا ملاحظة الآتي:

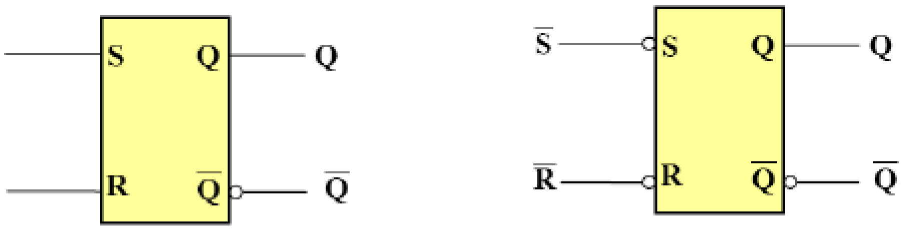
1- وجود المستوى المنطقي (1) على المدخلين في نفس الوقت لا يغير حالة دائرة المساك ويظل الخرج Q كما هو (الصف الأخير).

2- عندما يكون المستوى المنطقي على المدخل $\overline{S} = 0$ ، المدخل $\overline{R} = 1$ يتغير المستوى المنطقي للخرج إلى (1) كما في الصف الثاني من الجدول ، أما إذا كان الخرج $Q = 1$ أصلاً فيظل كما هو بدون أي تغيير.

3- عندما يكون المستوى المنطقي على المدخل $\overline{S} = 1$ ، المدخل $\overline{R} = 0$ يتغير المستوى المنطقي للخرج إلى (0)، انظر الصف الثالث من الجدول، أما إذا كان الخرج $Q = 0$ أصلاً فيظل كما هو بدون تغيير.

4- غير مسموح بوجود المستوى (0) على المدخلين في نفس الوقت نظراً لأنه يمثل المستوى الفعال لبوابة NAND ومن ثم فإن حالة المخارج تكون غير معروفة.

الشكل (5 -4) يوضح الرمز المنطقي (Logic Symbol) لدائرة المساك ذات المدخلات الفعالة العالية ودائرة المساك ذات المدخلات الفعالة المنخفضة.



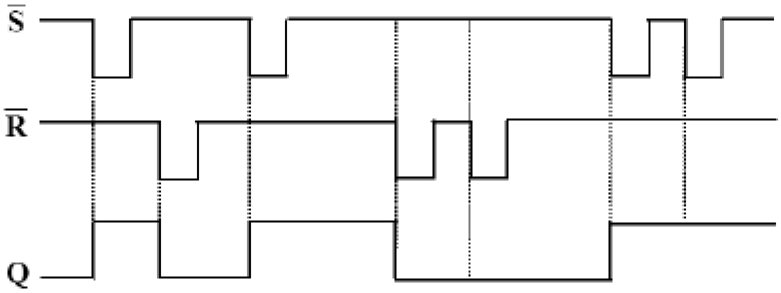
(أ) (ب)

الشكل (5 -4) الرمز المنطقي لدائرة المساك ذات المدخلات الفعالة العالية والمنخفضة.

المثال التالي يوضح كيفية عمل دائرة المساك ذات المدخلات الفعالة المنخفضة وذلك عن طريق وضع نبضات على كل من $\overline{S},\overline{R}$ وملاحظة شكل الخرج (Q). وسوف نتجنب وضع $\overline{S}=0,\overline{R}=0$ ، حيث إن حالة الخرج لا تكون معروفة في هذه الحالة.

مثال 5 -1: إذا كان شكل نبضات الدخل لكل من $\overline{S},\overline{R}$ في شكل (5 -5). ارسم شكل نبضات الخرج (Q) بفرض أن الحالة التي عليها الخرج Q قبل تطبيق أول نبضة لكلا الدخلين هي $Q=0$.

الحل:



الشكل (5 -5) المخطط الزمني لدائرة المساك.

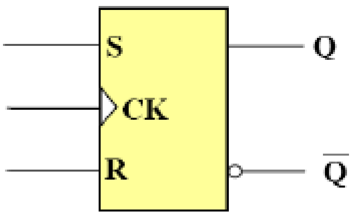
5 -3 القلاب S-R المتزامن Clocked S-R Flip–Flop

يعرف المساك S-R أو $\overline{S}-\overline{R}$ الأساسي السابق دارسته بالمساك غير المتزامن نظراً لتغير وضع الخرج الطبيعي (Q) مباشرة مع تغيير المدخلات فور التأثير بالمستوى المنطقي الفعال كما يحدث في الدوائر المنطقية التوافقية، ولذلك فإن الدوائر المنطقية التوافقية ودوائر المساك تعمل بشكل لا تزامني.

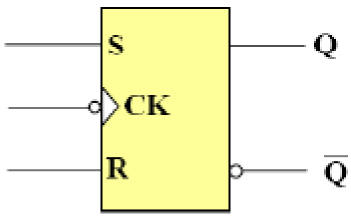
إن النظم الإلكترونية المنطقية تحتاج إلى دوائر مساك متزامن (قلاب متزامن) للتغلب على المشاكل التي قد تحدث عن تأخير انتقال المعلومات خلال النظام مما يعوق تسلسل المعلومات طبقاً للتوقيت الزمني المطلوب، ولذا فإن القلاب S-R المتزامن يعمل وفقاً لنبضات توقيت أي يعمل تزامنياً.

ويمكن القول بأن كلمة تزامن تعني أن الخرج سوف يتغير فقط عند نقطة محددة من نبضات التزامن أو ما يطلق عليها نبضات الساعة (Clock Pulses) وسوف تكتب اختصاراً (CK)، وبذلك يمكن القول أن التغير في المخرج يحدث متزامناً مع نبضة الساعة.

شكل (5 -6) يوضح الرمز المنطقي لقلاب S-R المتزامن وفيه نلاحظ وجود مدخل إضافي لنبضة التزامن أو نبضة الساعة (CK).



(أ)

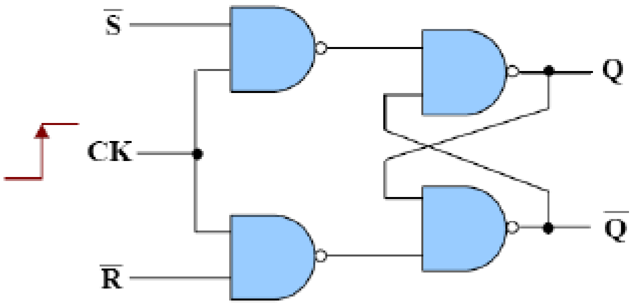


(ب)

الشكل (5 -6) الرمز المنطقي للقلاب S-R المتزامن.

في الشكل (5 -6(أ)) نلاحظ عدم وجود حلقة دائرية صغيرة أمام مدخل نبضة الساعة وهذا يعني أن خرج القلاب S-R لن يتغير إلا مع وصول الحافة الموجبة لنبضة الساعة (Positive Edge Trigger) أي الحافة التي تتغير من (0) إلى (1)، بينما في الشكل (5 -6(ب)) نلاحظ وجود هذه الحلقة الدائرية الصغيرة وهذا يعني أن خرج القلاب سوف يتغير مع وصول الحافة السالبة لنبضة الساعة (Negative Edge Trigger) أي الحافة التي تتغير من (1) إلى (0).

شكل (5 -7) يبين دائرة القلاب S-R المتزامن باستخدام بوابات NAND، حيث أضيفت بوابتي NAND إلى المساك الأساسي وذلك لإضافة خاصية التزامن له. ويتم نقل البيانات الموجودة على مدخل البيانات S وR إلى المخرج (Q) عندما تكون نبضة التزامن عند الحافة الموجبة حيث تعمل كنبضة سماح لنقل البيانات من الدخل إلى الخرج.



الشكل (5 -7) دائرة القلاب S-R المتزامن.

جدول الحقيقة (5 -3) يبين بالتفصيل طريقة تشغيل القلاب S-R المتزامن على النحوالتالي:

1 - عندما تصل نبضة التزامن CK إلى المدخل، بينما المداخل S وR عند المستوى المنطقي (0) فإن الخرج لا يتغير أي يظل كما كان قبل مجيء نبضة التزامن ويعرف هذا الوضع بالإمساك.

2 - عندما يتم التأثير على المدخل R بالمستوى العالي (S = 0,R = 1) وتنتقل نبضة التزامن من (0) إلى (1) فإن الخرج يصبح مساوياً للصفر (0) ويقال أن القلاب في الحالة غير الفعالة (Reset).

3 - عند التأثير على المدخل S بالمستوى المنطقي العالي (S = 1 وR = 0) وتنتقل نبضة التزامن من (0) إلى (1) فإن الخرج Q = 1 ويقال إن القلاب في الحالة الفعالة (Set).

والوضع المحظور عندما يكون S = 1 وR = 1 لا يستخدم كما قلنا سابقاً لأن حالة المخرج في هذه الحالة تكون غير معروفة.

المدخلات			الخرج	وضع التشغيل
S	**R**	**CK**	**Q**	**(Mode of Operation)**
X	X	↓	Q_0	عدم التغير No Change
0	0	X	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change
0	1	↑	0	الوضع غير الفعال Latch RESETS
1	0	↑	1	الوضع الفعال Latch SETS
1	1	↑	?	وضع الخطر أوالوضع غير المسموح به Invalid condition

↑ - نبضة الساعة تتغير من (0) الى (1)

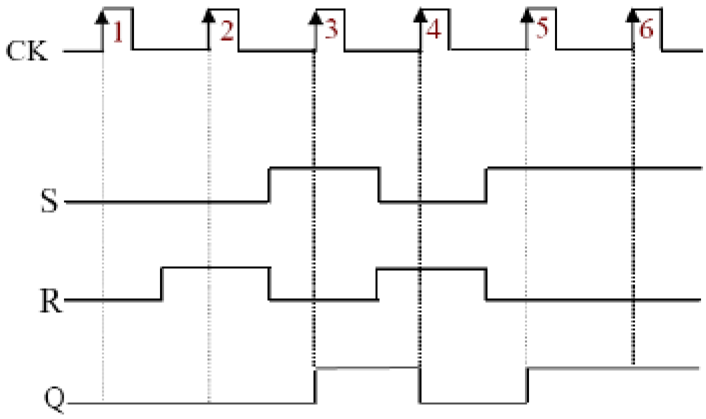
X - لا يهم

Q_0 - الخرج الموجود قبل وصول أول نبضة تزامن

الجدول (5 -3) جدول الحقيقة لدائرة القلاب S-R المتزامن.

ونظرية العمل وجدول الحقيقة للقلاب S-R الذي يعمل مع حافة النبضة السالبة [أي التي تتغير من (1) إلى (0)] تماثل تماماً القلاب السابق مع اختلاف واحد فقط أن التغير في الخرج سوف يحدث مع تغير نبضة التزامن من (1) إلى (0).

مثال 5 -2: ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب S-R والموضحة في شكل (5 -6)، إذا كان شكل نبضات الدخل لكل من S وR وCK كماهو موضح في شكل (5 -7). افترض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً Q = 0 قبل وصول أول نبضة من نبضات التزامن.



الشكل (5 -7) المخطط الزمني لدائرة القلاب S-R المتزامن.

الحل:

1- عند نبضة التزامن الأولى S = 0 وR = 0 ، وبالتالي الخرج (Q) لن يتغير أي أن Q = 0.

2- عند نبضة التزامن الثانية S = 0 وR = 1 ، وبالتالي يظل الخرج Q = 0 (Reset).

3- عند نبضة التزامن الثالثة S = 1 وR = 0 ، وبالتالي يتحول الخرج Q إلى (1) أي أن Q = 1 (Set).

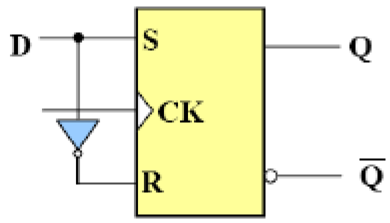
4- عند نبضة التزامن الرابعة S = 0 وR = 1 ، وبالتالى يكون الخرج Q = 0 (Reset).

5- عند نبضة التزامن الخامسة S = 1 وR = 0 ، وبالتالي يكون الخرج Q =1 (Set).

6- عند نبضة التزامن السادسة S = 1 و R = 0 ، وبالتالي يظل الخرج يساوي (1) أي أن Q = 1.

5 -4 دائرة القلاب من النوع D D-Type Flip-Flop

الدائرة القلابة من النوع D يمكن استخدامها كوحدة تخزين لخانة واحدة (Single Bit) من المعلومات (0 أو 1). بإضافة بوابة عاكس إلى دائرة القلاب S-R المتزامن السابق شرحه تتحول الدائرة إلى دائرة قلاب من النوع D كما هو موضح في شكل (5 -8).



الشكل (5 -8) دائرة القلاب من النوع D.

نلاحظ أن دائرة القلاب من النوع D لها دخل واحد فقط وهو الدخل D بالإضافة إلى نبضة التزامن CK. فاذا كان D عند المستوى المنطقي (1) عندما تصل نبضة التزامن إلى المدخل CK، فإن خرج دائرة القلاب يكون هو المستوى المنطقي (1) [Set]، لأنه في هذه الحالة يكون الدخل S = 1، والدخل R = 0 وبالرجوع إلى جدول الحقيقة لدائرة القلاب S-R المتزامن (جدول 5 -3) نجد أن الخرج Q = 1. وإذا كان D عند المستوى المنطقي (0) عندما تصل نبضة التزامن إلى المدخل CK، فإن خرج دائرة القلاب يكون هو المستوى المنطقي (0) [Reset]، لأنه في هذه الحالة يكون الدخل S = 0، الدخل R = 1 وبالنظر إلى جدول (5 -3) نجد أن الخرج Q = 0. في الحالة الفعالة (Set) نقول إنه تم تخزين (1) بدائرة القلاب ، وفي الحالة غير الفعالة (0) نقول إنه تم تخزين (0) بدائرة القلاب.

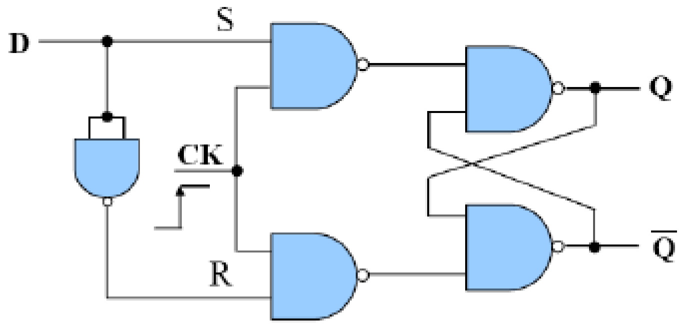
وطريقة التشغيل السابقة لدائرة القلاب من النوع D والذي يتغير الخرج له عند الحافة الموجبة لنبضة التزامن (Positive Edge Trigger) موضحة في الجدول (5 -4).

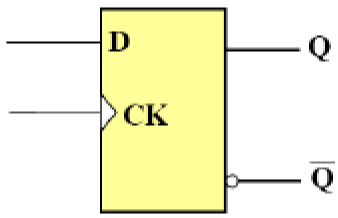
المدخلات D	المدخلات CK	الخرج Q	وضع التشغيل (Mode of Operation)
X	↓	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change
0	↑	0	الحالة غير الفعالة (RESET)
1	↑	1	الحالة الفعالة (SET)

نبضة الساعة تتغير من (0) الى (1) - ↑

الجدول (5 -4) جدول الحقيقة لدائرة القلاب D المتزامن.

ونلاحظ من الجدول أن الخرج (Q) يتبع الدخل (D) عند وصول نبضة التزامن. والشكل (5 -9) يوضح الرمز المنطقي للقلاب D ذي المدخل الواحد للبيانات (D) بالإضافة إلى مدخل نبضات التزامن (CK) ويسمى القلاب أحياناً بقلاب التأخير الزمني. كما يبين الشكل (5 -10) كيفية بناء دائرة القلاب D باستعمال بوابات NAND.

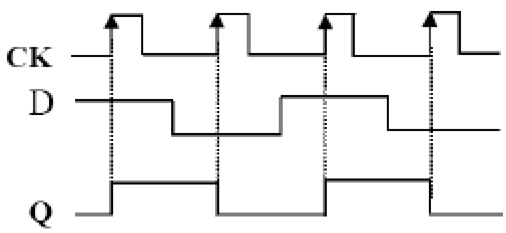




الشكل (5 -10) دائرة القلاب D باستعمال بوابات NAND. الشكل (5 -9) الرمز المنطقي للقلاب D.

مثال 5 -3: ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب من النوع D والموضحة في شكل (5 -9) إذا كان شكل نبضات الدخل (D) كما هو موضح في شكل (5 -11). افرض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً $Q = 0$ قبل وصول أول نبضة تزامنية.

الحل:



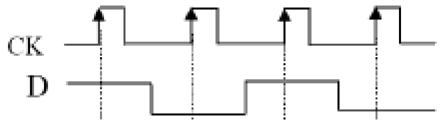
الشكل (5 -11) المخطط الزمني لدائرة القلاب من النوع D.

الخرج (Q) يتبع حالة الدخل (D) عند الوقت الذي تتغير فيه نبضة التزامن من (0) إلى (1) أي عند الحافة الموجبة.

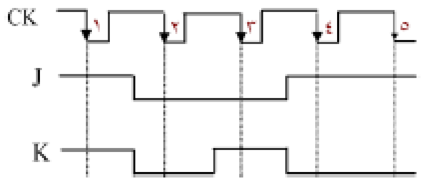
ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1. يختلف هزازSR المتزامن عن هزازSR في ان اخراج الاول لا يتغير الا بعد وصول ....
2. ارسم شكل موجة الاخراج (Q) لدائرة هزاز(D) اذا كانت الموجة الداخلة هي كما يلي (افرض ان الحالة السابقة لاخراج الهزاز كانت(Q=0) قبل وصول اول نبضة) :



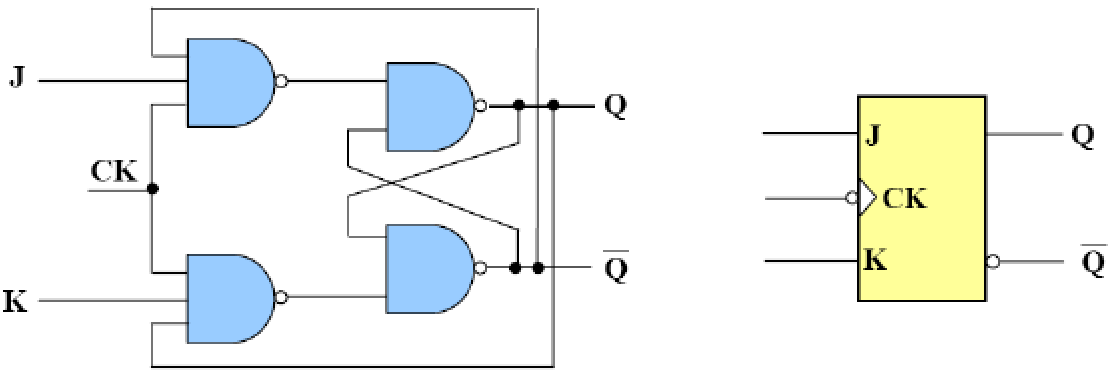
3. ارسم شكل موجة الاخراج (Q) لدائرة هزاز(JK) اذا كانت الموجات الداخلة هي كما يلي (افرض ان الحالة السابقة لاخراج الهزاز كانت(Q=0) قبل وصول اول نبضة) :



5 -5 القلاب J-K المتزامن J-K Flip Flop

تعتبر دائرة القلاب J-K من أكثر أنواع القلابات استخداماً. والرمزان J وK يمثلان الدخل لهذا القلاب، وليس اختصاراً لأي كلمة كما في حالة القلاب S-R سوى أنهما حرفان متتاليان من الحروف الهجائية. وطريقة عمل القلاب J-K تماثل تماماً القلاب S-R في الأوضاع الثلاثة الأولى للتشغيل وهي عدم التغير أو الإمساك والحالة الفعالة (Set) والحالة غير الفعالة (Reset). والفرق فقط أن القلاب J-K ليس له حالة حظر كما هو الحال في حالة القلاب S-R.

الشكل (5 -12) يبين دائرة القلاب J-K المتزامن وكذلك الرمز المنطقي له. وكما ذكرنا سابقاً فإن هذا القلاب يقوم بجميع أعمال القلاب S-R المتزامن يضاف إليها السماح بتحديد شروط الخرج عندما تكون المداخل J وK عند المستوى المنطقي (1) وفي وجود نبضة التزامن.



الشكل (5 -12) دائرة القلاب J-K المتزامن والرمز المنطقي له.

نلاحظ من شكل (5 -12) أن دائرة هذا القلاب مختلفة عن دائرة القلاب S-R حيث إن الخرج Q، $\overline{Q}$ موصلان على الدخل مرة أخرى.

والجدول (5 -5) يوضح جدول الحقيقة للقلاب J-K ويبين الصف الأول حالة الإمساك أو عدم التغيير عندما يكون كل من J وK مساوياً للصفر (0)، بينما يبين الصف الثاني من الجدول حالة الخمول أو المسح (Reset) أو الحالة (0) عندما تكون المداخل J = 0 وK = 1 مع وصول نبضة التزامن، أما الصف الثالث فيبين الوضع في الحالة الفعالة (Set) للقلاب J-K عندما تكون المداخل J = 1 و K = 0 مع وصول نبضة التزامن. ويبين الصف الرابع من الجدول حالة هامة من حالات القلاب J-K تسمى وضع التبدل (Toggle)، فعندما يكون كل من الدخلين J وK في المستوى المنطقي (1) فإن الخرج Q يتحول إلى الحالة العكسية له عندما تصل نبضة التزامن إلى المدخل CK.

المدخلات			الخرج	وضع التشغيل
J	**K**	**CK**	**Q**	**(Mode of Operation)**
X	X	↑	Q_0	عدم التغير No Change
0	0	↓	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change
0	1	↓	0	الوضع غير الفعال (RESET)
1	0	↓	1	الوضع الفعال (SET)
1	1	↓	$\overline{Q}_0$	وضع التبديل Toggle

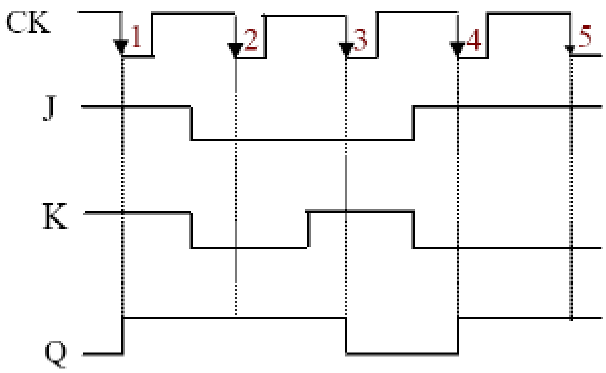
↓ - نبضة الساعة تتغير من (1) الى (0)

Q_0 - الخرج الموجود قبل وصول أول نبضة تزامن

الجدول (5 -5) جدول الحقيقة للقلاب J-K المتزامن.

ثال **5 -4**: ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب J-K والموضحة في شكل (5 -12) إذا كان شكل نبضات الدخل لكل من J-K وكذلك CK كماهو موضح في شكل (5 -13). افترض ن القلاب يعطي خرجاً $Q = 0$ قبل وصول أول نبضة تزامن.

لحل:



الشكل (5 -13) المخطط الزمني لدائرة القلاب J-K المتزامن.

1- عند وصول نبضة التزامن الأولى، كل من J وK يساوي (1) ولأن هذا وضع التبديل فإن الخرج Q تحول إلى المستوى (1).

2- عند نبضة التزامن الثانية يكون وضع الإمساك أو عدم التغيير هو الموجود نظراً لأن $J = K = 0$.

3- عند حدوث النبضة الثالثة، يكون $J = 0$ و$K = 1$ وهو وضع (Reset) وبالتالي تكون $Q = 0$.

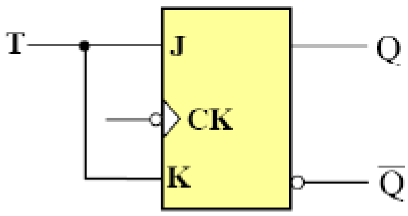
4- عند حدوث النبضة الرابعة، يكون J = 1 و K = 0 وهو وضع (Set) وعليه يكون Q = 1.

5- الوضع (Set) يستمر مع وصول النبضة الخامسة نظراً لعدم تغير J و K وبالتالي يظل الخرج Q عل الوضع (1).

5 -6 دائرة القلاب من النوع T   T-Type Flip-Flop

دائرة القلاب من النوع T يمكن بناؤها من دائرة القلاب J-K المتزامن وذلك بربط كل م الدخلين J و K مع بعضهما البعض كما هو موضح في شكل (5 -14)، ومنه نلاحظ أن القلاب م النوع T له دخل واحد فقط وهو الدخل T بالإضافة إلى نبضة التزامن. والرمز T هو اختصار لكلمه (Toggle) وتعنى التبديل أو تغيير الحالة.

عند توصيل الدخل (T) بالمستوى المنطقي (1) مع تغذية المدخل CK بنبضات التزامن، ومع استمر تدفق نبضات التزامن على المدخل CK يبدأ الخرج في التبديل أو التغيير ويحدث التبديل عند الطرة الهابط لنبضة التوقيت وهو ما تشير إليه الدائرة الصغيرة أمام المدخل CK في شكل (5 -14).



الشكل (5 -14) الرمز المنطقي لدائرة القلاب من النوع T.

وجدول الحقيقة لدائرة القلاب من النوع T موضح في جدول (5 -6).

المدخلات		الخرج	وضع التشغيل
T	CK	Q	(Mode of Operation)
X	↑	Q_0	عدم التغير No Change
0	↓	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير) No Change
1	↓	$\overline{Q_0}$	وضع التبديل Toggle

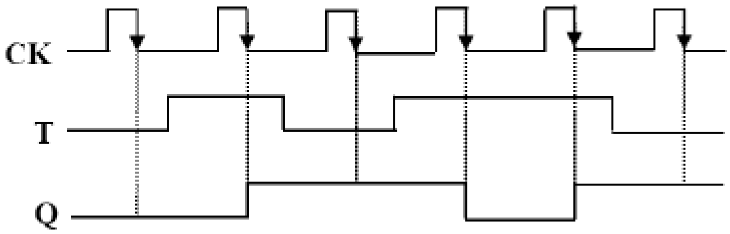
↓ - نبضة الساعة تتغير من (1) الى (0)

Q_0 - الخرج الموجود قبل وصول أول نبضة تزامن

الجدول (5 -6) جدول الحقيقة للقلاب من النوع T.

مثال 5 -5: ارسم شكل نبضات الخرج Q لدائرة القلاب من النوع (T) والموضحة في شكل (5 -14) إذا كان الدخل T وكذلك الدخل CK كما هو موضح في شكل (5 -15) وبافتراض أن القلاب يعطي خرجاً Q = 0 قبل وصول أول نبضة تزامن.

الحل:



الشكل (4 -15) المخطط الزمني لدائرة القلاب من النوع T.

من الشكل نجد أن الخرج Q يتغير إذا كانت T = 1 وذلك مع نبضة التزامن الهابطة، فعند نبضة التزامن الأولى فإن T = 0 وبالتالي فإن Q لن يتغير أي أن Q = 0، وعند النبضة الثانية T = 1 إذن يتغير الخرج Q من (0) إلى (1) وهكذا.

رابعا : الاختبار البعدي Post test

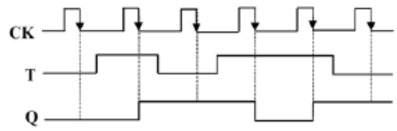
1- ارسم دائرة هزاز (SRT) ثم أكتب جدول واقعيته .

2- ارسم دائرة هزاز (JK) ثم أكتب جدول واقعيته .

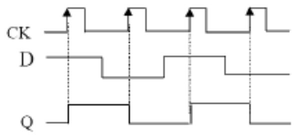
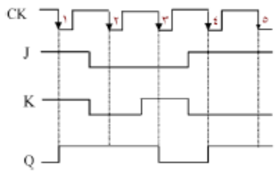
3- ارسم دائرة هزاز (D) ثم أكتب جدول واقعيته .

ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات

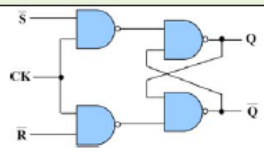
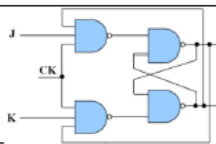
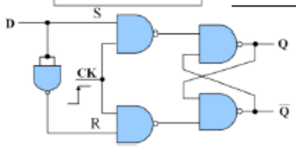
الاختبار القبلي Pre test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	الإخراج الحالي يعتمد على الإخراج السابق بالاضافة الى المداخل الانية .
2	(10,01,00) و الحالة غير المسموحة هي (11)
3	(11,10,01,00)
4	الإخراج الأول عكس الإخراج الثاني .
5	

الاختبار الذاتي Self test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	نبضة الساعة
2	
3	

الاختبار البعدي Post test

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	
2	
3	

المصادر (References) :

1- الالكترونيك الرقمي المتقدم ترجمة ((ضياء مهدي فارس وآخرون)).1991.

2- Digital Principles &Application

3- Digital computer fundamentals (thematic bartee))

4- Introduction to Digital computer((louis mashelsky))

5- Modern Digital electronics (R.P.Jain

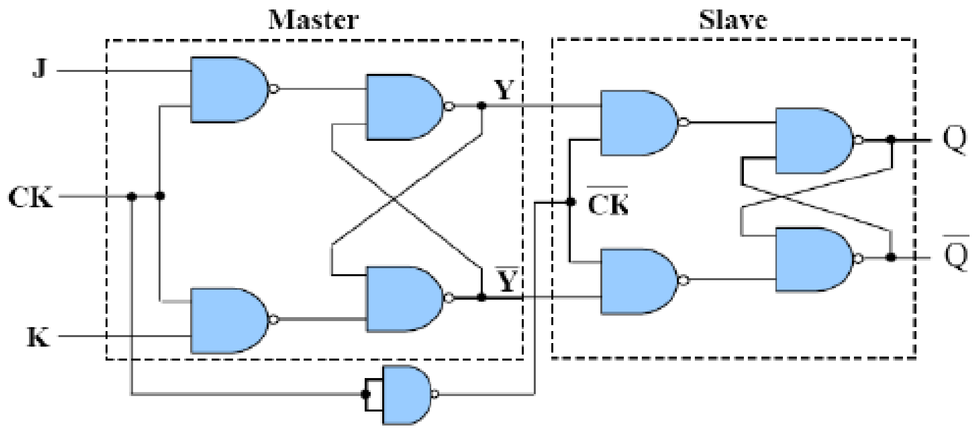
6- الالكترونيك الرقمي وتطبيقاته ((تأليف: مالفينو)).

5 -7 قلاب التابع – المتبوع Master-Slave Flip-Flop

من دراستنا السابقة لدوائر القلابات المختلفة رأينا كيف يمكن التحكم في تشغيلها عن طريق الحافة الموجبة أو السالبة لنبضة التزامن (Edge Triggered) .

وهناك نوع آخر من دوائر القلابات يتم التحكم في تشغيلها عن طريق الاستجابة لمستوى النبضة (Pulse Triggered) والتي تسمى بقلاب التابع – المتبوع (Master-Slave)، ولذلك فإن هذا النوع من القلابات يحتاج إلى نبضة كاملة من نبضات التزامن (Complete Clock Pulse) لتغيير حالة الخرج أي لتشغيل الدائرة.

شكل (5 -16(أ)) يوضح دائرة قلاب J-K من النوع التابع -المتبوع، وهي تحتوي على دائرتين من قلاب J-K المتزامن وتسمى الأولى بالتابع (Master) والأخرى بالمتبوع (Slave)، المرحلة الأولى (Master) من دائرة القلاب تستقبل نبضات التزامن (CK) مباشرة، بينما تستقبل المرحلة الثانية (Slave) عكس إشارة نبضة التزامن ($\overline{CK}$).



الشكل (5 -16(أ)) دائرة القلاب J-K التابع - المتبوع.

وبالرجوع إلى شكل نبضات التزامن لكل من $\overline{CK}$ و CK في شكل(5 -16(جـ)) ، نلاحظ أن الجزء التابع (Master) من الدائرة يتم تشغيله عندما تكون نبضة التزامن (CK) عند الحافة الموجبة ، والجزء المتبوع (Slave) من الدائرة من ناحية أخرى يتم تشغيله عندما تكون نبضة التزامن عند الحافة السالبة لأنه في هذه الحالة تكون نبضة التزامن المعكوسة ($\overline{CK}$) موجبة.

وبناء على ذلك فهناك خطوتان تحدثان قبل أن يتغير كل من $\overline{Q}$ و Q استجابة للدخل J وK:

الخطوة الأولى: خلال المستوى المنطقي (High) للنبضة (CK) فإن دائرة التابع (Master) تكون في وضع التشغيل (Enabled) ويكون شكل الخرج لها حسب مستوى الدخلين J وK.

الخطوة الثانية: خلال المستوى المنطقي (Low) للنبضة (CK) فإن دائرة المتبوع (slave) تكون في وضع التشغيل (Enabled) ويتبع الخرج Q المستوى المنطقي الموجود على الدخل Y.

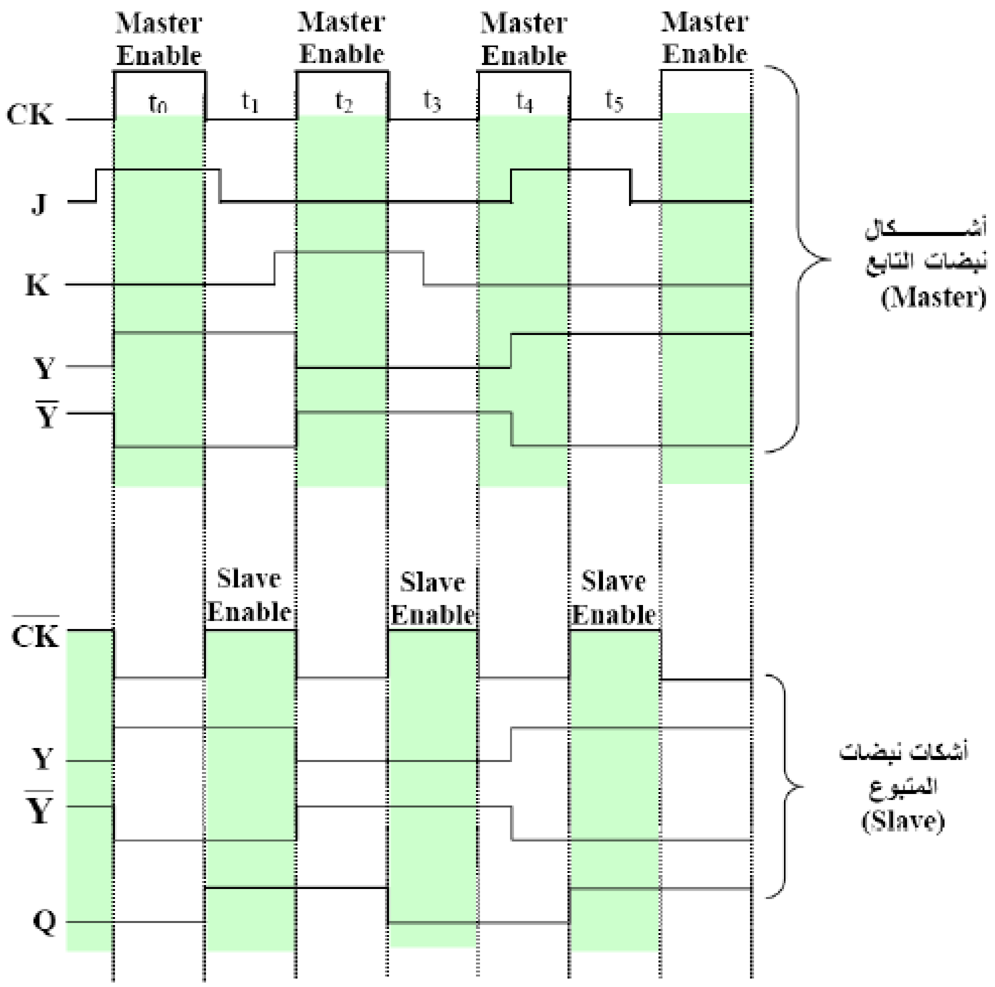
جدول الحقيقة الموضح في شكل(5 -16(ب)) يلخص لنا كيفية عمل دائرة القلاب من النوع J-K التابع -المتبوع. وكما نرى فإن الجدول يماثل تماماً جدول الحقيقة لدائرة القلاب J-K المتزامن. ونرى في العمود (CK) من الجدول نبضة تزامنية كاملة وبالتالي فإن الدائرة تحتاج إلى كل من المستوى (High) والمستوى (Low) لنبضة التزامن لتشغيل كل جزء منها.

شكل (5 -16(جـ)) يوضح الرسم البياني الزمني لقلاب J-K التابع -المتبوع، ومن خلال نبضات التزامن (CK) سوف ننتقل خلال الأزمنة من t_0 إلى t_5 لنرى كيف تستجيب الدائرة للتغيير في الدخلين J وK.

- عند الزمن t_0 ، تكون دائرة التابع (Master) في وضع التشغيل (Enabled) عن طريق المستوى الموجب (High) لنبضة التزامن (CK) وعند هذه اللحظة فإن $J = 1$ و $K = 0$ وهي الحالة الفعالة (Set) لدائرة التابع، ويكون الخرج $Y = 1$ ($\overline{Y} = 0$).
- عند الزمن t_1، تكون دائرة التابع مفصولة (Disabled) عن طريق النبضة السالبة (Low) للدخل CK، بينما تكون دائرة المتبوع (Slave) في وضع التشغيل (Enabled) وذلك عن طريق النبضة الموجبة (High) للدخل $\overline{CK}$. وحيث إن $Y, \overline{Y}$ يمثلان الدخل لدائرة المتبوع، فإن الخرج Q يكون في الحالة الفعالة (Set) أي أن $Q = 1$. وهذا يوضح كيف أن دائرة المتبوع ببساطة تأخذ الموجود على دخلها وتضعه على خرجها عندما تكون في وضع التشغيل عن طريق نبضة التزامن (عندما كانت $Y = 1, \overline{Y} = 0$ فإن الخرج $Q = 1, \overline{Q} = 0$ عندما تكون نبضة التزامن $\overline{CK} = 1$) . وعلى ذلك يمكن القول بأن دائرة القلاب الثانية تابعة لدائرة القلاب الأولى.

المدخلات			الخرج	وضع التشغيل
J	**K**	**CK**	**Q**	**(Mode of Operation)**
0	0	⎍	Q_0	وضع الإمساك (عدم التغير)
0	1	⎍	0	الوضع غير الفعال (RESET)
1	0	⎍	1	الوضع الفعال(SET)
1	1	⎍	$\overline{Q}_0$	وضع التبديل

الشكل(5 -16 (ب)) جدول الحقيقة لدائرة القلاب J-K التابع -المتبوع.



الشكل (5 -16(ج)) المخطط الزمني لدائرة القلاب J-K التابع المتبوع.

- عند الزمن t_2، تكون دائرة التابع في وضع التشغيل، عن طريق النبضة الموجبة (High) للدخل CK وعند هذه اللحظة تكون $J = 0$ و$K = 1$ فيكون الخرج $Y = 0, \overline{Y} = 1$ أي في الحالة غير الفعالة (Reset).
- عند الزمن t_3، تفصل دائرة التابع عن طريق النبضة السالبة (Low) للدخل CK، بينما تكون دائرة المتبوع في وضع التشغيل. وحيث إن دخل دائرة المتبوع هو الحالة غير الفعالة (Reset) فعلية يكون خرج المتبوع هو $Q = 0$.
- عند الزمن t_4، يكون الدخلان J وK في الوضع (Low) وعلية تظل قيمة الخرج Y عند آخر وضع لها، والذي كان هو الوضع غير الفعال $(Y = 0)$. وفي منتصف الفترة الزمنية t_4، فإن الدخل J تغير إلى الوضع (High) وعليه فإن الخرج أصبح في الوضع $Y = 1$.

ثالثا : الاختبار الذاتي Self test

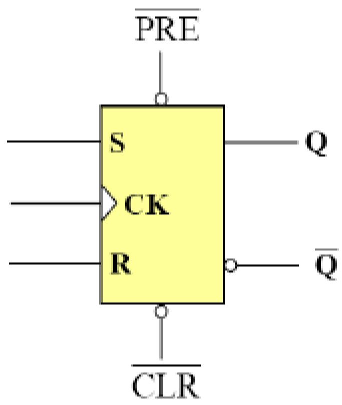
اكمل الفراغات التالية بما يناسبها :

1. تدعى مداخل التصفير والضبط بمداخل التحكم الاختيارية لان الهزاز يستجيب لها بشكل ....
2. يتلخص عمل هزاز التبادل (T) في انه ....حالة إخراجه مع كل نبضة لذلك يستخدم في بناء ....
3. يتلخص عمل هزاز التاخير (D) في ان إخراجه بعد النبضة

   يساوي........ لذلك يستخدم في ....
4. ارسم دائرة هزاز(JK) نوع التابع- المتبوع .
5. ارسم الرمز المنطقي لدائرة هزاز(D) نوع التابع- المتبوع .

- عند الزمن t_3، دائرة التابع مفصولة بينما تكون دائرة المتبوع في وضع التشغيل، وبالتالي فإن الخرج $Y = 1$ يصل إلى الخرج Q فيصبح $Q = 1$.

وعادة تزود جميع دوائر القلابات السابق شرحها بمدخلين غير متزامنين أي لا يعملان مع نبضات التزامن. أحدهما الدخل غير الفعال للضبط المسبق (PRESET) ويختصر إلى ($\overline{PRE}$) والآخر يسمى الدخل غير الفعال للمسح (CLEAR) ويختصر إلى ($\overline{CLR}$) والشكل (5 -17) يوضح الرمز المنطقي لدائرة قلاب S-R مزودة بالمدخلين $\overline{PRE}$ ، $\overline{CLR}$. وهذان المدخلان هامان للغاية فعند توصيل مصدر القدرة إلى أجهزة النظم الرقمية، فإن دوائر القلابات يمكن أن تبدأ بالحالة الفعالة (SET) أي $Q = 1$، أو الحالة غير الفعالة (RESET) أي $Q = 0$، ويمكن أن يكون أي من الخرجين ذي نتائج غير مرغوبة في حالة كون الخرج Q سيتم استعماله للتحكم في عناصر خارجية. ولهذا السبب فإن الدخل (RESET) والدخل (CLEAR) يضافان دائماً كدخل مباشر في معظم شرائح دوائر القلابات. والمدخل ($\overline{PRE}$) يستخدم للضبط المسبق، وذلك لتغيير المخرج Q بصورة غير متزامنة ليصبح (1) عند وضع $\overline{PRE} = 0$، والمدخل ($\overline{CLR}$) يستخدم كمدخل لمسح أو تغيير المخرج Q بصورة غير متزامنة ليصبح (0) عند وضع $\overline{CLR} = 0$. وجدول (5 -7) يوضح كيفية العمل لهذين المدخلين في دائرة القلاب S-R ويلاحظ من الجدول أنه عندما تكون $\overline{CLR} = 1$ وفي نفس الوقت $\overline{PRE} = 0$ (نشطه) فإن الخرج Q يصبح يساوي (1)، بصرف النظر عن قيمة المدخلات CK, S, R . في السطر الثاني من الجدول نجد $\overline{PRE} = 1$ وكذلك $\overline{CLR} = 0$ (نشطة) وهذا يتسبب في جعل قيمة الخرج Q تساوي (0) وبصرف النظر عن قيم المدخلات CK, S, R.

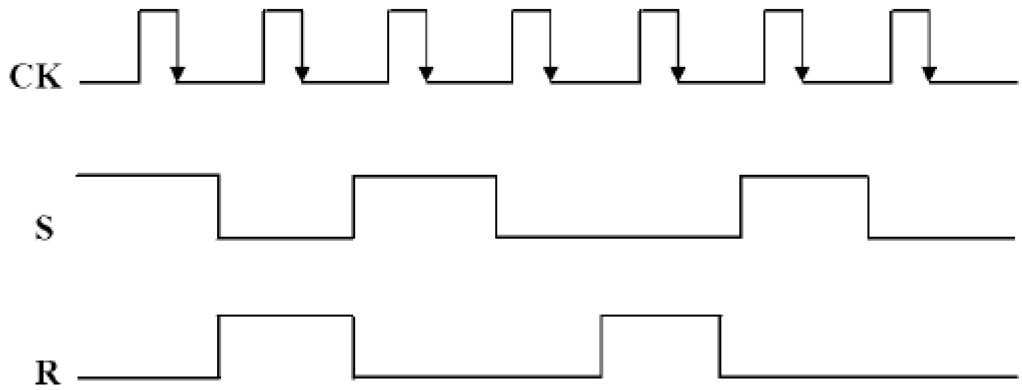


الشكل (5 -17) الرمز المنطقي لدائرة القلاب S-R مزودة بالدخلين $\overline{PRE}$ ، $\overline{CLR}$.

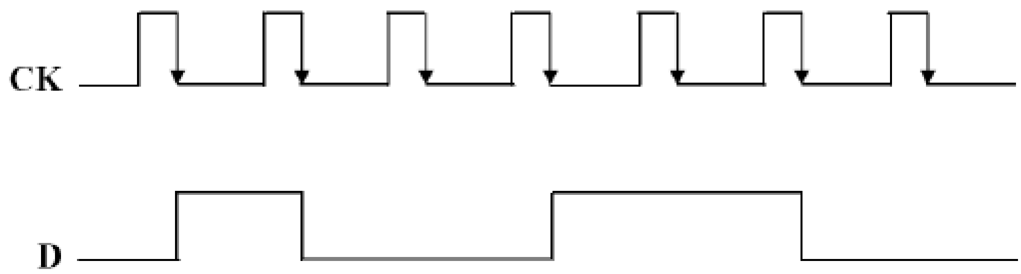
المدخلات					الخرج	وضع التشغيل
$\overline{PRE}$	$\overline{CLR}$	CK	S	R	Q	**(Mode of Operation)**
0	1	X	X	X	1	(SET) الوضع الفعال
1	0	X	X	X	0	(RESET) الوضع غير الفعال
0	0	X	X	X	?	حالة الحظر

الجدول (5 -7) كيفية عمل المدخلان $\overline{PRE}$ و $\overline{CLR}$ في دائرة القلاب S-R.

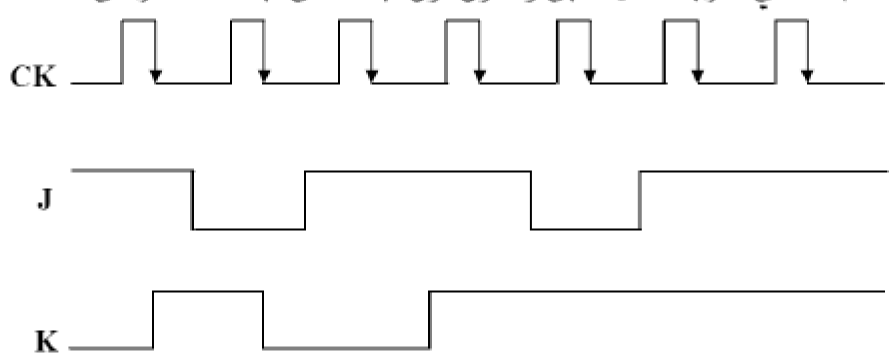
1) ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب S-R والتي يتغير الخرج لها عند الحافة السالبة لنبضات التزامن (negative edge trigger) إذا كان شكل نبضات الدخل كما هو موضح بالشكل. افترض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً Q=0 قبل وصول أول نبضة من نبضات التزامن.



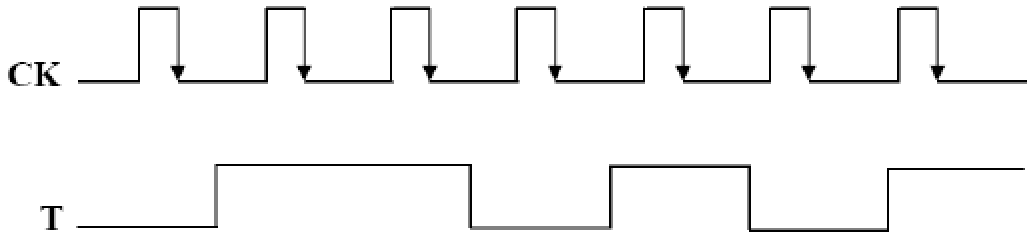
2) ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب من النوع D والتي يتغير الخرج لها عند الحافة الموجبة لنبضات التزامن (positive edge trigger) إذا كان شكل نبضات الدخل كما هو موضح بالشكل. افترض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً Q=0 قبل وصول أول نبضة من نبضات التزامن.



3) ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب JK والتي يتغير الخرج لها عند الحافة السالبة لنبضات التزامن (negative edge trigger) إذا كان شكل نبضات الدخل كما هو موضح بالشكل. افترض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً Q=0 قبل وصول أول نبضة من نبضات التزامن.



4) ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب من النوع T والتي يتغير الخرج لها عند الحافة السالبة لنبضات التزامن (negative edge trigger) إذا كان شكل نبضات الدخل كما هو موضح بالشكل. افترض أن دائرة القلاب تعطي خرجاً Q=0 قبل وصول أول نبضة من نبضات التزامن.



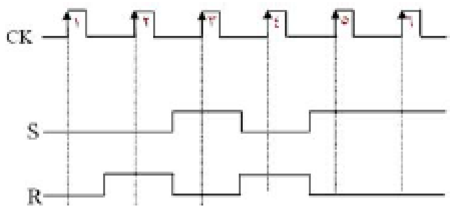
رابعا : الاختبار البعدي Post test

1- يختلف عمل هزاز (JK) عن هزاز(SR) المتزامن في حالة المداخل التي تعطي حالة للاخراج .... في هزاز(SR) المتزامن و تعطي حالة للاخراج .... في هزاز(JK) .

2- ارسم الرمز المنطقي لدائرة هزاز التبادل (T)

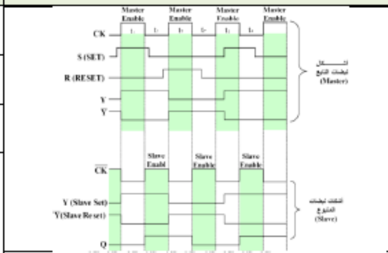
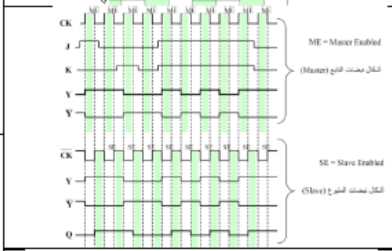
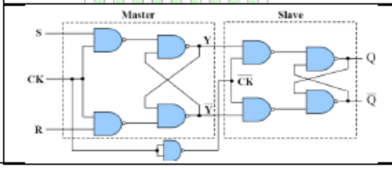
3- ارسم الرمز المنطقي لدائرة هزاز التبادل (JK) .

4- ارسم شكل موجة الاخراج (Q) لدائرة هزاز(SR) المتزامن اذا كانت الموجات الداخلة هي كما يلي (افرض ان الحالة السابقة لاخراج الهزاز كانت(Q=0) قبل وصول اول نبضة) :

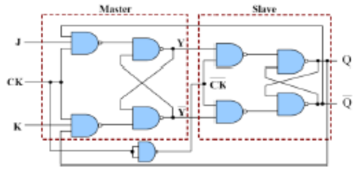
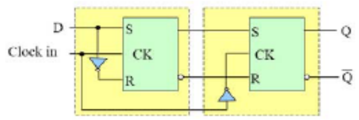


ثالثا : مفاتيح الاجابة على الاختبارات

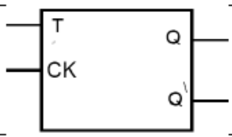
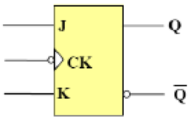
Pre test الاختبار القبلي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	
2	
3	

Self test الاختبار الذاتي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	إختياري
2	يعكس ، دوائر العدادات
3	نفس الادخال ، دوائر الخزن
4	
5	

Post test الاختبار البعدي

رقم السؤال	الاجابة الصحيحة
1	الغير معرفة ، عكس الحالة السابقة
2	
3	
4